

Mariano Esteves Chaves

**Métodos analíticos para a evolução de
neutrinos na matéria sob a influência de
interações não-padrão**

Volta Redonda-RJ, 18 de fevereiro de 2018

Universidade Federal Fluminense

Instituto de Física

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Título: *"Métodos analíticos para a evolução de neutrinos na matéria sob a influência de interações não-padrão"*

Aluno: Mariano Esteves Chaves

Orientador: Prof. Diego Rossi Gratieri

Data: 19/02/2018 **Horário:** 10 h **Local:** ICEx (Volta Redonda)

BANCA EXAMINADORA:

Membros titulares:

Prof. Diego Rossi Gratieri (ICEx/UFF)

Prof. Rogério Menezes de Almeida (ICEx/UFF)

Prof. Hélio da Motta Filho (CBPF)

Membros suplentes:

Prof. Alexandre Grezzi Miranda Schmidt (ICEx/UFF)

Prof. Orlando Luis Goulart Peres (UNICAMP)

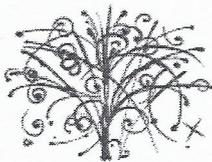
Ficha catalográfica automática - SDC/BIF

C512m Chaves, Mariano
Métodos analíticos para a evolução de neutrinos na
matéria sob a influência de interações não-padrão /
Mariano Chaves; Diego Gratieri, orientador. Niterói, 2018.
114 f.

Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal Fluminense,
Niterói, 2018.

1. Neutrino. 2. Física de altas energias. 3. Teoria de
perturbação. 4. Produção intelectual. I. Título II.
Gratieri, Diego, orientador. III. Universidade Federal
Fluminense. Instituto de Física.

CDD -



INSTITUTO DE FÍSICA

Universidade Federal Fluminense

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

RUA GAL MILTON TAVARES DE SOUZA, SN

24210-346 – NITERÓI - RIO DE JANEIRO

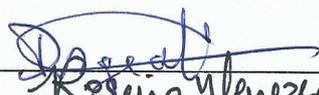
TEL: (21)2629-5878 - FAX: 2629-5887

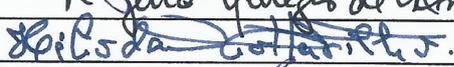
E-MAIL: cpg@ if.uff.br

Ata dos trabalhos finais da Comissão Examinadora da dissertação de mestrado apresentada por **Mariano Esteves Chaves**. No décimo nono dia do mês de fevereiro de dois mil e dezoito, às dez horas, reuniram-se no Instituto de Ciências Exatas (ICEx) da Universidade Federal Fluminense os membros da Comissão Examinadora constituída pelos professores doutores Diego Rossi Gratieri (ICEx/UFF); Rogério Menezes de Almeida (ICEx/UFF) e Hélio da Motta Filho (CBPF), sob a presidência do primeiro, para prova pública de apresentação de dissertação de mestrado intitulada "*Métodos analíticos para a evolução de neutrinos na matéria sob a influência de interações não-padrão*", tendo em vista as exigências do Regulamento Específico do curso de Física relacionadas com a conclusão do Mestrado em Física pela Universidade Federal Fluminense. A dissertação foi elaborada sob a orientação do professor Diego Rossi Gratieri. Após a exposição do trabalho, o aluno respondeu às questões formuladas pelos integrantes da Comissão Examinadora, que apresentou parecer no sentido de aprová-lo. Para constar, foi lavrada a presente ata, que vai assinada pelos membros da Comissão Examinadora e pelo mestrando.

Volta Redonda, dezanove de fevereiro de dois mil e dezoito.

Dr. Diego Rossi Gratieri
Dr. Rogério Menezes de Almeida
Dr. Hélio da Motta Filho
Mariano Esteves Chaves



Rogério Menezes de Almeida


Hélio da Motta Filho


Mariano Esteves Chaves

*Aos meus pais Vilmar e Taninha,
à tia Cida e à minha irmã Bianca,
por me amarem tanto.*

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por toda a graça.

Agradeço aos meus pais, Vilmar e Taninha, por todo apoio e carinho. Sempre os amarei. Eternamente.

Às minhas tias Cida e Cena, por todo o suporte, carinho e cuidado que tem comigo.

À minha irmã Bianca, por também me amar e por sempre estar ao meu lado. Não convivemos tanto nesses dois anos pela distância, mas ela sempre esteve presente me dando suporte.

Agradeço ao meu orientador, Diego, por todos os conselhos, pela paciência e ajuda nesse período. Acredito que tenha sido o melhor orientador que eu poderia ter tido nesses dois anos, se tornou um grande amigo.

Aos meus amigos que se fizeram presentes nesses dois anos, posso citar o Matheus, que foi meu melhor amigo nesse tempo. Passamos muitas brincadeiras e aventuras juntos. Nos alegamos e ficamos tristes juntos, cresci muito ao lado dele. O Eliel meu grande amigo que sempre esteve ao meu lado, e que inclusive me presenteou com o notebook que estou usando para escrever estes agradecimentos, amigo da graduação pra vida. A Josimara que também me ouviu bastante nesses últimos anos, rindo bastante das minhas piadas e me alegrando muito.

Agradeço ao Élcio e à Jussara por terem sido tão bondosos comigo e por terem me presenteado com um celular que tanto me ajudou e foi essencial para a qualidade deste trabalho. Agradeço ao Pastor Luciano pelos incentivos e conselhos, ao Presbítero Herbert por todos os conselhos e palavras de carinho que tanto me sustentaram. Agradeço ao Presbítero Allan, meu mentor ministerial, que incentivou minha fé, revisando minhas crenças com olhos racionais. Agradeço ao Presbítero Carlos Júnior e ao Alex pelos conselhos e grande amizade.

Aos professores Wellington, Rogério e Sebastian por todos os cafés e bate papo em intervalos de trabalho, em especial ao professor Rogério por desde a graduação ter sido um grande incentivador.

Agradeço ao professor Orlando pelas sugestões e discussões que foram essenciais para a produção deste trabalho.

Ao CNPq pelo apoio financeiro para realização deste trabalho de pesquisa.

Novamente agradeço a Deus por TUDO, cada momento, cada decisão, cada passo, cada lágrima, cada sorriso, pois Nele, por Ele, e para Ele são todas as coisas.

Resumo

Este trabalho consiste em uma extensão do artigo de Asano e Minakata ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)) em que são calculadas fórmulas analíticas para probabilidade de oscilação entre sabores de neutrinos com a inclusão de interação não padrão através de teoria de perturbação. Neste trabalho é apresentado o mecanismo de oscilação induzido por massa, apresentamos os efeitos da inclusão de interação não padrão. Discutimos o efeito de oscilação sob influência de um potencial efetivo devido a interação com a matéria, seja a interação padrão ou não padrão. São apresentadas expressões analíticas inéditas calculadas através de teoria de perturbação para tais casos além de resultados para escalas experimentais de VLBL e LBL (como é o caso do experimento DUNE). O diferencial dessas expressões para o calculado por ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)) é que não foram feitas expansões em ϵ_{ee} , $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu}$ e $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$. E ainda, $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ foi expandido em conjunto com s_{13} , valor aproximadamente 10 vezes maior que o calculado por ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)). Os parâmetros restantes de NSI foram mantidos da ordem de s_{13}^2 como Asano e Minakata. Através das fórmulas obtidas foram realizados alguns estudos de degenerescência no setor $e - \mu$ comparando com o trabalho de Pilar Coloma ([COLOMA; SCHWETZ, 2016](#)). Usando o mesmo formalismo foram obtidas fórmulas analíticas para mudança de meio quando o potencial de matéria tem a forma de degraus.

Palavras-chaves: neutrinos. física de altas energias. teoria de perturbação.

Abstract

This work consists of an extension of the [ASANO; MINAKATA](#) article in which non-standard interaction analytical formulas were calculated through perturbation theory. In this work is presented the oscillation mechanism induced by mass, it is also included non-standard interaction effects. We present new analytical expressions calculated through perturbation theory, they work good for VLBL and LBL (has is the case for DUNE experiment). The main difference between our expressions and those calculated by ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)) is: the expansions were not done in ϵ_{ee} , $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu}$ and $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$. Also, $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ was expanded together with s_{13} , 10 times bigger than those calculated by ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)). The other parameters were kept to the s_{13}^2 order as Asano and Minakata. Through the obtained formulas we present a study about degeneracy at the $e - \mu$ sector and compare with the Pilar Coloma results ([COLOMA; SCHWETZ, 2016](#)). Through the same formalism we found analytical formulas for mediums that can be approximated by steps.

Keywords: neutrino. high energy physics. perturbation theory.

Lista de ilustrações

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Gráfico da probabilidade de sobrevivência para $\sin^2 2\theta = 1$ e $\Delta m^2 L = 1$. A energia está expressa em GeV. | 16 |
| Figura 2 – Gráfico da probabilidade de oscilação para $\sin^2 2\theta = 0.8$ e $\Delta m^2 L = 1$. A energia está expressa em GeV. | 17 |
| Figura 3 – Número de Eventos no FD por Energia divulgados pelo experimentos MINOS. A figura pode ser encontrada em (ADAMSON et al., 2011). | 18 |
| Figura 4 – Nossos resultados para o número de Eventos no FD por Energia. O gráfico apresenta 3 tipos de dados, a previsão teórica sem a necessidade do mecanismo de oscilação, obtida em (ADAMSON et al., 2011). A previsão teórica com oscilação calculada através de nossa análise simplificada. E os dados obtidos no experimento MINOS (ADAMSON et al., 2011). | 19 |
| Figura 5 – Nas figuras acima plotamos a dependência dos parâmetros efetivos em relação aos parâmetros NSI. Aqui fizemos $V_{NSI} = 1$, para as linhas pontilhadas fixamos $\epsilon = 1$ e variamos $\Delta\epsilon$, para as linhas contínuas fixamos $\Delta\epsilon = 1$ e variamos ϵ | 21 |
| Figura 6 – Diagrama para hierarquia de massas. | 22 |
| Figura 7 – Forma da densidade em castelo. | 37 |
| Figura 8 – Na figura acima temos o fluxo de neutrinos provenientes de cada reação em $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{MeV}^{-1}$ para as superfícies e $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ para as linhas verticais. A figura que pode ser encontrada no website de John Bahcall (http://www.sns.ias.edu/~jnb/) foi construída usando o modelo BS05(OP) (BAHCALL; SERENELLI; BASU, 2005) | 48 |
| Figura 9 – Dependência zenital do fluxo de neutrinos atmosféricos para três energias em Kamioka. As linhas grossas são para Monte Carlo 3D e as linhas pontilhadas para 1D. A figura é resultado de (HONDA et al., 2004). | 49 |
| Figura 10 – Fluxo de antineutrinos eletrônicos, seção de choque do decaimento beta inverso, e espectro de interação no detetor: (a) e (b) se referem a 12 toneladas de água num detetor localizado a 800 metros de um reator de $12 \text{ GW}_{\text{th}}$; (c) se refere a seção de choque da reação de detecção. A figura é resultado de (BEMPORAD; GRATTA; VOGEL, 2002). | 50 |

| | |
|--|----|
| Figura 11 – Em amarelo, verde, vermelho e preto estão as taxas dos fluxos de neutrinos solares previstos pelo modelo BP05 devido a cada processo, em azul os fluxos experimentais medidos em cada experimento, com Cl, radiação Cherenkov, Gálio e o fluxo medido de neutrinos eletrônicos (4ª coluna) e fluxo de todos os neutrinos sem distinção de sabor (5ª Coluna). A figura pode ser encontrada no site de John Bahcall. http://www.sns.ias.edu/jnb/ | 53 |
| Figura 12 – Resultados da análises de experimentos de neutrinos solares em duas gerações solares em pontilhado e de neutrinos de reator para o experimento KamLand em colorido. Solar Neutrinos - Disponível em: https://www.researchgate.net/230613697_a-Allowed-region-of-the-neutrino-oscillation-parameter-from-KamLAND-antineutrino-data | 53 |
| Figura 13 – Representação geométrica da entrada de um neutrino no planeta terra. Figura retirada de (KAJITA, 2012). | 54 |
| Figura 14 – Distribuição Zenital para eventos totalmente contidos de 1-anel, e -like e μ -like com energia visível $< 1,33$ GeV (sub-GeV) e $> 1,33$ GeV (multi-GeV). As linhas pontilhadas mostram os eventos caso não houvesse oscilação, e a linha sólida mostra o melhor ajuste esperado para oscilação entre ν_μ e ν_τ (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016). | 55 |
| Figura 15 – Comparação em contornos de 90% de confiança para parâmetros de oscilação atmosférica dos dados de T2K, MINOS, SuperKamiokande e Icecube. Foi assumida hierarquia normal (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016). | 55 |
| Figura 16 – Comparação do fluxo previsto para três OA diferentes com a probabilidade de sobrevivência do múon. Figura obtida em http://pdg.lbl.gov/2016/figures/figures.html . | |
| Figura 17 – Dependência da função χ^2 para a análise global dos dados solares, atmosféricos, de reator e acelerador em parâmetros de NSI $\epsilon_{\alpha\beta}$. $f = u$ (painel superior) e $f = d$ (painel inferior), para LMA (azul) e LMA-D (vermelho). Figura obtida em (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016). | 59 |
| Figura 18 – Resultados de Asano e Minakata (2011) comparando a teoria de perturbação em segunda ordem(vermelho), com o resultado exato(verde) tanto para 1000 km como para 4000 km. Os resultados foram obtidos considerando uma densidade de $2,8$ g/cm ³ para 1000 km e $3,6$ g/cm ³ para 4000 km. Figura 3 do artigo (ASANO; MINAKATA, 2011). | 67 |
| Figura 19 – Comparação das probabilidades até suas respectivas ordens para um neutrino se propagando através de 1000 km num meio de densidade $2,8$ g/cm ³ . | 67 |

| | |
|---|----|
| Figura 20 – Comparação das probabilidades até suas respectivas ordens para um neutrino se propagando através de 4.000 km num meio de densidade 3,6 g/cm ³ | 68 |
| Figura 21 – Comparação de $P_{e\mu}$ com o resultado exato através da probabilidade absoluta $\frac{ P_{e\mu}^{Asano} - P_{e\mu}^{Exato} }{P_{e\mu}}$. Figura 2 da referência (ASANO; MINAKATA, 2011). | 68 |
| Figura 22 – Densidade em escada para dois meios. | 69 |
| Figura 23 – Diagrama de interação entre os meios. | 71 |
| Figura 24 – Comparação do resultado analítico via teoria de perturbação com o resultado numérico via Runge-Kutta para VLBL de $L = 3800km$. Em cada caso o valor da densidade, dos parâmetros de NSI que forem diferentes de zero e a ordem de perturbação estão indicados nos gráficos. Nós encontramos um bom acordo entre as soluções numéricas e as perturbadas até ordem $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ para distâncias menores que 3800km e para densidades $\rho = 2.8g/cm^3$ e $3.6g/cm^3$ e para $\epsilon_{e\tau} = 0.05$ e $\epsilon_{\tau\tau} = 0.01$. Quando aumentamos ambos os valores de NSI para 0.1 encontramos um péssimo acordo entre as ordens $\mathcal{O}(\epsilon = 1 + 3/2 + 2)$ e a solução numérica. Nosso modelo numérico também reproduziu os resultados de (MIRANDA; NUNOKAWA, 2015) tanto os casos de $P_{e\mu}$ quanto $P_{\mu\mu}$ | 80 |
| Figura 25 – Comparação do resultado analítico via teoria de perturbação com o resultado numérico via Runge-Kutta para VLBL de $L = 1300km$. Em cada caso o valor da densidade, dos parâmetros de NSI que forem diferentes de zero e a ordem de perturbação estão indicados nos gráficos. Nós encontramos um bom acordo entre as soluções numéricas e as perturbadas até ordem $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ para distâncias menores que 3800km e para densidade $\rho = 2.8g/cm^3$ e para $\epsilon_{e\tau} = 0.05$ e $\epsilon_{\tau\tau} = 0.01$ | 81 |
| Figura 26 – Gráfico do módulo da diferença $\frac{ P_{SO} - P_{NSI} }{P_{SO}}$, as cores vão do branco, diferença maior que 0,5, ao preto, diferença zero. | 82 |
| Figura 27 – Resultados de um ajuste de dados simulados para o DUNE. Foi assumido hierarquia normal, e feito um ajuste permitindo valores de ϵ_{ee} e $\epsilon_{e\tau}$ diferentes de zero. AS regiões sombreadas correspondem a análise apenas para o experimento DUNE, enquanto as curvas de contorno incluem vínculos de análises globais e do experimento CHARM. Foi marginalizado sobre Δm_{31}^2 , δ_{cp} , θ_{23} e sobre a fase de $\epsilon_{e\tau}$. Figura retirada de (COLOMA; SCHWETZ, 2016). | 83 |

Figura 28 – Neutrino atravessando três diferentes meios com densidades variando. "Matter" é matéria com densidade $\rho = 2.8 \text{ g/cm}^3$ (80%), "Air" assumimos ar aproximadamente vácuo $\rho = 0.0 \text{ g/cm}^3$ (20%) cada. Então temos na primeira figura, um neutrino atravessando 10% de ar, 10% de ar e 80% de matéria. Na segunda figura, um neutrino atravessando 40% de matéria, 20% de ar e 40% de matéria. 85

Lista de tabelas

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Parâmetros de oscilação em três sabores para os fits de (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016). | 63 |
| Tabela 2 – Relação entre a matriz de NSI na base de propagação e de sabor. | 74 |
| Tabela 3 – Comparação da Perturbação | 79 |
| Tabela 4 – Comparação da Perturbação | 88 |
| Tabela 5 – Matrizes Γ | 101 |
| Tabela 6 – Γ 's e s_a | 101 |
| Tabela 7 – Coeficientes da Transformada de Fierz | 103 |

Lista de abreviaturas e siglas

| | |
|------|--------------------------------------|
| CC | Corrente Carregada |
| NC | Corrente Neutra |
| MSW | Mikheyev–Smirnov–Wolfenstein |
| SNP | Problema do Neutrino Solar |
| SO | Oscilação Padrão |
| NSI | Interação Não Padrão |
| DUNE | Deep Underground Neutrino Experiment |

Sumário

| | | |
|------------|---|-----------|
| | Introdução | 1 |
| 1 | TEORIA DE OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS | 9 |
| 1.1 | Formalismo Padrão de Oscilação de Neutrinos | 9 |
| 1.1.1 | Distinção entre neutrino e antineutrino no caso da oscilação | 13 |
| 1.2 | Oscilação de neutrinos em duas gerações | 14 |
| 1.2.1 | Oscilação de Neutrinos Induzida por Interação Não Padrão em Duas Gerações | 18 |
| 1.3 | Neutrinos em Três Gerações | 20 |
| 2 | OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS NA MATÉRIA | 25 |
| 2.1 | Interação Fraca | 25 |
| 2.1.1 | O Grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ | 27 |
| 2.2 | O Potencial Efetivo | 28 |
| 2.3 | Alterações no mecanismo de oscilação devidas ao efeito de matéria | 30 |
| 2.3.1 | Oscilações em duas gerações e o efeito MSW | 31 |
| 2.3.1.1 | Caso Não Adiabático | 34 |
| 2.3.2 | Aproximação em Degraus | 35 |
| 2.4 | Três Gerações na Matéria | 37 |
| 2.4.1 | Dominância de Δm_{31}^2 | 38 |
| 2.5 | Matéria e Interações não Padrão | 40 |
| 2.5.1 | Extensões do Modelo Padrão Para Interação de Neutrinos | 40 |
| 2.5.2 | A interação não padrão efetiva | 41 |
| 2.5.3 | NSI em duas gerações de neutrinos na matéria constante | 43 |
| 3 | DESCRIÇÃO GERAL E FENOMENOLOGIA | 47 |
| 3.1 | Fontes de Neutrinos | 47 |
| 3.1.1 | Neutrinos Solares | 48 |
| 3.1.2 | Neutrinos Atmosféricos | 48 |
| 3.1.3 | Aceleradores e Reatores | 50 |
| 3.2 | Experimentos e Fenomenologia | 51 |
| 3.2.1 | Experimentos com Neutrinos Solares | 51 |
| 3.2.2 | Experimentos com Neutrinos Atmosféricos | 54 |
| 3.2.3 | Experimentos em Reatores e Aceleradores | 56 |
| 3.3 | Status de Interação não Padrão em Experimentos de Oscilação | 57 |

| | | |
|------------|---|------------|
| 4 | TEORIA DE PERTURBAÇÃO APLICADA EM OSCILAÇÃO DE NEUTRINOS | 61 |
| 4.1 | Teoria de Perturbação $\sqrt{\epsilon}$ | 62 |
| 4.2 | Probabilidade no setor $\nu_e-\nu_\mu$ | 65 |
| 4.2.1 | Evolução com Mudança de Meio | 68 |
| 4.3 | Teoria de perturbação incluindo interação não padrão | 71 |
| 4.3.1 | Oscilação de neutrinos com interação não padrão e degenerescência | 79 |
| 4.3.2 | Teoria de perturbação com interação não padrão e mudança de meio | 83 |
| | Conclusão e Trabalhos Futuros | 87 |
| | REFERÊNCIAS | 89 |
| | APÊNDICES | 99 |
| | APÊNDICE A – TRANSFORMADA DE FIERZ | 101 |
| | APÊNDICE B – DOMINÂNCIA DE Δm^2 | 105 |
| B.1 | Dominância de Δm^2 grande | 105 |
| | APÊNDICE C – POTENCIAL EFETIVO DE INTERAÇÕES | 107 |
| | ANEXOS | 111 |
| | ANEXO A – COMPONENTES DA MATRIZ \tilde{S} | 113 |

Introdução

O neutrino talvez seja a partícula mais intrigante da história da física e participou de quase todo o progresso da física de partículas.

A história do Neutrino tem início em meio à evolução da física de partículas. Em 1940 a estrutura atômica já era conhecida em termos bem estabelecidos, já haviam sido descobertos o elétron (THOMSON, 1897) como uma partícula, o próton e o nêutron, e até a estrutura de orbitais atômicos através da equação de Schrödinger (SCHRÖDINGER, 1926). A hipótese inicial para a pesquisa em neutrinos foi dada através da famosa carta de Pauli no ano de 1930. A carta foi enviada para participantes de uma conferência nuclear em Tübingen e discutia a necessidade de uma partícula de massa muito pequena e de carga nula que fosse emitida durante o decaimento beta, carregando consigo uma quantidade de energia. A energia no processo beta aparentemente não era conservada (BILENKY, 2013). Na verdade, parte da energia perdida no processo seria carregada pelo neutrino. Para resolver o problema da conservação de energia em experimentos como o de Ellis e Wooster realizado em 1927 que media o espectro das partículas β ao se desintegrarem do núcleo de rádio (ELLIS; WOOSTER, 1927), Pauli propôs que uma partícula de spin 1/2 sem interação elétrica, carregava a energia que faltava. O espectro do decaimento beta podia ser explicado por um decaimento em três corpos, mas não em dois. A existência do neutrino para a época era uma hipótese um tanto metafísica, já que essa partícula não poderia ser detectada na época.

Pauli fez a proposta mas não elaborou nenhuma teoria. A primeira teoria para descrever a dinâmica do neutrino foi proposta por Fermi (1934). Cabe observar que no período em que Pauli fez sua proposta, a partícula havia sido batizada de nêutron. No entanto com a descoberta do nêutron moderno por J. Chadwick (CHADWICK, 1932) em 1932, partícula tão pesada quanto o próton que compõe os núcleos atômicos, Fermi propôs que a partícula emitida no decaimento beta juntamente com o elétron, fosse chamada de neutrino (do Italiano "nêutron pequeno").

Partindo da bem sucedida eletrodinâmica, Fermi postulou sua teoria em analogia com a emissão de um fóton por um elétron. A nova teoria também chamada teoria de quatro pontas usada para explicar a produção do par neutrino-elétron através do decaimento de um próton em um nêutron, tinha como base o seguinte hamiltoniano para o decaimento β :

$$\mathcal{H}^\beta = G_F \bar{p}(x) \gamma_\alpha n(x) \bar{e}(x) \gamma_\alpha \nu(x) + \text{h.c.}, \quad (1)$$

onde G_F é chamada constante de Fermi e o parâmetro experimental associado à intensidade da interação. Esse hamiltoniano explica reações do tipo:



Se o neutrino existe e interage através do vértice de Fermi, deveria ser possível detectá-lo. A primeira estimativa da seção de choque do neutrino foi feita por Bethe e Peierls ([BETHE, 1935](#)) no mesmo ano em que Fermi propôs sua teoria. O limite obtido foi:

$$\sigma < 10^{-44} \text{cm}^2 \quad (2)$$

que corresponde a um comprimento de absorção em água de aproximadamente 10 ano-luz. A única forma de detectarmos neutrinos seria se houvessem grandes fluxos de neutrinos no universo.

A ideia de uma interação fundamental que envolva neutrinos, elétrons, múons e núcleos veio apenas em 1947, através de um artigo publicado por B. Pontecorvo ([PONTECORVO, 1947](#)). A proposta não incluía apenas elétrons, mas também processos envolvendo múons como:

$$\mu^{-} + n \rightarrow p + \nu \quad (3)$$

Em 1957 o resultado de um experimento realizado por Wu e colaboradores ([WU et al., 1957](#)) demonstrou violação da paridade em larga escala nas interações fracas. A teoria de Fermi, a qual não viola paridade¹, teve de ser substituída por uma nova teoria em que houvesse tal violação. O hamiltoniano mais geral para a interação fraca teria a seguinte forma:

$$\mathcal{H}^{\beta} = \sum_{i=S,V,T,A,P} \bar{p}(x) O_i n(x) \bar{e}(x) O^i (G_i + G'_i \gamma_5) \nu(x) + \text{h.c.}, \quad (4)$$

aqui:

$$O^i \rightarrow 1(S), \gamma^{\alpha}(V), \sigma^{\alpha\beta}(T), \gamma^{\alpha}\gamma_5(A), \gamma_5(P) \quad (5)$$

e G_i corresponde à parte escalar do hamiltoniano e G'_i à parte pseudoescalar ([BILENKY, 2013](#)).

Mais tarde em 1958 ([GOLDHABER; GRODZINS; SUNYAR, 1958](#)), Goldhaber, Grodzins e Sunyar mediram a helicidade do neutrino. Esse resultado é compatível com a

¹ Dizemos que uma teoria viola paridade caso a lagrangiana seja invariante a transformação $x \rightarrow -x$

teoria de duas componentes em que o neutrino interagente é autoestado de mão esquerda $\nu_L(x)$. Com isso o hamiltoniano toma a forma (FEYNMAN; GELL-MANN, 1958):

$$\mathcal{H}^\beta = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{p}(x) \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) n(x) \bar{e}(x) \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu(x) + \text{h.c.}, \quad (6)$$

Do ponto de vista experimental a detecção do neutrino só foi realizada em 1956 (REINES; COWAN, 1956). O experimento foi realizado empregando um reator nuclear que havia sido usado durante a segunda guerra mundial. Para detectar o neutrino tanques de cloreto de cádmio foram colocados próximos ao reator. Reines e Cowan realizaram o experimento na Carolina do Sul, EUA, e encontraram a assinatura do que se esperava ser um neutrino; assim começa uma série de experimentos para a busca por neutrinos provenientes das mais diversas fontes. Mas ainda haviam muitas questões decisivas em aberto sobre o neutrino. Seria o neutrino sua própria antipartícula? Antes mesmo da descoberta do neutrino, Carl Anderson já havia detectado o pósitron como previsto por P. M. Dirac e também já existia uma teoria bem elaborada sobre a relação entre partículas e antipartículas. Porém uma das características que eram diferentes entre pósitron e elétron era sua carga, característica que o neutrino não possuía. O neutrino teoricamente e experimentalmente até então possuía carga zero.

Ao fim da década de 50 Davies e Hamer realizaram um experimento em Savannah River (JR; HARMER, 1959), em que desejavam testar se a partícula produzida no decaimento β (que na verdade era um antineutrino) poderia produzir elétrons através da reação do tipo decaimento beta inverso,



Não encontraram a reação para um limite superior de seção de choque de $\sigma \sim 10^{-45} \text{cm}^2$. Para explicar esse resultado, podemos assumir que exista um número leptônico $L = +1$ para partículas e $L = -1$ para antipartículas e que ele se conserva nas interações fracas. Um outro problema existente na época relacionado à conservação, era que a reação de um múon decaindo em um elétron e um fóton não ocorria, e não havia nenhuma lei conhecida que impossibilitasse essa reação. A sugestão imediata seria a conservação de um novo número quântico. Esses novos números quânticos, L_e e L_μ representariam a conservação de "eletronicidade" e "muonicidade" respectivamente e mais tarde "tauonicidade". Porém ao mesmo tempo que essa hipótese era uma solução, também trazia consigo um problema; como explicar a reação já observada:



A explicação para esse problema exigia uma nova hipótese, a existência de dois tipos

de neutrinos correspondentes aos números quânticos leptônicos conhecidos, eletrônico e muônico. A confirmação experimental da existência do neutrino de elétron ν_e e do neutrino de múon ν_μ veio em 1962 com um experimento realizado por Lederman e colaboradores (DANBY et al., 1962). Assim a equação (8) se torna:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e. \quad (9)$$

Nos anos que se seguiram através de trabalhos de Cabibbo, Kobayashi, Maskawa, Glashow e muitos outros, a teoria de interação fraca foi se estabelecendo no modelo padrão como conhecemos hoje (CABIBBO, 1963; KOBAYASHI; MASKAWA, 1973; GLASHOW; ILIOPOULOS; MAIANI, 1970).

Até agora não falamos sobre a massa do neutrino. Nas primeiras décadas após a proposta de Pauli, era comum o pensamento de que o neutrino fosse uma partícula sem massa. No entanto antes mesmo da confirmação da existência de diferentes neutrinos associados a diferentes léptons, em 1957-58 surge a primeira proposta para o que conhecemos hoje como mecanismo de oscilação de neutrinos, feita por Pontecorvo (PONTECORVO, 1957; PONTECORVO, 1958). Inspirado pela oscilação entre estados das partículas \bar{K}_0 e K_0 (GELL-MANN, 1955), Pontecorvo propôs a oscilação induzida por massa entre neutrino e antineutrino de mesma helicidade. Um dos neutrinos que participaria da oscilação era chamada neutrino *estéril*, pois não participava da interação fraca. Assim que o neutrino de múon foi descoberto, Pontecorvo publicou um artigo (PONTECORVO, 1968) em que discutia a possibilidade de oscilação entre sabores. Nos anos que se seguiram houve contribuição de outros pesquisadores para a construção da teoria na forma como temos hoje (MAKI; NAKAGAWA; SAKATA, 1962).

Conhecemos hoje três tipos de neutrinos, cada um associado a um lépton: neutrino do tau, neutrino do elétron e neutrino do múon. Hoje, através de experimentos com decaimento de Z_0 , sabemos que o número máximo de famílias para neutrinos leves é de três famílias (DECAMP et al., 1990). Associamos aos autoestados de sabor ν_l da interação fraca cada tipo de neutrino. Os autoestados de sabor são usados para construir o hamiltoniano da interação fraca. Para a interação de um neutrino com um lépton carregado, quando esta é mediada pelo bóson W , o hamiltoniano tem a seguinte forma:

$$\mathcal{H}_w = gW_\mu(83GeV) \sum_{l=e,\mu,\tau} i\bar{l}\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\nu_l + \text{h.c.}, \quad (10)$$

g está associada à intensidade do acoplamento entre o bóson e o lépton na interação.

A hipótese chave para o formalismo moderno de oscilação de neutrinos é supor que os autoestados de sabor podem ser escritos como uma combinação linear de estados ν_m , onde os estados ν_m são autoestados de massa, de forma que cada estado m possui uma massa M_m associada. A combinação linear entre esses estados será feita de uma forma

análoga à matriz de Kobayashi-Maskawa para quarks usando uma matriz de mistura U , como segue abaixo:

$$\nu_l = \sum_m U_{lm} \nu_m. \quad (11)$$

A necessidade do formalismo de oscilação vem do número de neutrinos observados estar abaixo do esperado em alguns experimentos. Ainda na década de 60, R. Davies já havia iniciado seu famoso experimento para detecção do neutrino solar (CLEVELAND et al., 1998) e em 1968 os primeiros resultados foram obtidos apontando para um fluxo menor do que o esperado pelos cálculos de Bahcall (BAHCALL; BAHCALL; SHAVIV, 1968). Esse fato levou Pontecorvo a supor a possibilidade do *Problema do Neutrino Solar* (PNS). No entanto, não havia nenhuma evidência concreta em favor da oscilação de neutrinos até o momento.

Nos anos que se seguiram, dos anos oitenta até os anos noventa do século 20, uma série de experimentos começou a indicar e favorecer o mecanismo de oscilação induzido por massa. Em 1989 observações de neutrinos solares do experimento Kamiokande (HIRATA et al., 1989) apontaram um déficit de 50% no fluxo de neutrinos solares em relação ao previsto pelo SSM (Modelo Solar Padrão). Ao mesmo tempo dados do Kamiokande e IMB observaram uma queda significativa no fluxo de neutrinos atmosféricos em relação ao esperado (HIRATA et al., 1988), efeito que foi chamado de *Anomalia do Neutrino Atmosférico*. Nesse mesmo período também foi feita a primeira observação de um neutrino produzido em supernova, a SN1987A. Além dessas, também podemos destacar, as observações das colaborações GALLEX (ANSELMANN et al., 1994) e SAGE (ABDURASHITOV et al., 1994) as quais mostraram uma taxa de neutrinos solares duas vezes menor que a prevista. Esses experimentos eram mais sensíveis aos neutrinos solares de energia mais baixa, portanto eram sensíveis a praticamente todo o ciclo de nucleossíntese solar.

Em 1998 foram divulgados os resultados dos dois anos de coleta de dados do grande experimento Super-Kamiokande (FUKUDA et al., 1998), um grande tanque de água construído em Kamioka no Japão que estudou neutrinos atmosféricos. A colaboração mediu uma assimetria entre o fluxo de neutrinos que vinha de cima e os que vinham de baixo. Esses foram os primeiros resultados independentes de modelos em favor da oscilação de neutrinos. Foi a partir daí que começou a era de grandes experimentos de oscilação de neutrinos. Em 2002, o experimento SNO, foi o primeiro experimento a obter resultados em favor da oscilação de neutrinos solares independentes de modelos teóricos. O diferencial do SNO é que ele também detectava o fluxo de neutrinos via corrente neutra, que é sensível a todos os sabores de neutrinos. O experimento pôde concluir, com isso, que o fluxo de neutrinos eletrônicos era três vezes menor que o fluxo total de neutrinos e que o número total de neutrinos medidos concordava com o valor teórico previsto pelo modelo de oscilação. Nos anos que se seguiram, outros experimentos divulgaram resultados em favor

da oscilação de neutrinos. Podemos citar, MINOS (ADAMSON et al., 2011), KamLAND (EGUCHI et al., 2003), K2K (AHN et al., 2006) e muitos outros (APOLLONIO et al., 2003; ABE et al., 2012; AN et al., 2012; AHN et al., 2012; ADAMSON et al., 2016).

A partir daí a física de neutrinos iniciou um período de refinamento de parâmetros teóricos. O modelo de oscilação possui seis parâmetros livres: três ângulos de mistura, duas diferenças de massa e uma fase CP. Sabemos que o ângulo de mistura θ_{12} e a diferença de massa Δm_{21}^2 tem maior influência em experimentos de escala solar, ângulo de mistura θ_{23} e a diferença de massa Δm_{32}^2 têm maior influência em experimentos de escala atmosférica. Hoje sabemos que $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$ e $\sin^2 \theta_{31}$ também pode ser considerado pequeno dentro de certas circunstâncias; no entanto, nem sempre foi assim. Os primeiros experimentos envolvendo neutrinos, como KamLAND, SNO, Super-Kamiokande e CHOOZ quando analisados usando as três gerações de neutrinos, geravam apenas limites superiores (APOLLONIO et al., 2003) para θ_{13} e não um limite inferior. Até então ele poderia ser considerado zero ou bem pequeno sem muitos problemas. Esse fato tem importantes consequências no trabalho realizado nessa dissertação: se considerarmos θ_{13} zero, a fase CP não tem tanta influência na oscilação e as três gerações não tem tanta relevância nas análises globais. Da mesma forma, quanto menor for θ_{13} , mais a teoria tende para esse regime.

A primeira indicativa para θ_{13} diferente de zero foi feita pelo experimento T2K (ABE et al., 2011), o primeiro experimento *off-axis*², seguido por resultados do MINOS e Double Chooz. Foi apenas em 2012 que medidas de θ_{13} foram realizadas pelos experimentos Chinês Daya Bay (AN et al., 2012) e Sul Coreano RENO (AHN et al., 2012) excluindo o valor zero em 5.2σ .

Houve esforço de grandes colaborações científicas para obter novas e melhores medidas em experimentos de aparecimento e desaparecimento de neutrinos. Apesar do grande avanço feito nas últimas décadas, ainda temos alguns parâmetros da teoria não medidos. Violação de CP e a hierarquia de massas ainda são questões em aberto. Além disso muitas outras perguntas podem ser feitas, como por exemplo: qual a natureza da massa dos neutrinos; neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana; quais os valores absolutos das massas dos neutrinos ou até mesmo se existem outros estados de neutrinos massivos (GIUNTI; KIM, 2007).

Questões importantes, como essas, também abrem espaço para perguntas que são feitas acerca do modelo padrão de partículas e podem ter influência sobre a oscilação entre sabores de neutrinos. Nos capítulos 2 e 4 deste trabalho faremos um tratamento sobre o efeito de interações não padrão na oscilação de neutrinos.

² Experimentos do tipo *off-axis* são experimentos de acelerador em que o detector não é colocado na direção do feixe de partículas. O detector é colocado fora do eixo do feixe de forma que o fluxo de neutrinos fica concentrado na energia desejada.

De forma padrão quando se estuda oscilação de neutrinos, assume-se que a nova física vem da massa do neutrino, e as interações dos neutrinos são dadas pelo modelo padrão. Hoje através de todos os experimentos, o mecanismo de oscilação induzido por massa está estabelecido. Porém, antes que isso acontecesse, o concorrente direto da teoria era a oscilação induzida por interação não padrão através do efeito MSW³. O próprio Wolfenstein já havia citado essa possibilidade em seu artigo de 1978. Também havia a proposta de que o problema do neutrino solar fosse resolvido pela introdução de interação não padrão ao invés de massa (VALLE, 1987; BARGER; PHILLIPS; WHISNANT, 1991; GUZZO; MASIERO; PETCOV, 1991; GROSSMAN, 1995; BERGMANN, 1998) e outros estudos que explicavam a influência de interação não padrão em neutrinos produzidos em super novas (NUNOKAWA; ROSSI; VALLE, 1996; NUNOKAWA et al., 1996).

Após os resultados do Super-Kamiokande em 1998, a oscilação induzida por massa passou a ter mais relevância em comparação à oscilação induzida por interação não padrão. Antes de 1998, os físicos estavam focados em explicar o problema do neutrino solar. Então todas as alternativas ao mecanismo de oscilação tinham como objetivo explicar o desaparecimento de neutrinos eletrônicos. Porém após a confirmação do mecanismo de oscilação através de neutrinos atmosféricos, surgiram alguns trabalhos (GONZALEZ-GARCIA et al., 1999; LIPARI; LUSIGNOLI, 1999, 1999; GUZZO et al., 2001; FORNENGO et al., 2001) tentando explicar a oscilação do setor atmosférico através de interação não padrão. Alguns anos mais tarde vieram os resultados do SNO (AHMAD et al., 2002), que mais uma vez foram grande evidência para a oscilação padrão, que era a mais plausível na época. No entanto, outros modelos de física além do modelo padrão também explicavam os dados (GAGO et al., 2002), como a interação não padrão. Se houvesse algum experimento em que o neutrino se propagasse com pouca matéria em alguma escala de oscilação atmosférica ou solar que resultasse em desaparecimento ou aparecimento de neutrinos, certamente a interação não padrão deixaria de explicar os dados. E isso aconteceu em 2003, com os primeiros dados do reator KamLand, que colocou grandes limites para interação não padrão como melhor explicação para os experimentos que até então haviam sido realizados. No entanto ainda existia a possibilidade de que extensões do modelo padrão levassem à efeitos subdominantes de nova física. Alguns trabalhos foram publicados levando isso em consideração (GUZZO; HOLANDA; PERES, 2004; GONZALEZ-GARCIA; MALTONI, 2004; FRIEDLAND; LUNARDINI; MALTONI, 2004; BOLANOS et al., 2009).

Uma grande mudança veio por volta de 2011, com os resultados de Double Chooz, Daya Bay e RENO, os quais indicavam θ_{13} diferente de zero. Então o uso de três gerações para análise dos dados era essencial, e isso deixa as coisas um pouco mais complicadas, tanto para análise fenomenológica, quanto para que seja criada uma intuição física sobre o efeito de cada parâmetro na oscilação. Temos a análise global de Gonzalez Garcia

³ o efeito MSW é um efeito de ressonância devido a interação do neutrino com a matéria que estudaremos no capítulo ??

(GONZALEZ-GARCIA; MALTONI, 2013) que levou em conta tanto oscilação padrão como interação não padrão e outros trabalhos que levaram em conta o efeito de NSI no espaço de parâmetros (GIRARDI; MELONI; PETCOV, 2014). Dada então a complexidade das soluções para a propagação do neutrino, surge a necessidade de expressões analíticas simples para que possamos entender a influência de interação não padrão na probabilidade de oscilação e então no espaço de parâmetros. Isto facilitaria trabalhos futuros de análise fenomenológica de dados. No capítulo 4 trataremos desse problema, que é o tema principal deste trabalho.

Desde o surgimento da possibilidade de explicação dos dados de experimentos de oscilação através de interação não padrão, foram calculadas fórmulas analíticas para explicar oscilação. As primeiras fórmulas envolviam apenas duas gerações e matéria constante. Porém, quando envolvemos matéria no hamiltoniano e três gerações, as expressões analíticas se tornam complexas (BARGER et al., 1980; KIM; SZE, 1987; ZAGLAUER; SCHWARZER, 1988; OHLSSON; SNELLMAN, 2000). Teoria de perturbação foi a ferramenta usada para encontrar fórmulas simples para evolução de neutrinos na matéria, inclusive com o acréscimo de interação não padrão. Inicialmente alguns trabalhos foram produzidos na tentativa de encontrar expressões simples e compactas através de expansões sobre parâmetros teóricos (KUO; PANTALEONE, 1986; JOSHIPURA; MURTHY, 1988; TOSHEV, 1987; D'OLIVO; OTEO, 1996; BELLANDI; GUZZO; AQUINO, 1997). Conforme os ângulos de mistura e diferenças de massa foram sendo medidos outros trabalhos surgiram, realizando expansões sobre curtas distâncias na matéria (AKHMEDOV, 2001; YASUDA, 2001), expandindo os parâmetros de matéria (ARAFUNE; KOIKE; SATO, 1997; MINAKATA; NUNOKAWA, 1998) e expandindo sobre a razão entre as massas $\Delta m_{SOL}^2/\Delta m_{ATM}^2$ e ângulo de mistura $\sin \theta_{13}$ (CERVERA et al., 2000; FREUND, 2001; AKHMEDOV et al., 2004). No capítulo 4 faremos estudos analíticos sobre uma das extensões da teoria de oscilação em três gerações quando incluirmos interação não padrão.

O desenvolvimento dessa dissertação passa por uma introdução histórica desde as bases características do neutrino, até mecanismo de oscilação, problema do neutrino solar e extensões do modelo padrão. Em seguida, no capítulo 1 faremos um estudo da teoria de oscilação no vácuo, para que fique claro o papel da massa e mistura na oscilação entre sabores. No capítulo 2 entenderemos a importância da matéria na oscilação e quais as consequências da inclusão de interação não padrão no modelo de oscilação. No capítulo 3 será apresentada uma visão geral da física de neutrinos hoje através de experimentos e resultados recentes que servem de evidência para teoria de oscilação induzida por massa. Os resultados principais desta dissertação serão apresentados e explicados no capítulo 4 no qual usaremos teoria de perturbação (ASANO; MINAKATA, 2011) para encontrar expressões matemáticas para oscilação entre sabores que incluem interações não presentes no modelo padrão.

1 Teoria de Oscilação de Neutrinos

O mecanismo de oscilação de neutrinos foi proposto pela primeira vez por [Pontecorvo \(1958\)](#) inspirado no modelo de oscilação do $K^0 - \bar{K}^0$. A proposta para o setor de neutrinos é que a oscilação se dá pela diferença de massas entre os sabores de neutrinos. Isso gerava uma interferência entre fases e uma oscilação dos sabores. Dessa forma a oscilação se torna possível no vácuo se os neutrinos forem massivos e não diagonais segundo o operador de massa como veremos com mais detalhes adiante. A teoria ganhou força com resultados de experimentos que mostravam déficits no fluxo de neutrinos solares e assimetrias no fluxo atmosférico.

Hoje sabemos que os neutrinos interagem via interação fraca segundo três diferentes sabores, isto é, temos a corrente eletrônica, muônica e tauônica, cada lépton tem associado um neutrino de sabor correspondente de forma que o número leptônico individual é conservado numa interação fraca.

O formalismo padrão de oscilação de neutrinos, que apresentaremos aqui, surgiu somente em 1975-76 através de trabalhos de Eliezer, Swift, Fritzsche, Minkowski, Bilenky e Pontecorvo ([BILENKY; PONTECORVO, 1978](#)). Na década seguinte teorias concorrentes baseadas no efeito MSW ([WOLFENSTEIN, 1978](#)) surgiram como tentativa de explicar as anomalias atmosféricas e o fluxo solar. Neste capítulo apresentaremos a teoria de oscilação sem levar em conta o efeito MSW e sua concorrente oscilação induzida por interação não padrão ([GUZZO; MASIERO; PETCOV, 1991](#); [BARGER; PHILLIPS; WHISNANT, 1991](#)).

1.1 Formalismo Padrão de Oscilação de Neutrinos

Neutrinos são produzidos na natureza em sua maioria via corrente carregada(CC) em processos de interação fraca, e são detectados somente com energias acima da ordem de 100 KeV ([GIUNTI; KIM, 2007](#)). A lagrangiana da interação fraca via corrente carregada tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L}_I^{CC} = \left(\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=\{e,\mu,\tau\}} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L} \right) W_\rho, \quad (1.1)$$

ou seja, a interação de um campo W com uma corrente j_L^α . O campo por sua vez é gerado por outra corrente \tilde{j}_L^α , em que

$$j_L^\alpha = \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L}. \quad (1.2)$$

Neste capítulo trataremos apenas de neutrinos se propagando no vácuo; portanto, a lagrangiana 1.1 será desconsiderada por enquanto.

Na descrição padrão, o estado de um neutrino de momento e energia bem definidos, criado através de corrente carregada por um lépton ou quark qualquer f_α , pode ser descrito pela combinação linear de uma base que é diagonal na massa:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle. \quad (1.3)$$

Por hipótese, o espaço gerado pela base de massa é igual ao gerado pela base de sabor¹, ou seja, existem três autoestados de massa.

Um estado genérico pode ser descrito como:

$$|\nu\rangle = \sum_i \nu^i |\nu_i\rangle \quad \text{e} \quad |\nu\rangle = \sum_\alpha \nu^\alpha |\nu_\alpha\rangle, \quad (1.4)$$

em que $\nu^i = \langle \nu | \nu_i \rangle$ e $\nu^\alpha = \langle \nu | \nu_\alpha \rangle$, de onde é possível mostrar que:

$$\nu^\alpha = \sum_j U_{\alpha j} \nu^j \quad \text{e} \quad U_{\alpha i} = \langle \nu_\alpha | \nu_i \rangle. \quad (1.5)$$

Uma vez explicitada matematicamente a relação entre a base de massa e de sabor, podemos entender como será a evolução temporal dos estados através da equação de Schrödinger. Para isso devemos mostrar, que da lagrangiana de Dirac para neutrinos, podemos chegar na equação de Schroedinger. Portanto, seja a equação de Dirac:

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \frac{i}{2} \bar{\nu} \partial_\mu \gamma^\mu \nu - \bar{\nu} M \nu - \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \bar{\nu} \gamma^0 (1 - \gamma_5) B \nu. \quad (1.6)$$

Ao aplicarmos a equação de Euler-Lagrange, obtemos as equações para o campo de Dirac:

$$(i\partial - M)\nu = \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \gamma^0 (1 - \gamma_5) B \nu. \quad (1.7)$$

No entanto, os estados interagentes são os autoestados quirais ν_R e ν_L , portando vamos escrever os campos como soma de estados quirais $\nu = \nu_L + \nu_R$. Daí obtemos as seguintes equações:

$$i\partial \nu_R - M \nu_L = 0 \quad (1.8)$$

$$i\partial \nu_L - M \nu_R = \sqrt{2} G_F N_e \gamma^0 B \nu_L. \quad (1.9)$$

¹ É possível uma descrição com mais de três estados de massa, nesse caso seria necessária a existência de um ou mais neutrinos estéreis, que não interajam via interação fraca.

Para chegar a essas equações, substituímos os campos quirais na lagrangiana, usamos $\nu_R \nu_L = \nu_L \nu_R = 0$ e, através da equação de Euler-Lagrange, encontramos as expressões anteriores. Podemos eliminar ν_R da segunda equação através da primeira. Suponhamos campos estacionários, $\nu_L(x, t) = \nu_L(x) e^{-iEt}$ e, por enquanto, vamos desconsiderar a interação com a matéria. Sendo assim:

$$(E^2 - M^2 + \nabla^2) \nu_L = 0. \quad (1.10)$$

Definimos $\sqrt{F} = \sqrt{E^2 + M^2}$. Expandindo em torno de $M_{\alpha\beta} \ll E$, $\sqrt{F} = E + \frac{M^2}{2E}$. Isso nos permite reescrever a equação de evolução em uma dimensão como:

$$\left(E + \frac{M^2}{2E} - i \frac{d}{dx}\right) \left(E + \frac{M^2}{2E} + i \frac{d}{dx}\right) \nu_L(x) = 0. \quad (1.11)$$

Se desconsiderarmos neutrinos de momento negativo, ou seja, neutrinos propagando na direção contrária à considerada, obtemos a equação de Schroedinger. Isso nos possibilita adotar o tratamento convencional para equação de Schroedinger no caso do neutrino. Sendo assim prossigamos com a equação de Schroedinger:

$$\mathcal{H} |\nu_i\rangle = E_i |\nu_i\rangle, \quad (1.12)$$

em que $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$. Por hipótese, todos os autoestados de massa possuem o mesmo momento p . Dessa forma a evolução de um autoestado de massa será dado por

$$|\nu_i(t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle. \quad (1.13)$$

Por consequência, ao aplicarmos (1.3) em $|\nu_\alpha(t)\rangle = \mathcal{S}(t, 0) |\nu_\alpha\rangle$, obtemos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_i e^{-iE_i t} U_{\alpha i} |\nu_i\rangle, \quad (1.14)$$

e sabendo que $U^\dagger U = \mathbb{1}$, teremos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{i,\beta} e^{-iE_i t} U_{\alpha i} U_{i\beta}^* |\nu_\beta\rangle. \quad (1.15)$$

Só é possível medir neutrinos em regimes ultra-relativísticos, ou seja $m_i \ll |p|$. Podemos expandir a energia em termos de m_i muito pequeno e como $E_i \approx p$, faremos $p = E$:

$$E_i = p + \frac{m_i^2}{2E}. \quad (1.16)$$

Se ignorarmos o termo de fase global p a amplitude de transição de um estado $|\nu_\alpha\rangle$ para um estado $|\nu_\beta\rangle$ a probabilidade de transição fica:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \sum_i \sum_j U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(m_i^2 - m_j^2)t}. \quad (1.17)$$

Antes de prosseguir com o estudo dessa expressão, veremos outra forma de encontrar (1.17), através das componentes do operador de evolução temporal. Seja o operador de evolução temporal:

$$\hat{\mathcal{S}}(t) = e^{-i\hat{\mathcal{H}}t}. \quad (1.18)$$

Considerando todas as mesmas aproximações e hipóteses sobre a energia, as componentes de $\hat{\mathcal{S}}$:

$$\mathcal{S}_{ij} = \langle \nu_i | e^{-i\hat{\mathcal{H}}t} | \nu_j \rangle = \delta_{ij} e^{-ipx} e^{-i\frac{m_i^2 t}{2E}} \quad (1.19)$$

Aplicando a relação de fechamento das bases é possível encontrar as componentes de $\hat{\mathcal{S}}$ na base de sabor,

$$\mathcal{S}_{\alpha\beta} = \langle \nu_\alpha | e^{-i\hat{\mathcal{H}}t} | \nu_\beta \rangle = e^{-ipx} \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i\frac{m_i^2 t}{2E}}, \quad (1.20)$$

que é exatamente a amplitude de transição entre sabores. A probabilidade de transição fica então:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)|^2 = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i\frac{m_i^2 t}{2E}} \right|^2. \quad (1.21)$$

Partindo da equação (1.21) podemos encontrar uma forma mais intuitiva da probabilidade de oscilação.

$$\begin{aligned} & \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i\frac{m_i^2 t}{2E}} \right|^2 = \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\frac{m_i^2}{2E}t} e^{i\frac{m_j^2}{2E}t} = \\ & \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \left(e^{-i\frac{(m_j^2 - m_i^2)}{2E}t} - 1 \right) + \sum_{ij} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* = \\ & \left(\sum_{i < j} + \sum_{i > j} \right) U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \left(e^{-i\frac{(m_j^2 - m_i^2)}{2E}t} - 1 \right) + \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} \sum_j U_{\alpha j} U_{\beta j}^* = \\ & \sum_{i > j} \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* + U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \right) \left[\cos \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} t \right) - 1 \right] + \\ & \sum_{i > j} \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* + U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} \right) \left[i \sin \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} t \right) \right] + \delta_{\alpha\beta}, \quad (1.22) \end{aligned}$$

através de relações trigonométricas e complexas

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} 2\mathcal{R}e \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin^2 \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} t \right) + 2 \sum_{i>j} \mathcal{I}m \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} t \right). \quad (1.23)$$

Chamamos as probabilidades de transição $\alpha \neq \beta$, *probabilidades de transição entre sabores* e para $\alpha = \beta$ *probabilidades de sobrevivência*. Para o caso do neutrino, só conseguimos medir partículas ultra-relativísticas. Nesse caso teremos $t \approx L$, onde L é a distância percorrida pelo neutrino da fonte até o detetor. Portanto:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} 2\mathcal{R}e \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin^2 \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} L \right) + 2 \sum_{i>j} \mathcal{I}m \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} L \right) \quad (1.24)$$

Da expressão anterior, concluímos que a oscilação depende apenas da razão:

$$\phi = \frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} L. \quad (1.25)$$

Podemos definir também o comprimento de oscilação:

$$L_{ij}^{\text{OSC}} = \frac{4\pi E}{\Delta m_{ij}^2}, \quad (1.26)$$

onde $\Delta m_{ij}^2 = m_j^2 - m_i^2$. Se o comprimento de oscilação for muito pequeno, a oscilação será muito sensível a qualquer variação da posição. Dependendo da sensibilidade um detetor que possa distinguir a energia dos neutrinos interagentes, terá apenas uma leitura média do espectro de energia. Outra quantidade importante para se observar é a razão L/E . As quantidades L e E , são muito importantes pois são elas que nos limitam experimentalmente. L , quase sempre, é a distância entre a fonte de neutrinos e o detetor. E é a energia do neutrino limitada pela tecnologia existente para os detectores e pelas fontes naturais de neutrinos que produzem neutrinos em faixas bem determinadas de energia.

Vale ressaltar que nessa descrição usamos a *suposição dos momenta iguais*, ou seja, todos os autoestados de massa possuem o mesmo momentum, o que não é a hipótese realista, mas serve bem para os objetivos deste trabalho (GIUNTI; KIM, 2007, 289).

1.1.1 Distinção entre neutrino e antineutrino no caso da oscilação

Nós calculamos a probabilidade de transição, mas até agora não falamos em neutrinos ou anti-neutrinos, como poderíamos distinguir as probabilidades de oscilação

entre neutrino e as probabilidades de oscilação entre anti-neutrinos, se é que existe tal distinção no caso da oscilação. Da mesma maneira que os neutrinos, antineutrinos $\bar{\nu}$ também são produzidos através de corrente carregada (CC). A distinção entre os dois campos é que os antineutrinos serão produzidos por correntes que são conjugados hermitianos das correntes que produzem neutrinos. Dessa forma as correntes conjugadas produzirão antineutrinos que serão superposição de antineutrinos de massa:

$$\left(2 \sum_{\alpha=\{e,\mu,\tau\}} \bar{l}_{\alpha L} \gamma^\rho \nu_{\alpha L} \right)^\dagger = 2 \sum_{\alpha=\{e,\mu,\tau\}} \sum_k \bar{l}_{\alpha L} U_{\alpha k} \gamma^\rho \nu_{k L} \quad (1.27)$$

assim os autoestados de antineutrinos serão:

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\bar{\nu}_i\rangle. \quad (1.28)$$

Comparando com a equação (1.3) e (1.24), a única mudança na probabilidade de oscilação será um sinal na parte imaginária:

$$\begin{aligned} P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) &= \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j} 2\mathcal{R}e \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin^2 \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} L \right) \\ &\quad - 2 \sum_{i>j} \mathcal{I}m \left(U_{\alpha i}^* U_{\beta i} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* \right) \sin \left(\frac{m_j^2 - m_i^2}{2E} L \right). \end{aligned} \quad (1.29)$$

Caso a transformação U seja real, não há distinção entre neutrino e antineutrino em experimentos de oscilação e neutrinos não violariam transformação CP , caso contrário, haveria violação de CP . Em breve, neste capítulo veremos com mais detalhes a oscilação em três sabores, por enquanto, vamos nos restringir a duas gerações.

1.2 Oscilação de neutrinos em duas gerações

Os primeiros experimentos envolvendo oscilação de neutrinos revelaram inicialmente oscilação apenas em dois sabores. Na natureza, em primeira aproximação podemos considerar dois canais predominantes de oscilação: para o setor atmosférico $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ e para o setor solar $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$. Nesses casos, para os fins desse trabalho, podemos considerar inicialmente um modelo de oscilação de dois neutrinos. Isso facilitará a interpretação dos parâmetros em cada fórmula, ajudando na descrição de cada problema em específico e comparação com efeito de interação não padrão mais adiante. Faremos uma descrição da oscilação de dois neutrinos e em seguida usaremos esse formalismo para fazer um simples estudo e extrair dados de resultados divulgados pelo experimento. MINOS, de maneira que possamos entender o básico da fenomenologia de experimentos de oscilação.

Primeiramente, vamos supor dois sabores para o neutrino, ν_α e ν_β . Queremos descobrir a probabilidade de transição $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$, ou $1 - P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$, que é a probabilidade de um neutrino α não oscilar para outro sabor β . Uma segunda hipótese necessária é que os estados α e β serão escritos como combinação linear de apenas dois auto estados de massa m_1 e m_2 .

Se usarmos a seguinte parametrização:

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad (1.30)$$

de maneira que $\hat{U} = \hat{U}^\dagger$, poderíamos usar a equação (1.23) para encontrar as probabilidades de transição e sobrevivências. No entanto usaremos um processo diferente, que será útil como ferramenta matemática adiante. Portanto, considere o operador evolução temporal na base de massa:

$$S_{\text{mass}} = e^{-i\hat{H}x} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{im_1^2 x}{2E}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{im_2^2 x}{2E}} \end{pmatrix}, \quad (1.31)$$

que eliminando uma fase global se torna:

$$S_{\text{mass}} = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\Delta m_{21}^2 x}{2E}} & 0 \\ 0 & e^{-\frac{i\Delta m_{21}^2 x}{2E}} \end{pmatrix}. \quad (1.32)$$

O operador se transforma como $\mathcal{S}_f = U S_{\text{mass}} U^\dagger$, daí:

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_f = U & \left[\cos \left(\frac{\delta m^2 x}{4E} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + i \sin \left(\frac{\delta m^2 x}{4E} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] U^\dagger = \\ & \left[\cos \left(\frac{\delta m^2 x}{4E} \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + i \sin \left(\frac{\delta m^2 x}{4E} \right) \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \right]. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Da equação acima podemos extrair as probabilidades $P_{\alpha\beta} = |S_{\alpha\beta}|^2$:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right). \quad (1.34)$$

Conseqüentemente a probabilidade de sobrevivência é dada por:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right). \quad (1.35)$$

Antes de prosseguir para a fenomenologia, vamos observar o comportamento de (1.35). Existem três casos de interesse:

$$\frac{\Delta m^2 L}{4E} \gg 1, \quad (1.36)$$

nesse caso a fase é tão grande, que qualquer mudança em L ou E não tem grande efeito sobre a probabilidade. Para tal caso temos uma média sobre o seno, que resulta em uma probabilidade efetiva é dada por:

$$\langle P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha) \rangle = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta. \quad (1.37)$$

Experimentos que possuem esse tipo de efeito tem maior sensibilidade para medir ângulos de mistura θ , são experimento de baixa energia e grandes distâncias. A figura 1 demonstra o comportamento da probabilidade de oscilação conforme a energia diminui para $\sin^2 2\theta = 1$ e $\Delta m^2 L = 1$.

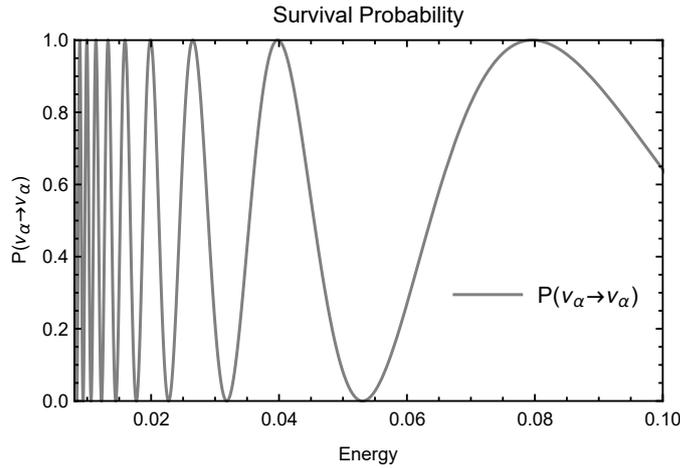


Figura 1 – Gráfico da probabilidade de sobrevivência para $\sin^2 2\theta = 1$ e $\Delta m^2 L = 1$. A energia está expressa em GeV.

Outro caso de interesse é quando

$$\frac{\Delta m^2 L}{4E} \sim 1. \quad (1.38)$$

Para esse caso estamos próximos do comprimento de oscilação; portanto, qualquer mudança na energia E ou na distância L , tem grande efeito sobre a probabilidade de oscilação. Para tanto fizemos um gráfico em que $\sin^2 2\theta = 0,8$ e $\Delta m^2 L = 1$, como mostrado na figura 2. Nesse caso é possível obter informação tanto de θ quanto de Δm^2 pois temos informação da fase de oscilação através das posições de máximos e mínimos e do ângulo através do limite inferior da probabilidade.

Por último, quando:

$$\frac{\Delta m^2 L}{4E} \ll 1, \quad (1.39)$$

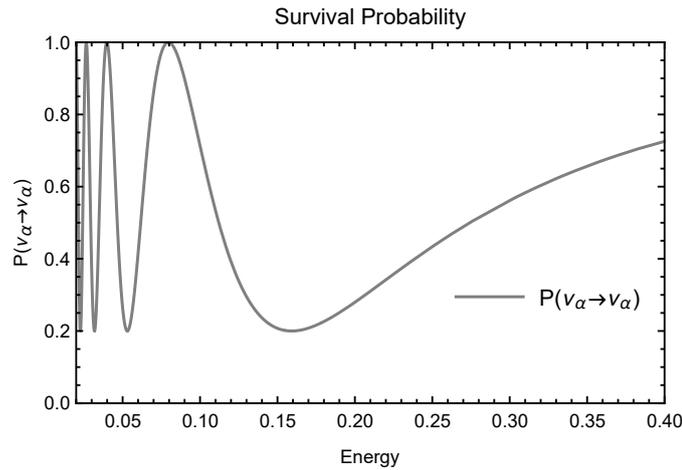


Figura 2 – Gráfico da probabilidade de oscilação para $\sin^2 2\theta = 0.8$ e $\Delta m^2 L = 1$. A energia está expressa em GeV.

é o caso mais simples e é como se não houvesse oscilação, pois o argumento do seno vai a zero, levando toda a probabilidade de transição a zero. Podemos observar isso através da tendência de crescimento da figura 2 conforme a energia cresce.

Os experimentos em duas gerações de neutrinos podem ser classificados em duas categorias: experimentos de aparecimento e experimentos de desaparecimento. Como os próprios nomes indicam, em experimentos de desaparecimento uma quantidade de neutrinos de um certo sabor é medida num primeiro detector e em seguida num segundo detector a quantidade de neutrinos deste sabor é menor que a anterior. Em experimentos de aparecimento acontece o oposto, ou seja, a segunda quantidade de neutrinos é maior.

Como exemplo vamos aplicar o formalismo de oscilação de neutrinos em duas gerações para o caso do experimento MINOS. O experimento MINOS, é um experimento de desaparecimento de neutrinos de múon, e podemos estudá-lo através da oscilação de neutrino de elétron e múon em duas gerações. Neste experimento, os neutrinos de múon são gerados num acelerador de partículas, o FermiLab, e logo tem seu fluxo medido num detector chamado NEAR Detector (ND). A 735 km de distância do ND existe um outro detector chamado FAR Detector (FD) que também mede o fluxo de neutrinos. Ambos os detectores distinguem neutrinos em um intervalo de energia e com seus respectivos erros. Usando os dados do ND e do FD podemos encontrar os parâmetros teóricos de oscilação, como o ângulo de mistura e a diferença de massa.

Num artigo publicado pela colaboração do experimento MINOS em 2011 são disponibilizados em número de eventos de neutrinos de múon para uma determinada região de espectro de energia o gráfico de eventos por pontos de energia, o qual reproduzimos na figura 3.

O gráfico nos fornece alguns dados importantes. Primeiramente, o fluxo de neutrinos no FD esperado caso não houvesse o mecanismo de oscilação. Podemos supor com boa

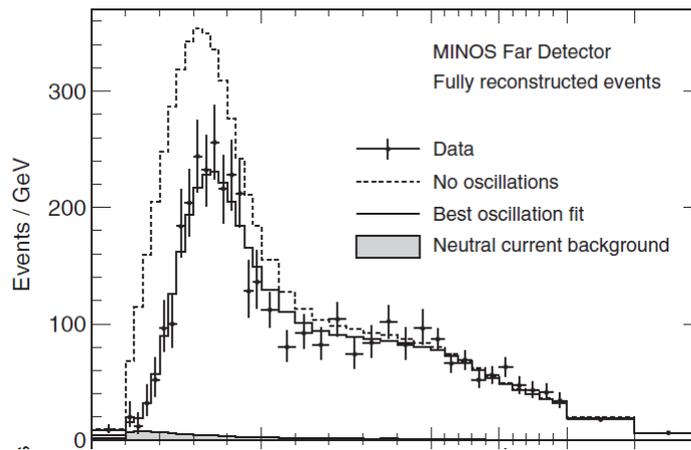


Figura 3 – Número de Eventos no FD por Energia divulgados pelo experimentos MINOS. A figura pode ser encontrada em (ADAMSON et al., 2011).

aproximação que o fluxo de neutrinos no FD sem oscilação é igual ao fluxo de neutrinos no ND. Dessa forma, usaremos os dados coletados experimentalmente para estudar o problema. Para isso, supomos que os pontos, no gráfico, que descrevem o fluxo de neutrinos no FD podem ser descritos por:

$$D(E) = f(E) \cdot P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu), \quad (1.40)$$

onde $D(E)dE$ representa o número de neutrinos de múons esperados no FD num intervalo de energia dE , $f(E)$ representa o fluxo de neutrinos no ND e $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ a probabilidade de um neutrino muônico que sai do ND colapsar num estado de neutrino muônico. Podemos usar a oscilação em apenas duas gerações para encontrar a curva que melhor ajusta os resultados. Com o intuito de verificar o funcionamento do mecanismo de oscilação, nós usamos um teste de χ^2 para determinar o melhor valor para a diferença quadrática de massas através dos dados do experimento MINOS. Encontramos o *bestfit* para $\Delta m_{32}^2 = 2,39 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ ao fixarmos $\sin^2 2\theta = 0,90$. Além disso também conseguimos encontrar resultados próximos aos encontrados pela colaboração, como pode ser verificado na figura 4. Podemos notar que o resultado de Δm^2 é próximo do obtido pela colaboração que obteve $\Delta m_{32}^2 = 2,32_{-0,8}^{+0,12} 10^{-3} \text{ eV}^2$. Contudo, cabe salientar que este procedimento simples não é equivalente a reprodução dos dados do experimento, mas sim serve apenas para demonstrar qualitativamente o papel do mecanismo de oscilação.

1.2.1 Oscilação de Neutrinos Induzida por Interação Não Padrão em Duas Gerações

No próximo capítulo estudaremos o efeito MSW. Não entraremos em detalhes, por enquanto, mas precisaremos dele para introduzir o modelo alternativo de oscilação induzido por interação não padrão. No fim da década de 80 até o fim da década de 90 havia poucos

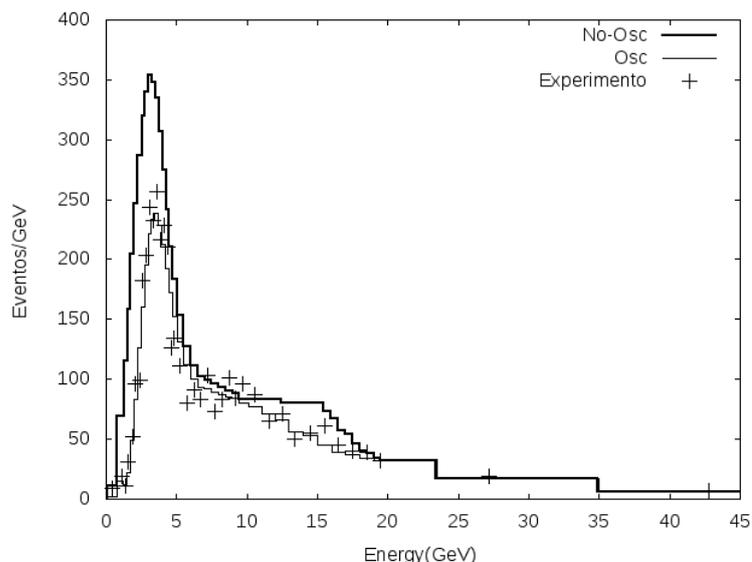


Figura 4 – Nossos resultados para o número de Eventos no FD por Energia. O gráfico apresenta 3 tipos de dados, a previsão teórica sem a necessidade do mecanismo de oscilação, obtida em (ADAMSON et al., 2011). A previsão teórica com oscilação calculada através de nossa análise simplificada. E os dados obtidos no experimento MINOS (ADAMSON et al., 2011).

experimentos de oscilação de neutrinos, então não era muito difícil que mais de uma teoria pudesse explicar os dados. No começo da década de 80 a maior parte dos dados era de neutrinos solares. Apenas algum tempo depois experimentos atmosféricos foram realizados. Neutrinos solares estão sujeitos ao efeito MSW, que induz mistura através interação na matéria. Um modelo de nova física que usa esse efeito para explicar o problema do neutrino solar é a oscilação induzida por interação não padrão, ou simplesmente NSI. Esse tipo de interação só acontece na matéria. Este modelo explicava efeitos de oscilação, como veremos. Se houvesse algum experimento de oscilação em vácuo, poderíamos verificar se a oscilação é induzida por massa ou NSI.

Como pode ser visto no capítulo 2 o efeito MSW se dá quando a interação padrão do neutrino com o meio no qual ele se propaga é considerada. O efeito de matéria tem como consequência um potencial efetivo, com o seguinte efeito no hamiltoniano:

$$H = \sum_f V_f(x) \begin{pmatrix} \epsilon_{\alpha\alpha} & \epsilon_{\alpha\beta} \\ \epsilon_{\beta\alpha} & \epsilon_{\beta\beta} \end{pmatrix}, \quad (1.41)$$

em que $V_f(x) = \sqrt{2}G_f N_f(x)$. Aqui f corresponde ao férmion que interage com o neutrino. Consideraremos que a interação acontece apenas com o quark d e omitiremos o subscrito f . Dessa forma para densidades como a do planeta Terra, subtraindo uma fase global,

teremos algo como:

$$H = V_{NSI} \begin{pmatrix} 0 & \epsilon_{\alpha\beta} \\ \epsilon_{\beta\alpha} & \epsilon_{\beta\beta} - \epsilon_{\alpha\alpha} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

Aqui $V_{NSI} = 3\sqrt{2}G_F N_e$ e $N_e(x)$ é a densidade de elétrons no meio. Para encontrar uma solução para a equação, faremos uma rotação R_w que diagonaliza o hamiltoniano,

$$R_w = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix}. \quad (1.43)$$

Definimos a diferença quadráticas entre os autovalores como Δm_w^2 . Em caso de matéria constante, a solução será análoga ao da oscilação no vácuo (GIUNTI; KIM, 2007):

$$P_{\mu\mu} = 1 - \sin^2 2\theta_w \sin^2 \left(\frac{\Delta m_w^2 L}{4E} \right), \quad (1.44)$$

em que:

$$\tan 2\theta_w = \frac{2(\epsilon_{\beta\beta} - \epsilon_{\alpha\alpha})}{\epsilon_{\alpha\beta}} \quad (1.45)$$

e

$$\Delta m_w^2 = 3\sqrt{2}G_F N_e \sqrt{(\epsilon_{\beta\beta} - \epsilon_{\alpha\alpha})^2 + 4\epsilon_{\alpha\beta}^2}. \quad (1.46)$$

Sendo assim, o ângulo de mistura e a massa, se estudados conforme fizemos na seção anterior, são idênticos aos encontrados na seção anterior e os parâmetros teóricos ficam inteiramente definidos pelo ângulo de mistura e diferença de massa, tendo potencial de explicação similar para o caso estudado. A diferença só aparece quando envolvemos experimentos sensíveis à influência da mudança de matéria no meio.

Podemos aplicar formalismo semelhante ao MSW para o caso de NSI. Para entender como os parâmetros de NSI podem influenciar o ângulo de mistura efetivo e a diferença de massa efetiva, podemos verificar a figura 5. Quando os parâmetros diagonais $\Delta\epsilon = \epsilon_{\beta\beta} - \epsilon_{\alpha\alpha}$ crescem, o efeito do ângulo de mistura vai a 1. Para os parâmetros não diagonais $\epsilon = \epsilon_{\alpha\beta}$ o efeito de ressonância aparece, conforme será estudado no capítulo seguinte.

1.3 Neutrinos em Três Gerações

Nesta seção veremos como se apresenta a teoria ao considerarmos neutrinos em três gerações. Com a primeira medida de θ_{13} através do aparecimento de anti-neutrinos produzidos em reatores (AN et al., 2012), passa a ser necessário o uso de três gerações para fenomenologia de neutrinos. Como vimos nas seções anteriores, podemos escrever os autoestados de sabor como uma combinação linear dos autoestados de massa através da

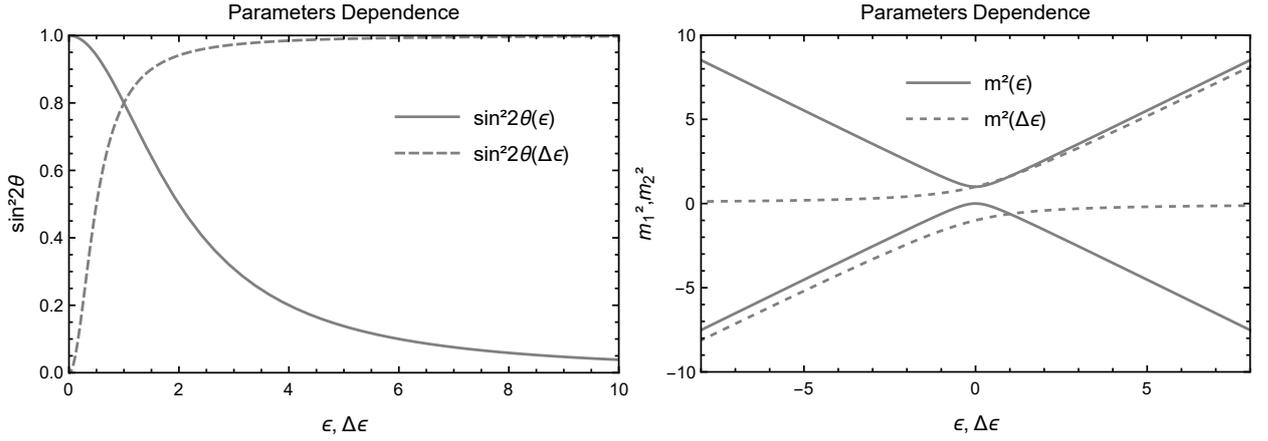


Figura 5 – Nas figuras acima plotamos a dependência dos parâmetros efetivos em relação aos parâmetros NSI. Aqui fizemos $V_{NSI} = 1$, para as linhas pontilhadas fixamos $\epsilon = 1$ e variamos $\Delta\epsilon$, para as linhas contínuas fixamos $\Delta\epsilon = 1$ e variamos ϵ .

matriz de mistura. A parametrização padrão (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016) para a matriz de mistura pode ser escrita através das matrizes de Euler $U = U_{23}U_{13}U_{12}$:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{cp}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{cp}} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.47)$$

onde $c_{12} = \cos \theta_{12}$. De forma geral a matriz de mistura de Pontecorvo–Maki–Nakagawa–Sakata se torna:

$$U = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

Quando faz-se uso do formalismo completo de oscilação de neutrinos em três sabores as formulas analíticas se tornam muito grandes. Não é de nosso interesse explicitá-las aqui pois isto dificulta um maior entendimento do comportamento oscilatório dos neutrinos. Neste momento nos limitaremos a fazer algumas aproximações e calcularemos as probabilidades para casos particulares vendo que elas se reduzem às probabilidades em duas gerações. Primeiramente como escala dominante usaremos a escala atmosférica, onde tomamos os termos solares muito menores que os atmosféricos, ou seja $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{3(2,1)}^2$.

Historicamente as diferenças de massa foram determinadas através do formalismo em duas gerações de neutrinos. Experimentos para detecção de neutrinos solares nos revelavam Δm_{SOL}^2 , que é o termo dominante na oscilação do neutrino eletrônico para outros estados. Experimentos para detecção de neutrinos atmosféricos nos dão o Δm_{ATM}^2 que é o termo de domínio na oscilação de neutrino muônico para neutrino de tau. Sabemos

através dos experimentos que:

$$\Delta m_{ATM}^2 \gg \Delta m_{SOL}^2 \quad (1.49)$$

Para o caso geral de oscilação em três sabores temos três diferenças de massa, sendo duas independentes:

$$\Delta m_{21}^2, \Delta m_{31}^2 \text{ e } \Delta m_{32}^2, \text{ sendo que: } \Delta m_{32}^2 + \Delta m_{21}^2 - \Delta m_{31}^2 = 0 \quad (1.50)$$

Portanto das medições solares e atmosféricas nos restam duas possibilidades de organização das massas, que são chamadas hierarquia normal e hierarquia invertida, conforme é representado na figura 6:

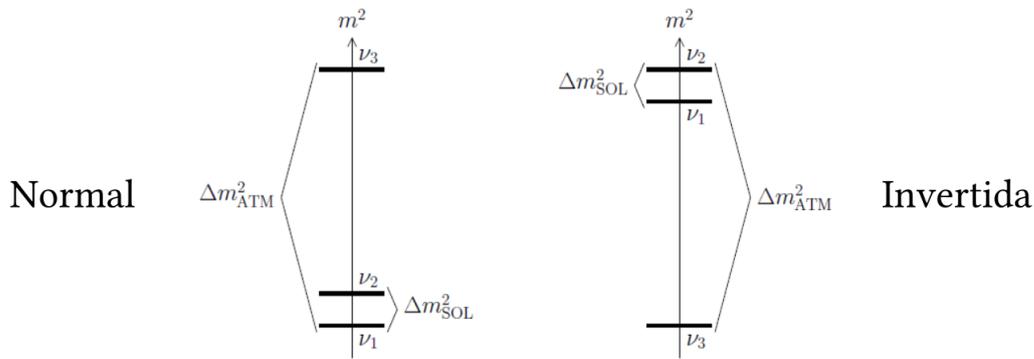


Figura 6 – Diagrama para hierarquia de massas.

A descrição completa para a oscilação de três sabores possui seis parâmetros independentes: duas massas, 3 ângulos e uma fase. O trabalho experimental se dá em encontrar experimentalmente o espaço de fase dos parâmetros que estão de acordo com os experimentos a fim de determiná-los.

Supondo que $\delta_{CP} = 0$, a probabilidade, de maneira geral, pode ser escrita como:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta}(L, E) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} U_{\alpha k} U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{kj}^2 L}{4E} \right). \quad (1.51)$$

A equação (1.51) é idêntica tanto para neutrinos quanto para antineutrinos. A distinção na probabilidade acontecerá apenas caso $\delta_{CP} \neq 0$.

A escala dominante em neutrinos atmosféricos e em alguns experimentos de aceleradores, tais como MINOS, é a escala 31, de tal forma que:

$$\frac{\Delta m_{31}^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle \sim \pi. \quad (1.52)$$

Sabendo isso, aproximamos a probabilidade de oscilação através da equação a seguir. A mesma pode ser encontrada no apêndice B:

$$P_{\alpha \rightarrow \beta}^{ef} = \sin^2 2\theta_{\alpha\beta}^{ef} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right), \quad \alpha \neq \beta, \quad (1.53)$$

e

$$P_{\alpha \rightarrow \alpha}^{ef} = 1 - \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha}^{ef} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{4E} \right), \quad \alpha = \beta, \quad (1.54)$$

onde podemos identificar através da equação (1.51):

$$\sin^2 \theta_{\alpha\beta}^{ef} = 4 |U_{\alpha 3}|^2 |U_{\beta 3}|^2, \quad (\alpha \neq \beta), \quad (1.55)$$

$$\sin^2 \theta_{\alpha\alpha}^{ef} = 4 |U_{\alpha 3}|^2 (1 - |U_{\alpha 3}|^2). \quad (1.56)$$

Dessa forma, quando aplicamos o formalismo de oscilação em duas gerações de neutrinos nos quais a escala dominante é a escala atmosférica, e no caso $\theta_{13} \rightarrow 0$ o ângulo efetivo se aproxima de θ_{23} .

Vamos considerar agora experimentos sensíveis à Δm_{21}^2 , ou seja,

$$\frac{\Delta m_{21}^2}{2} \left\langle \frac{L}{E} \right\rangle \sim \pi. \quad (1.57)$$

Nesse caso, conforme (GIUNTI; KIM, 2007), temos um análogo à oscilação em duas gerações, uma vez que Δm_{21}^2 é muito menor que as outras diferenças de massa. Dessa forma, para valores de L/E suficientemente grandes a ponto desta escala de oscilação se manifestar, as outras escalas já terão oscilado tanto que na prática podemos tomar o valor médio desta oscilação. A probabilidade de sobrevivência de um sabor α , será (GIUNTI; KIM, 2007):

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{\text{eff}}(L, E) = (1 - |U_{\alpha 3}|^2)^2 P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{(1,2)}(L, E) + |U_{\alpha 3}|^4, \quad (1.58)$$

onde $P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{(1,2)}$ é análoga direta da probabilidade entre duas gerações:

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha}^{(1,2)}(L, E) = 1 - \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha}^{\text{eff}} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right), \quad (1.59)$$

de modo que:

$$\sin^2 2\theta_{\alpha\alpha}^{\text{eff}} = 4 \frac{|U_{\alpha 1}|^2 |U_{\alpha 2}|^2}{(|U_{\alpha 1}|^2 + |U_{\alpha 2}|^2)^2}. \quad (1.60)$$

No caso em que $\theta_{13} \approx 0$, podem ser realizadas algumas simplificações através da matriz U :

$$U = \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -c_{23}s_{12} & c_{23}c_{12} & s_{23} \\ s_{23}s_{12} & -s_{23}c_{12} & c_{23} \end{pmatrix} \quad (1.61)$$

Para o caso do elétron, aplicando a equação (1.51), encontramos a probabilidade de transição e de sobrevivência do elétron:

$$P_{e\beta}(L, E) = \delta_{e\beta} + (1 - 2\delta_{e\beta}) \sin^2 2\theta_{e\beta}^{\text{eff}} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E} \right) \quad (1.62)$$

com os seguintes ângulos efetivos:

$$\theta_{ee}^{\text{eff}} = \theta_{12}, \quad \sin^2 2\theta_{e\mu}^{\text{eff}} = \sin^2 2\theta_{12}c_{23}^2, \quad \sin^2 2\theta_{e\tau}^{\text{eff}} = \sin^2 2\theta_{12}s_{23}^2. \quad (1.63)$$

Da mesma forma podemos encontrar todas as outras probabilidades de sobrevivência e transição. Apesar de termos obtido expressões analíticas para oscilação no vácuo, as mesmas não são aplicáveis em grande parte dos experimentos em que o efeito de matéria tem grande influência. No próximo capítulo estudaremos os efeitos de matéria na oscilação, e no capítulo 4, através de teoria de perturbação encontraremos expressões analíticas compactas para a probabilidade de oscilação sob efeito de matéria.

2 Oscilação de Neutrinos na Matéria

A descrição de neutrinos no vácuo discutida no capítulo anterior é insuficiente para explicar a maioria dos experimentos que envolvem neutrinos gerados na atmosfera, em supernovas e no sol. Em todos esses casos os neutrinos atravessam grandes quantidades de matéria. Precisamos incluir no problema a interação do neutrino com a matéria que, como veremos, é ingrediente essencial para descrição de neutrinos solares. Além disso, precisaremos levar em conta os efeitos de matéria para estudar com rigor os efeitos de NSI. [Wolfenstein \(1978\)](#), foi o responsável pela descrição da oscilação sob a influência de um potencial efetivo, mostrando que neutrinos propagando na matéria, sujeitos a espalhamentos elásticos frontais se propagavam de forma diferente do vácuo. O efeito de matéria pode ser ilustrado através do efeito de difração da luz: quando a luz penetra num meio material seu índice de refração muda de acordo com a densidade do meio. Da mesma maneira, quando um neutrino se propaga em meio material, seu ângulo de mistura e diferença de massa efetiva mudam dependendo da densidade do meio.

Além de Wolfenstein, [Mikheev e Smirnov \(1985\)](#) também fizeram grandes contribuições para a física de neutrinos na matéria. No artigo de 1985 ([MIKHEEV; SMIRNOV, 1985](#)), eles apontaram o que se chama de ressonância da oscilação na matéria. Existe uma região em que se o espectro de parâmetros coincidir com determinadas propriedades do meio, a probabilidade de transição pode alcançar um valor máximo. Esse efeito, chamado *efeito MSW*, é um mecanismo essencial para a solução do *Problema do Neutrino Solar*. No decorrer do capítulo introduziremos interação eletro-fraca, chegaremos a uma expressão para o potencial efetivo na matéria e encontraremos fórmulas em duas gerações que serão úteis para estudar os efeitos na matéria para o caso solar e para o caso atmosférico. Ao final do capítulo introduziremos algumas expressões análogas onde a oscilação é devida a interação não padrão.

2.1 Interação Fraca

Hoje conhecemos quatro interações fundamentais na natureza, a interação eletromagnética, a fraca, a forte e a gravitacional, sendo que as duas primeiras são faces de uma mesma interação, a eletrofraca ([PATRIGNANI; GROUP et al., 2016](#)). Dizemos que S é uma simetria do sistema caso o hamiltoniano do sistema seja invariante sob a transformação em S , i.e.,

$$SHS^\dagger = H. \tag{2.1}$$

Para os casos de interesse neste trabalho, as simetrias formam uma estrutura algébrica chamada grupo. Podemos citar: simetrias de paridade, conjugação de carga, reversão temporal, além de simetrias contínuas como translação espacial, temporal e de rotação. Outro conceito importante para física de partículas e campos é a simetria interna, que são transformações não no espaço ou no tempo, mas sim nas variáveis internas da teoria. Elas transformam partículas em outras com diferentes números quânticos mas com a mesma massa, sendo classificadas em simetrias internas locais (Gauge) e simetrias internas globais. As simetrias internas são simetrias que tem seus parâmetros de transformação dependentes do espaço e tempo, sendo as simetrias globais as que não tem seus parâmetros dependentes. Alguns exemplos são $SU(1)_L$, simetria de isospin fraca e $U(1)_Y$, simetria de hipercarga fraca (HALZEN; MARTIN, 2008).

A forma padrão da interação eletrofraca é uma teoria de simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$. A primeira teoria criada para explicar a interação fraca foi a teoria de quatro pontas de Fermi (FERMI, 1934), sobre a qual não entraremos em detalhes aqui. Após a descoberta da violação de paridade na interação fraca (WU et al., 1957) Feynman e Gell-Mann propuseram a teoria V-A (FEYNMAN; GELL-MANN, 1958) que generaliza a teoria de Fermi resolvendo o problema da não conservação de paridade. A teoria de Feynman é uma teoria efetiva para baixas energias, sendo um caso particular da teoria proposta por Glashow (GLASHOW, 1961) em 1961. Esta é uma generalização da teoria V-A incluindo a localidade da interação fraca intermediada por bóson vetoriais Z e W^\pm . A teoria de Glashow, também conhecida como teoria IVB (*Intermediate Vector Boson Theory*) (WEINBERG, 1995) inclui corrente carregada e corrente fraca tendo as lagrangianas abaixo:

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}} (J_\mu^- W^{\mu+} + J_\mu^+ W^{\mu-}), \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{NC} = \frac{g}{\cos \theta_w} J^{NC} Z^\mu, \quad (2.3)$$

em que:

$$J_\mu^- = \sum_l \bar{\nu}_l \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) l + \sum_q \bar{q} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) q', \quad (2.4)$$

$$J_\mu^{NC} = \sum_{f=l,q,\nu_l} g_L^f \bar{f} \gamma_\mu \left(\frac{1 - \gamma_5}{2} \right) f + \sum_{f \neq \nu_l} \bar{f} \gamma_\mu \left(\frac{1 + \gamma_5}{2} \right) f, \quad (2.5)$$

q' são os autoestados da interação fraca dados pela matriz CKM (KOBAYASHI; MAS-KAWA, 1973). Notamos o caráter V-A nos termos $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$.

2.1.1 O Grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$

A teoria que unifica a interação fraca e eletromagnética entre neutrinos, quarks, léptons carregados, fótons e bósons W^\pm e Z^0 para quase toda energia, veio apenas em 1967-68 com trabalhos de Weinberg (WEINBERG, 1967) e Salam (SALAM et al., 1968). A teoria é baseada numa quebra espontânea e local de simetria no grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e prevê a existência de dois bósons W^\pm e Z^0 que foram medidos em 1983 (ARNISON et al., 1983; BAGNAIA et al., 1983).

Inicialmente supomos estados dupletos¹:

$$\psi_{qL} = \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \quad \psi_{lL} = \begin{pmatrix} e_L \\ \nu_{eL} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

e singletos e_R , u'_R e d'_R . Os quarks estão marcados com apóstrofo pois os autoestados que interagem na interação fraca não são os mesmos que interagem na interação forte, sendo necessária uma rotação através do ângulo de Cabibo (CABIBBO, 1963) para mudar de um estado para outro. Da simetria $SU(2)$, podemos escrever (HERRERO, 1999):

$$\mathcal{L}_I(x) = \left(\frac{-g}{2\sqrt{2}} j_\alpha^{CC}(x) W^\alpha(x) + h.c. - g j_\alpha^3(x) A^{\alpha 3}(x) \right), \quad (2.7)$$

em que:

$$j_\alpha^{CC} = 2(\bar{u}'_L \gamma_\alpha d'_L + \bar{\nu}_{eL} \gamma_\alpha e_L) \quad (2.8)$$

e

$$j_\alpha^3 = \sum_{a=q,l} \bar{\psi}_{aL} \frac{\sigma_3}{3} \gamma_\alpha \psi_{aL}. \quad (2.9)$$

Aqui, σ_3 é a terceira matriz de Pauli, g é uma constante associada ao grupo $SU(2)$ e $A^{\alpha 3}$ é o campo de uma partícula vetorial neutra.

A unificação acontece quando acrescentamos o grupo $U(1)$, que fará a conexão com a teoria eletromagnética. O grupo $U(1)$ é o grupo das hipercargas Y que se conectam com a carga pela relação de Gell-Mann-Nishijima:

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}Y, \quad (2.10)$$

Q é a carga elétrica e I_3 é o isospin fraco. A invariância do grupo $SU(2) \times U(1)$ por uma transformação local pode ser mantida acrescentando um campo vetorial neutro B^α . A lagrangiana então toma a forma:

$$\mathcal{L}_I(x) = \left(-\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\alpha^{CC}(x) W^\alpha(x) + h.c. + \mathcal{L}_I^0(x) \right), \quad (2.11)$$

¹ Por simplificação consideramos apenas as primeiras famílias

em que:

$$\mathcal{L}_I^0 = -gj_\alpha^3(x)A^{\alpha 3}(x) + g'(j_\alpha^{EM}(x) - j_\alpha^3)B^\alpha \quad (2.12)$$

é a lagrangiana da interação entre os quarks e léptons e a partícula vetorial neutra, em que j^{EM} é a corrente eletromagnética:

$$j_\alpha^{EM} = \frac{3}{2}\bar{u}'_L\gamma_\alpha u'_L - \frac{1}{3}\bar{d}'_L\gamma_\alpha d'_L - \bar{e}'_L\gamma_\alpha e'_L, \quad (2.13)$$

g' é uma constante ligada ao grupo $U(1)$. Até então desconsideramos o mecanismo de Higgs, sem entrar em detalhes, a quebra de simetria do Higgs, gera três campos massivos W^\pm e Z^0 , em que Z^0 pode ser expresso através de:

$$Z_\alpha^0 = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}}A_\alpha^3 - \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}}B_\alpha. \quad (2.14)$$

Introduzindo o ângulo de Weinberg $\frac{g'}{g} = \tan \theta_W$, que rotaciona os campo A_α^3 e B_α para o setor neutro teremos:

$$\mathcal{L}_I^0 = -\frac{g}{2\cos\theta_W}j_\alpha^{NC}Z^\alpha - g\sin\theta_W j_\alpha^{EM}A^\alpha \quad (2.15)$$

em que:

$$j_\alpha^{NC} = 2j_\alpha^3 - 2\sin^2\theta_W j_\alpha^{EM} \quad (2.16)$$

onde definimos o termo $g\sin\theta_W = e$ como a carga do elétron.

Para os casos de nosso interesse as energias são consideradas baixas em relação às massas dos bósons W^\pm e Z^0 , que são da ordem de 100 GeV, portanto podemos considerar os campos em primeira ordem de modo que os propagadores são considerados constantes. A lagrangiana pode, então, ser escrita como:

$$\mathcal{L}_{eff}^{CC} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}j_\mu^\dagger j^\mu \quad (2.17)$$

e, assim lidamos apenas com as correntes. Para uma revisão mais detalhada consultar ([HERRERO, 1999](#)).

2.2 O Potencial Efetivo

Como vimos, os neutrinos podem interagir via corrente carregada e corrente neutra, seus campos aparecem tanto acoplados com W^\pm quanto com Z^0 . Nessa seção calcularemos o potencial efetivo na matéria devido à interação do neutrino com nêutrons, prótons e elétrons no meio.

Usando o cálculo do potencial efetivo via corrente carregada(CC) do apêndice C, através de (2.17), o hamiltoniano efetivo é:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) \right] \left[\bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \quad (2.18)$$

Aplicamos a transformada de Fierz conforme o apêndice A, teremos:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \left[\bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) \right], \quad (2.19)$$

separados os campos de neutrinos dos campos eletrônicos, podemos escrever o hamiltoniano efetivo médio sobre um meio de elétrons:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \times \int dp_e^3 f(E_e, T) \frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle. \quad (2.20)$$

Repare que a média é feita sobre os momentos e helicidade²

$$h = \frac{\vec{S} \cdot \vec{p}}{|\vec{S} \cdot \vec{p}|}. \quad (2.21)$$

O resultado da média será o hamiltoniano efetivo:

$$\overline{H}_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \bar{\nu}_e \gamma^0 (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) = V_{CC} \bar{\nu}_L^e(x) \gamma^0 \nu_L^e(x), \quad (2.22)$$

onde $V_{CC} = \sqrt{2} G_F N_e$. Para corrente neutra (NC) o hamiltoniano tem a forma:

$$\overline{\mathcal{H}}_{eff}^{(NC)}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left[\bar{\nu}_\alpha \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_\alpha(x) \right] \sum_f \left[\bar{f}(x) \gamma_\rho (g_V^f - g_A^f \gamma^5) f \right], \quad (2.23)$$

realizando cálculos análogos aos feitos usando CC, encontramos o hamiltoniano efetivo médio:

$$\overline{\mathcal{H}}_{eff}^{NC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{\alpha f} \bar{\nu}_\alpha N_f \gamma^0 (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \nu_\alpha(x) = \sum_{\alpha,f} V_{NC}^f \bar{\nu}_L^\alpha(x) \gamma^0 \nu_L^\alpha(x), \quad (2.24)$$

com $V_{NC}^f = \sqrt{2} G_F N_f g_V^f$. Aqui usamos:

$$\text{Tr} \left[(\not{p}_e + m_e) \gamma_\rho (g_V^f - g_A^f \gamma^5) \right] = p_\rho g_V^f. \quad (2.25)$$

² A helicidade é definida como a componente normalizada da projeção do Spin \vec{S} sobre o momento.

Calculados os hamiltonianos efetivos, podemos fazer algumas simplificações; em ambientes típicos de matéria, a quantidade de prótons é aproximadamente igual a quantidade de elétrons, sendo assim, dado que $g_V^e + g_V^p = 0$:

$$V_{NC} = -\frac{1}{2}\sqrt{2}G_F N_n \quad (2.26)$$

onde N_n é a densidade de nêutrons. Assim o hamiltoniano efetivo médio total num meio com matéria, considerando CC e NC será:

$$\bar{\mathcal{H}}_{eff}(x) = \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} V_\alpha \bar{\nu}_L^\alpha(x) \gamma^0 \nu_L^\alpha(x), \quad (2.27)$$

sendo que $V_\alpha = V_{CC}\delta_{\alpha e} + V_{NC} = \sqrt{2}G_F \left(N_e \delta_{\alpha e} - \frac{1}{2}N_n \right)$.

Se calcularmos o valor esperado do hamiltoniano efetivo, veremos que ele funciona como uma espécie de potencial. Como pode ser encontrado em [Giunti e Kim \(2007, p.327\)](#), se supormos neutrinos ultra relativísticos, ao desprezarmos a massa, não haverá potencial para neutrinos de mão direita nem para antineutrinos de mão esquerda, restando apenas V_α para neutrinos mão esquerda e $-V_\alpha$ para antineutrinos mão direita.

2.3 Alterações no mecanismo de oscilação devidas ao efeito de matéria

Consideremos um neutrino de sabor α ultra relativístico de mão esquerda, energia E e momento \vec{p} que como vimos será descrito por([GIUNTI; KIM, 2007](#)):

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\nu_i\rangle. \quad (2.28)$$

A evolução do estado do neutrino será dada pela equação de Schrödinger([GIUNTI; KIM, 2007](#)):

$$i \frac{d}{dt} |\nu_\alpha(t)\rangle = \mathcal{H} |\nu_\alpha\rangle \quad (2.29)$$

Podemos definir a amplitude de transição de um estado α para um estado β como $\psi_{\alpha\beta} = \langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle$, desde que $\psi_{\alpha\beta}(0) = \delta_{\alpha\beta}$. Daí, considerando interação com um meio material de prótons, elétrons e nêutrons([GIUNTI; KIM, 2007](#)):

$$i \frac{d}{dx} \psi_{\alpha\beta}(x) = \sum_\eta \left(\sum_k U_{\beta k} \frac{\Delta m_k^2}{2E} U_{\eta k}^* + \delta_{\beta\eta} V_\beta \right) \psi_{\alpha\beta}(x) \quad (2.30)$$

Considerando as aproximações ultra relativísticas, e que o potencial devido à corrente neutra é diagonal e portanto pode ser removido como uma fase global. Poderemos reescrever a equação (2.30) na forma matricial (GIUNTI; KIM, 2007):

$$i \frac{d}{dx} \psi_{\alpha\beta} = \mathcal{H}_F \psi_{\alpha\beta}, \quad \mathcal{H}_F = \frac{1}{2E} (U \mathbb{M}^2 U^\dagger + \mathbb{A}) \quad (2.31)$$

em que:

$$\mathbb{M}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \quad (2.32)$$

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} A_{cc} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

onde $A_{CC} = 2E\sqrt{2}G_F N_e$. Notamos que a mistura permanece, porém com um termo somado à primeira entrada da diagonal e que pode depender da posição. De imediato podemos pensar em resolver a equação através da diagonalização do hamiltoniano (GIUNTI; KIM, 2007):

$$U_M^\dagger \mathcal{H}_F U_M = \frac{1}{2E} U_M^\dagger (U \mathbb{M}^2 U^\dagger + \mathbb{A}) U_M. \quad (2.34)$$

Porém, como o hamiltoniano depende da posição, a equação pode se tornar não linear e então devemos analisar com cuidado caso a caso e procurar por soluções que podem ser aplicáveis a casos realísticos.

Nas seções seguintes encontraremos fórmulas que foram usadas historicamente para os limites de validade solar e atmosférico, sempre em duas gerações.

2.3.1 Oscilações em duas gerações e o efeito MSW

Estudaremos o efeito *MSW*, o qual é de total importância para a análise de neutrinos na matéria, principalmente o caso solar. Usaremos oscilação entre neutrino de elétron e neutrino muônico. A equação de evolução para o caso em duas gerações é:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \left[\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\cos \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{cc} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix}. \quad (2.35)$$

Multiplicando as matrizes e rearranjando fases globais teremos o lado direito da equação como:

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \left[\begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} A_{CC} & 0 \\ 0 & -A_{CC} \end{pmatrix} \right]. \quad (2.36)$$

Iremos assumir inicialmente um neutrino eletrônico. Para resolver o problema devemos encontrar os autoestados da equação (2.35). Para isso precisamos dos autovalores do hamiltoniano e de uma rotação que diagonalize-o. Após alguma álgebra a diferença entre os autovalores é:

$$\Delta m_M^2 = \sqrt{\Delta m^2 \sin^2 2\theta + (A_{CC} - \Delta m^2 \cos 2\theta)} \quad (2.37)$$

e os autovalores são:

$$m_{M2,1}^2 = \frac{1}{2}(\Delta m_{21}^2 + A_{CC} \pm \Delta m_M^2) \quad (2.38)$$

Aplicando a transformação unitária que diagonaliza o hamiltoniano, como fizemos no vácuo:

$$U_M^\dagger \mathcal{H}_F U_M = \mathcal{H}_M \quad (2.39)$$

teremos as seguintes relações entre θ e o novo ângulo de mistura θ_M :

$$\tan 2\theta_M = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m^2 \cos 2\theta - A_{CC}} = \frac{\tan 2\theta}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m^2 \cos 2\theta}} \quad (2.40)$$

Devemos notar na equação (2.40) a ressonância em $A_{CC} = \Delta m^2 \cos 2\theta$, que leva o ângulo de mistura num valor máximo de $\frac{\pi}{4}$. Esse é o efeito *MSW* descoberto por Mikheev e Smirnov (1985), o nome *MSW* foi em homenagem a Smirnov, Mikheev e Wolfenstein.

Das diagonais da equação (2.39) encontramos as seguintes relações:

$$\cos 2\theta_M = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta - A_{CC}}{\Delta m_M^2} \quad \text{e} \quad \sin 2\theta_M = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m_M^2}. \quad (2.41)$$

Substituindo as ultimas relações no hamiltoniano \mathcal{H}_F , a equação de evolução temporal será:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 \cos 2\theta_M & \Delta m_M^2 \sin 2\theta_M \\ \Delta m_M^2 \sin 2\theta_M & \Delta m_M^2 \cos 2\theta_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix}. \quad (2.42)$$

Definimos ϕ_e de forma que $\psi_e = U_M \phi_e$. Portanto:

$$i \frac{d}{dx} \left[U_M \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} \right] = U_M \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & 0 \\ 0 & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

então,

$$i U_M \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} + i \frac{dU_M}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & 0 \\ 0 & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}. \quad (2.44)$$

Dessa maneira, nossa equação de evolução temporal para os ϕ 's, é:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & -4iE \frac{d\theta_M}{dx} \\ 4iE \frac{d\theta_M}{dx} & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}, \quad (2.45)$$

Para o caso em que a matéria é constante, o ângulo de mistura na matéria é constante, portanto a equação se torna simplesmente:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\Delta m_M^2 & 0 \\ 0 & \Delta m_M^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{e1} \\ \phi_{e2} \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

Isso torna a equação idêntica a equação para evolução no vácuo, com a diferença que podemos substituir os autoestados de massa, por autoestados efetivos de massa, os ϕ 's. Portanto, em matéria constante, o neutrino se comporta de maneira análoga ao caso vácuo; porém, com autovalores e ângulos de mistura efetivos, que já foram calculados anteriormente nas equações (2.38) e (2.40), temos:

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2 2\theta_M \sin^2 \left(\frac{\Delta m_M^2 L}{4E} \right). \quad (2.47)$$

Outro caso particular acontece quando $\gamma = \frac{\Delta m_M^2}{4E \left| \frac{d\theta_M}{dx} \right|} \gg 1$, onde γ é chamado parâmetro de adiabaticidade. Para esse tipo de evolução dos autoestados dizemos que o neutrino se propaga adiabaticamente na matéria. A solução dos estados efetivos de massa é:

$$\phi_{e1} = \exp \left[i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \phi_{e1}(0), \quad \phi_{e2} = \exp \left[-i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \phi_{e2}(0). \quad (2.48)$$

Uma vez que a condição inicial para o estado do neutrino, é um neutrino do elétron, o estado inicial de ϕ será:

$$\begin{pmatrix} \phi_{e1}(0) \\ \phi_{e2}(0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_M^{(i)} & -\sin \theta_M^{(i)} \\ \sin \theta_M^{(i)} & \cos \theta_M^{(i)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_M^{(i)} \\ \sin \theta_M^{(i)} \end{pmatrix} \quad (2.49)$$

Como em (GIUNTI; KIM, 2007), substituindo em (2.48) e fazendo a rotação inversa para ψ , o ângulo de mistura será θ^f . Então, teremos a solução geral para as amplitudes de oscilação:

$$\psi_{ee} = \cos \theta_M^{(i)} \cos \theta_M^{(f)} \exp \left[i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] + \sin \theta_M^{(i)} \sin \theta_M^{(f)} \exp \left[-i \int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \quad (2.50)$$

e a probabilidade de sobrevivência do neutrino eletrônico:

$$P_{ee} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_M^i \cos 2\theta_M^f + \frac{1}{2} \sin 2\theta_M^i \sin 2\theta_M^f \cos \left[\int_0^x \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right] \quad (2.51)$$

A evolução adiabática normalmente é encontrada em neutrinos gerados em núcleos estelares, como os neutrinos gerados no sol. Para esses casos vale a equação (2.51). Quando a distância entre o local onde o neutrino é gerado e o local onde o neutrino é detectado é muito grande, a fase na equação (2.51) é muito grande, dessa forma teremos uma média sobre o cosseno, obtendo

$$P_{ee} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_M^i \cos 2\theta. \quad (2.52)$$

2.3.1.1 Caso Não Adiabático

Para o caso não adiabático, onde qualquer valor de $\gamma = \frac{\Delta m_M^2}{4E \left| \frac{d\theta_M}{dx} \right|}$ é permitido, os termos fora da diagonal acabam gerando transição entre os estados ν_1^M e ν_2^M .

Observe o caso de um neutrino criado em alta densidade (monotonicamente decrescente) que passa pela região de ressonância e é detectado no vácuo. Usando a equação (2.48), se dividirmos a evolução do estado em três partes: pré-ressonante, ressonante e pós ressonante, poderemos escrever as amplitudes da seguinte forma (PARKE, 1986):

$$\begin{aligned} \phi_{e1}(x) = & \left[\cos \theta_M^i \exp \left(i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right) \mathcal{A}_{11}^R \right. \\ & \left. + \sin \theta_M^i \exp \left(-i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right) \mathcal{A}_{21}^R \right] \exp \left(i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right) \end{aligned} \quad (2.53)$$

$$\begin{aligned} \phi_{e2}(x) = & \left[\cos \theta_M^i \exp \left(i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right) \mathcal{A}_{12}^R \right. \\ & \left. + \sin \theta_M^i \exp \left(-i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right) \mathcal{A}_{22}^R \right] \exp \left(-i \int_0^{x_R} \frac{\Delta m_M^2(x')}{4E} dx' \right). \end{aligned} \quad (2.54)$$

Como não conhecemos a amplitude na região de ressonância, escrevemos a amplitude genérica \mathcal{A}_{ij}^R . Para o caso em que a fonte está muito distante, as fases na equação anterior

oscilam várias vezes. Portanto o que será medido no detetor será a média sobre a fase. Usando os estados efetivos de massa calculados anteriormente e fazendo a média sobre a fase do cosseno, teremos:

$$\bar{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = \cos^2 \theta \cos^2 \theta_M^i |\mathcal{A}_{11}^R|^2 + \cos^2 \theta \sin^2 \theta_M^i |\mathcal{A}_{21}^R|^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \theta_M^i |\mathcal{A}_{12}^R|^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \theta_M^i |\mathcal{A}_{22}^R|^2. \quad (2.55)$$

Por conservação de probabilidade:

$$|\mathcal{A}_{11}^R|^2 = |\mathcal{A}_{22}^R|^2 = 1 - P_c, \quad |\mathcal{A}_{21}^R|^2 = |\mathcal{A}_{12}^R|^2 = P_c, \quad (2.56)$$

em que P_c é a probabilidade do autoestado de massa ν_1^2 , oscilar para o autoestado ν_2^2 , segundo a fórmula de Parke:

$$\bar{P}_{ee} = \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} - P_c\right) \cos 2\theta_M^i \cos 2\theta \quad (2.57)$$

onde o termo P_c da fórmula de Parke, que pode ser encontrado para vários perfis de densidade na literatura (GIUNTI; KIM, 2007). De maneira geral uma boa aproximação é usar (PETCOV, 1988):

$$P_c = \Theta(A_{cc}^{prod} - A_{cc}^{res}) \frac{\exp\left(-\frac{\pi}{2}\gamma_R F(\theta)\right) - \exp\left(-\frac{\pi}{2}\gamma_R \frac{F(\theta)}{\sin^2 \theta}\right)}{1 - \exp\left(-\frac{\pi}{2}\gamma_R \frac{F(\theta)}{\sin^2 \theta}\right)} \quad (2.58)$$

aqui $F(\theta) = 1 - \tan^2 \theta$, que é o caso da densidade solar $N_e \propto \exp(-ar)$. $\Theta=1$ caso $A_{cc}^{prod} > A_{cc}^{res}$ e $\Theta=-1$ caso $A_{cc}^{prod} < A_{cc}^{res}$. Lembrando que definimos o parâmetro de adiabaticidade

$$\gamma_R = \frac{\Delta m_M^2 / 4E}{|d\theta_M / dx|} \Big|_R = \frac{\Delta m_M^2 \sin^2 2\theta}{2E \cos 2\theta (|dN_e / dx| / N_e)} \Big|_R \quad (2.59)$$

e a região de ressonância acontece quando $\tan 2\theta_M|_R = \infty$, ou seja $\sin 2\theta_M = 1$, a mistura é máxima favorecendo transição de sabores.

2.3.2 Aproximação em Degraus

Um caso particular de interesse é quando o perfil de densidade pelo qual o neutrino se propaga pode ser descrito com boa aproximação por uma série de trechos com densidade constante. O caso mais conhecido é o perfil de densidade da terra (DZIEWONSKI; ANDERSON, 1981), importante para oscilação solar e atmosférica. Em (ROE, 2017) é sugerido que o perfil de densidade para o DUNE (COLLABORATION et al., 2015) possa ser descrito como uma sequência de degraus. Nesta seção faremos a generalização, comumente encontrada na literatura, para o caso de densidades em séries de degraus.

Para começar, suponhamos que num estado inicial seja o neutrino eletrônico, dessa forma:

$$\Psi_e = \begin{pmatrix} \psi_{ee} \\ \psi_{e\mu} \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

Para esse caso faremos a evolução do estado na matéria, compondo operadores de evolução temporal para cada meio de densidade constante. Considerando isso, a amplitude de probabilidade num ponto x será:

$$\Psi_e(x) = \left[U_M \mathcal{U}_M(x_n - x_{n-1}) U_M^\dagger \right]_n \dots \left[U_M \mathcal{U}_M(x_1 - x_0) U_M^\dagger \right]_1 \Psi_e(0). \quad (2.61)$$

Uma vez que:

$$\mathcal{U}_M(\Delta x) = \exp\left(\frac{i\Delta m_M^2}{4E} \Delta x\right) \mathbb{1}, \quad (2.62)$$

podemos escrever o hamiltoniano (2.36) através de matrizes de Pauli. Sendo assim:

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \left[\Delta m^2 \sin 2\theta \sigma^1 - (\Delta m^2 \cos 2\theta - A_{CC}) \sigma^3 \right]. \quad (2.63)$$

Agora, identificando o vetor:

$$\vec{n} = (\sin 2\theta_M, 0, -\cos 2\theta_M), \quad (2.64)$$

o operador de evolução temporal na base de sabor pode ser escrito como:

$$\mathcal{U}(x) = \mathbb{1} \cos\left(\frac{\Delta m_M^2 x}{4E}\right) - i(\vec{n} \cdot \vec{\sigma}) \sin\left(\frac{\Delta m_M^2 x}{4E}\right), \quad (2.65)$$

onde Δm_M^2 é dado por (2.38). Seja agora um meio material cuja densidade possa ser aproximada por uma sequência de n meios de densidade constante. Neste caso teremos:

$$\Psi_e(x) = \left(\prod_{n=1} \mathcal{U}_n(x) \right) \Psi_e(0), \quad (2.66)$$

onde \mathcal{U}_n é o operador evolução temporal para o meio n .

Um exemplo conhecido na literatura é quando temos um perfil de densidade em forma de castelo, como a figura 7. Neste caso a probabilidade se torna (AKHMEDOV, 1999):

$$P_{e\mu} = [2s_1 \sin 2\theta_{M1}(c_1 c_2 - s_1 s_2 \cos 2(\theta_{M1} - \theta_{M2}) + s_2 \sin 2\theta_{M2})]^2 \quad (2.67)$$

aqui $s_i = \sin\left(\frac{\Delta m_{Mi}^2 x}{4E}\right)$ e $c_i = \cos\left(\frac{\Delta m_{Mi}^2 x}{4E}\right)$.

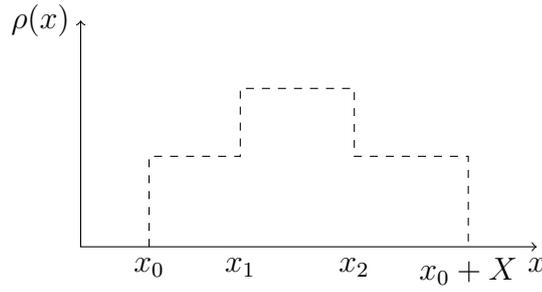


Figura 7 – Forma da densidade em castelo.

2.4 Três Gerações na Matéria

Vimos nas seções anteriores o efeito da matéria em duas gerações e como um meio material pode gerar ressonância através do efeito MSW. Veremos, nessa seção, como o efeito de matéria afeta a oscilação em três sabores, quais aproximações podem ser feitas para matéria constante e quais suas implicações.

A parametrização padrão para a mistura de sabores é dada por três matrizes de rotação unitárias³:

$$U = R^{23}R^{13}R^{12} \quad (2.68)$$

É fácil mostrar que $R^{23\dagger}\mathbb{A}R^{23} = \mathbb{A}$, onde \mathbb{A} é a matriz do potencial dado na equação (2.33). Isto fica evidente quando notamos que a matriz de rotação R^{23} é bloco diagonal nos blocos em que \mathbb{A} é zero. Dessa forma podemos escrever a equação de movimento para um dado estado de sabor inicial α :

$$i\frac{d}{dx}\psi_\alpha = \frac{1}{2E}R^{23}\left(R^{13}R^{12}\mathbb{M}^2R^{12\dagger}R^{13\dagger} + \mathbb{A}\right)R^{23\dagger}\psi_\alpha. \quad (2.69)$$

Definindo uma nova função de onda $\tilde{\psi}_\alpha = R^{23\dagger}\psi_\alpha$, que chamaremos de função de onda no espaço de propagação, a equação de movimento se torna:

$$i\frac{d}{dx}\tilde{\psi}_\alpha = \frac{1}{2E}\left(R^{13}R^{12}\mathbb{M}^2R^{12\dagger}R^{13\dagger} + \mathbb{A}\right)\tilde{\psi}_\alpha. \quad (2.70)$$

Partindo da definição de onda de propagação $\tilde{\psi}_\alpha$, podemos escrever as probabilidades de transição e sobrevivência (AKHMEDOV et al., 2004):

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_e}(L, E) = |\psi_{\alpha e}|^2 = |\tilde{\psi}_{\alpha e}|^2, \quad (2.71)$$

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\mu}(L, E) = |\psi_{\alpha\mu}|^2 = \cos^2\theta_{23}|\tilde{\psi}_{\alpha\mu}|^2 + \sin^2\theta_{23}|\tilde{\psi}_{\alpha\tau}|^2 + \sin 2\theta_{23}\mathcal{R}e\left[\tilde{\psi}_{\alpha\mu}^*\tilde{\psi}_{\alpha\tau}\right], \quad (2.72)$$

³ Ignoramos a fase CP, ou seja $\delta_{CP} = 0$.

$$P_{\nu_\alpha \rightarrow \nu_\tau}(L, E) = |\psi_{\alpha\mu}|^2 = \sin^2 \theta_{23} |\tilde{\psi}_{\alpha\mu}|^2 + \cos^2 \theta_{23} |\tilde{\psi}_{\alpha\tau}|^2 - \sin 2\theta_{23} \mathcal{R}e [\tilde{\psi}_{\alpha\mu}^* \tilde{\psi}_{\alpha\tau}], \quad (2.73)$$

Usando unicidade das probabilidades e a rotação U_{23} , é possível reescrever todas as probabilidades em função apenas das probabilidades dos setores $e - \mu$ e $\mu - \tau$, na base de sabor e na base de propagação.

$$\begin{aligned} P_{ee} &= 1 - (P_{e\mu} - \tilde{P}_{e\mu}), \\ P_{e\tau} &= \tilde{P}_{e\mu}, \\ P_{\mu e} &= P_{e\mu} - P_{\mu\tau} + \tilde{P}_{\mu\tau}, \\ P_{\mu\mu} &= 1 - P_{e\mu} - \tilde{P}_{\mu\tau}, \\ P_{\tau e} &= \tilde{P}_{e\mu} + P_{\mu\tau} - \tilde{P}_{\mu\tau}, \\ P_{\tau\mu} &= \tilde{P}_{\mu\tau}, \\ P_{\tau\tau} &= 1 - (\tilde{P}_{e\mu} + P_{\mu\tau}). \end{aligned} \quad (2.74)$$

O que nos resta é resolver a equação de evolução na matéria para encontrar $\tilde{\psi}_\alpha$. Veremos alguns casos específicos e de interesse em que a solução pode ser facilmente encontrada.

2.4.1 Dominância de Δm_{31}^2

Um dos casos de interesse é o da dominância de Δm_{31}^2 , ou seja, $\Delta m_{21}^2 \approx 0$. Nesse caso vale a relação $R^{12\dagger} \mathbb{M}^2 R^{12} = \mathbb{M}^2$, que resulta numa equação de evolução mais simples e independente de θ_{12} :

$$i \frac{d}{dx} \tilde{\psi}_\alpha = \frac{1}{2E} \left(R^{13} \mathbb{M}^2 R^{13\dagger} + \mathbb{A} \right) \tilde{\psi}_\alpha. \quad (2.75)$$

Explicitamente a equação de evolução na matéria será:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\alpha e} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\mu} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\tau} \end{pmatrix} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} s_{13}^2 \Delta m_{31}^2 + A_{CC} & 0 & c_{13} s_{13} \Delta m_{31}^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ c_{13} s_{13} \Delta m_{31}^2 & 0 & c_{13}^2 \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\alpha e} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\mu} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\tau} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

É fácil notar que a mistura envolve apenas duas componentes $\tilde{\psi}_{\alpha e}$ e $\tilde{\psi}_{\alpha\tau}$ de forma que $\tilde{\psi}_{\alpha\mu}$, permanece constante durante toda a evolução. Podemos então reduzir a equação para duas gerações:

$$i \frac{d}{dx} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\alpha e} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\tau} \end{pmatrix} = \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta_{13} \Delta m_{31}^2 + A_{CC} & \sin 2\theta_{13} \Delta m_{31}^2 \\ \sin 2\theta_{13} \Delta m_{31}^2 & \cos 2\theta_{13} \Delta m_{31}^2 - A_{CC} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{\psi}_{\alpha e} \\ \tilde{\psi}_{\alpha\tau} \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

De maneira análoga ao que vimos na seção 2.3, o ângulo de rotação na matéria que diagonaliza a equação de Schrödinger é tal que:

$$\tan 2\theta_{13}^M = \frac{\tan 2\theta_{31}}{1 - \frac{A_{CC}}{\Delta m_{31}^2 \cos 2\theta_{31}}}, \quad (2.78)$$

e os autovalores:

$$\Delta m_{M31}^2 = \sqrt{(\Delta m_{31}^2 \cos \theta_{13} - A_{CC})^2 + (\Delta m_{31}^2 \sin 2\theta_{13})^2}, \quad (2.79)$$

onde

$$\tilde{\psi}_\alpha = R_M^{13} \phi_\alpha. \quad (2.80)$$

Em que R_M^{13} é transformação unitária na matéria. Voltando para três gerações concluímos que:

$$U_M = R^{23} R_M^{13} = \begin{pmatrix} \cos \theta_{13}^M & 0 & \sin \theta_{13}^M \\ -\sin \theta_{23} \sin \theta_{13}^M & \cos \theta_{23} & \sin \theta_{23} \cos \theta_{13}^M \\ -\sin \theta_{23} \sin \theta_{13}^M & -\sin \theta_{13}^M & \cos \theta_{23} \sin \theta_{13}^M \end{pmatrix} \quad (2.81)$$

Usando U_M como a matriz de rotação na matéria teremos $\Psi_\alpha = U_M \mathcal{U}_M(L) U_M^\dagger \Psi_\alpha(0)$ e portanto:

$$P_{\alpha\beta} = \left| \sum_{k=1}^3 U_{M\alpha k} U_{M\beta k} \exp\left(-i \frac{m_{Mk}^2 L}{2E}\right) \right|^2. \quad (2.82)$$

Usando (2.81) e (2.82) para o caso do setor eletrônico, a probabilidade depende apenas do ângulo θ_{13}^M (2.78) e massa Δm_{M13}^2 (2.79). As probabilidades de oscilação tomam a forma (GIUNTI; KIM, 2007):

$$P_{ee} = 1 - \sin^2 2\theta_{ee}^{\text{ef}} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{M31}^2 L}{4E} \right) \quad \text{e} \quad P_{e\beta} = 1 - \sin^2 2\theta_{e\beta}^{\text{ef}} \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{M31}^2 L}{4E} \right), \quad (2.83)$$

em que:

$$\sin^2 2\theta_{ee}^{\text{ef}} = \sin^2 2\theta_{13}^M, \quad (2.84)$$

$$\sin^2 2\theta_{e\mu}^{\text{ef}} = \sin^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}^M, \quad (2.85)$$

$$\sin^2 2\theta_{e\tau}^{\text{ef}} = \cos^2 \theta_{23} \sin^2 2\theta_{13}^M. \quad (2.86)$$

Para os outros canais não é possível reduzir as probabilidades para uma forma análoga a de duas gerações pois na matéria existem dois autovalores de massa independentes.

Para o caso de Δm_{21}^2 ativo, aproximação solar, o leitor pode consultar (GIUNTI; KIM, 2007). O caso analítico para matéria constante leva a problemas em que é necessário

encontrar solução exata de autovalores cúbicos (ZAGLAUER; SCHWARZER, 1988). A solução para esse problema foi recorrer a teoria de perturbação e aproximações, que será tema do capítulo 4.

2.5 Matéria e Interações não Padrão

No capítulo 1 vimos um simples caso em que a oscilação poderia ser induzida por interação não padrão (NSI), no entanto não vimos de onde tal efeito vem. Nesta seção estudaremos as interações não padrão, que são interações extras ,permitidas pelos dados experimentais, entre os neutrinos e as partículas presentes na matéria. Da mesma forma que a interação fraca tem por consequência um potencial efetivo que afeta a probabilidade de oscilação do neutrino, as NSI's poderiam causar o mesmo efeito. Wolfenstein foi o primeiro a apontar a presença desse tipo de interação (WOLFENSTEIN, 1978; WOLFENSTEIN, 1979) na matéria. Até a presente data é um tema muito discutido em física de neutrinos.

2.5.1 Extensões do Modelo Padrão Para Interação de Neutrinos

Como vimos, o modelo para interação do neutrino se baseia numa simetria $SU(2) \times U(1)$. Algumas propostas de nova física que estendem o modelo padrão podem ter implicações em experimentos de oscilação. Seguindo a referência de (MIRANDA; NUNO-KAWA, 2015), podemos citar modelos de simetrias de Gauge estendidos, interação com léptons neutros adicionais e até com escalares. Para o caso em que adicionamos uma simetria de gauge local, temos por consequência a inclusão de algum bóson massivo, seja neutro ou carregado. Por exemplo adicionando uma simetria $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$ acrescentamos um novo campo neutro Z' , para o modelo simétrico de quiralidade $SU(2)_L \times U(1)_Y \times SU(2)_R \times U(1)_{Y'}$ é acrescentado um novo campo neutro Z' e um novo carregado W' . Para o caso de modelos E_6 em que surgem bósons neutros extras, as constantes de acoplamento terão a forma a seguir (BARRANCO; MIRANDA; RASHBA, 2007):

$$\epsilon^{uL} = -4 \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \sin^2 \theta_W \rho_{\nu N}^{NC} \left(\frac{\cos \beta}{\sqrt{24}} - \frac{\sin \beta}{3} \sqrt{\frac{5}{8}} \right) \left(\frac{3 \cos \beta}{2\sqrt{24}} + \frac{\sin \beta}{6} \sqrt{\frac{5}{8}} \right), \quad (2.87)$$

$$\epsilon^{dR} = -8 \frac{M_Z^2}{M_{Z'}^2} \sin^2 \theta_W \rho_{\nu N}^{NC} \left(\frac{3 \cos \beta}{2\sqrt{24}} + \frac{\sin \beta}{6} \sqrt{\frac{5}{8}} \right)^2, \quad (2.88)$$

$$\epsilon^{dL} = \epsilon^{uL} = -\epsilon^{uR}, \quad (2.89)$$

em que M_Z é a massa do Z^0 , $M_{Z'}$ é a massa do novo bóson adicional, θ_W é o ângulo de mistura entre os quarks, $\rho_{\nu N}^{NC}$ contém as correções radiativas e β é o ângulo de mistura entre os dois bósons que surgem da simetria $U(1)_\chi \times U(1)_\psi$. O interessante dessa forma para as constantes de acoplamento é que elas são proporcionais a razão entre a massa

de Z^0 e o novo bóson vetorial. Portanto, quanto mais pesado for o bóson, menor é a intensidade da interação e conseqüentemente menor será sua influencia na oscilação, como veremos adiante.

Além de simetrias extras, poderíamos supor a existência de novos léptons neutros:

$$K = (K_L, K_H) \quad (2.90)$$

em que K_L é um dubleto leve e K_H um singlete pesado. A interação tem a seguinte forma:

$$\mathcal{L} = \frac{ig'}{2 \sin \theta_W} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu K^\dagger K \nu_L \quad (2.91)$$

Para o caso em que temos apenas um lépton neutro adicional, o efeito sobre o neutrino eletrônico terá a seguinte forma:

$$\epsilon^{eL} = -g_L \sin^2 \theta_{14}, \quad \epsilon^{eR} = -g_R \sin^2 \theta_{14} \quad (2.92)$$

θ_{14} é o ângulo de mistura entre o neutrino leve e o lépton pesado. Para mais detalhes sobre esse tipo de modelo e outros modelos de extensão, consultar (SCHECHTER; VALLE, 1980; OHLSSON, 2013; MIRANDA; NUNOKAWA, 2015).

2.5.2 A interação não padrão efetiva

Usando a forma funcional da lagrangiana efetiva (2.17), de forma geral teremos um grupo de interações da forma:

$$-\mathcal{L}_{NSI}^{eff} = \epsilon_{\alpha\beta}^{fP} 2\sqrt{2}G_F (\bar{\nu}_\alpha \gamma_\rho L \nu_\beta) (\bar{f} \gamma^\rho P f), \quad (2.93)$$

onde $\epsilon_{\alpha\beta}^{fP}$ descreve o quão distante a interação está da interação fraca em termos de intensidade, α e β são índices referentes ao sabor dos neutrinos (e, μ e τ), f corresponde aos campos fermiônicos e, u e d e P é o operador de projeção de quiralidade ($L, R = (1 \pm \gamma^5)/2$). Observamos que essa lagrangiana descreve apenas interações via corrente neutra. Existe uma diversidade de possíveis interações consideradas NSI, seja através de CC ou NC. Neste trabalho trataremos NSI como interações da forma da lagrangiana (2.93). Interações não padrão do tipo CC também podem afetar a produção e a detecção de neutrinos além da propagação. Neutrinos podem, devido a NSI, ser criados em estados que não são estados da interação fraca. A detecção do neutrino é feita de forma indireta, através dos léptons carregados (e, μ, τ) produzidos, os quais são autoestados da interação fraca. Sendo assim podem ocorrer mudanças na quantidade de léptons produzidos devido à diferença entre

estado de produção e detecção. Podemos formalizar isso através dos autoestados não normalizados de produção e detecção (GROSSMAN, 1995):

$$|\nu_\alpha^s\rangle = |\nu_\alpha\rangle + \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \epsilon_{\alpha\beta}^s |\nu_\beta\rangle \quad (2.94)$$

$$\langle \nu_\alpha^d | = \langle \nu_\alpha | + \sum_{\beta=e,\mu,\tau} \epsilon_{\alpha\beta}^d \langle \nu_\beta | \quad (2.95)$$

Essa hipótese pode ter consequências em experimentos de oscilação de neutrinos. Partindo das equações anteriores podemos calcular a probabilidade de oscilação com nova física na detecção e na produção (MELONI et al., 2010):

$$\Psi_{\alpha\beta}(L, E) = \psi_{\alpha\beta} + \sum_{\gamma=e,\mu,\tau} \epsilon_{\beta\gamma}^s \psi_{\alpha\gamma} + \sum_{\gamma=e,\mu,\tau} \epsilon_{\alpha\gamma}^d \psi_{\gamma\beta} + \sum_{\gamma,\delta=e,\mu,\tau} \epsilon_{\alpha\gamma}^d \epsilon_{\beta\delta}^s \psi_{\gamma\delta} \quad (2.96)$$

sendo que

$$\psi_{\alpha\beta}(L, E) = \langle \nu_\alpha^d | e^{-i\mathcal{H}L} | \nu_\beta^s \rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i\frac{m_i^2}{2E}L}, \quad (2.97)$$

portanto

$$\begin{aligned} P_{\alpha\beta}(L, E) = & \sum_{i,j} \mathcal{J}_{\alpha\beta}^i \mathcal{J}_{\alpha\beta}^{j*} - 4 \sum_{i>j} \mathcal{R}e \left(\mathcal{J}_{\alpha\beta}^i \mathcal{J}_{\alpha\beta}^{j*} \right) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \\ & + 2 \sum_{i>j} \mathcal{I}m \left(\mathcal{J}_{\alpha\beta}^i \mathcal{J}_{\alpha\beta}^{j*} \right) \sin \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (2.98)$$

onde

$$\mathcal{J}_{\alpha\beta}^i = U_{\alpha i}^* U_{\beta i} + \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\gamma}^s U_{\gamma i}^* U_{\beta i} + \sum_{\gamma} \epsilon_{\alpha\gamma}^d U_{\alpha i}^* U_{\gamma i} + \sum_{\gamma,\delta} \epsilon_{\alpha\gamma}^s \epsilon_{\delta\beta}^d U_{\gamma i}^* U_{\delta i}. \quad (2.99)$$

Uma das consequências mais importantes de (2.98) é o chamado *efeito de distância zero*, em que a oscilação ocorre em $L = 0$:

$$P(\nu_\alpha^s \rightarrow \nu_\beta^d; L = 0) = \sum_i \mathcal{J}_{\alpha\beta}^i \mathcal{J}_{\alpha\beta}^{j*}, \quad (2.100)$$

se um neutrino for produzido e detetado no mesmo local ele já oscila, o detetor serve como análogo de um filtro polarizado colapsando o estado do neutrino.

Além dos efeitos na detecção e na interação através de corrente carregada, as interações não padrão podem influenciar a propagação do neutrino na matéria caso existam. Como fizemos na seção 2.2, podemos calcular o potencial efetivo devido a interação de neutrinos com a matéria. Tais interações terão como consequência outros termos na equação

de evolução para o neutrinos formando uma matriz potencial juntamente com à interação via CC já conhecida:

$$H_I = \sqrt{2}G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{\mu e} & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{\tau e} & \epsilon_{\tau\mu} & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

em que $\epsilon_{\alpha\beta} = \sum_f Y_f(x) \epsilon_{\alpha\beta}^f$, $Y_f(x) = N_f(x)/N_e(x)$ e $\epsilon_{\alpha\beta}^f = \epsilon_{\alpha\beta}^{fL} + \epsilon_{\alpha\beta}^{fR}$ e $f = \{u, d, e\}$ são os férmions presentes na matéria usual. Cada acoplamento é proporcional a $A_{CC} = 2E\sqrt{2}G_F N_e(x)$ e dependem das densidades de prótons e nêutrons do meio (MIRANDA; NUNOKAWA, 2015; OHLSSON, 2013).

2.5.3 NSI em duas gerações de neutrinos na matéria constante

Antes de estudarmos os efeitos em três gerações de neutrinos através de teoria de perturbação, veremos como a propagação pode ser influenciada por NSI em duas gerações. Sabemos que as oscilações ocorrem principalmente em dois canais, $\mu - e$ e $\mu - \tau$, o primeiro para o caso solar e o segundo para o caso atmosférico. Portanto de uma perspectiva histórica e prática, vale apenas estudar um pouco dos efeitos em duas gerações. Nesse caso o hamiltoniano pode ser escrito explicitamente como

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \left[\begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix} + A_{CC} \begin{pmatrix} 0 & \epsilon(N_d + N_u + N_e) \\ \epsilon(N_d + N_u + N_e) & \epsilon'(N_d + N_u + N_e) - 1 \end{pmatrix} \right]. \quad (2.102)$$

Na matéria usual $N_d \approx N_u \approx 3N_e$, portanto

$$\mathcal{H}_F = \frac{1}{4E} \left[\begin{pmatrix} -\Delta m^2 \cos 2\theta & \Delta m^2 \sin 2\theta \\ \Delta m^2 \sin 2\theta & \Delta m^2 \cos 2\theta \end{pmatrix} + A_{CC} \begin{pmatrix} 0 & \epsilon'(7N_e) \\ \epsilon'(7N_e) & \epsilon(7N_e) - 1 \end{pmatrix} \right]. \quad (2.103)$$

Já vimos no capítulo 1 a probabilidade de transição entre dois sabores induzida por interação não padrão para matéria constante. Uma forma mais geral para o caso de uma evolução adiabática onde o neutrino não tem massa mas interage através de NSI, pode ser encontrada em (GUZZO; MASIERO; PETCOV, 1991). Nesse caso, a probabilidade de sobrevivência de ν_e tem a forma:

$$P_{ee} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta_m^i \cos 2\theta_m^f + \frac{1}{2} \sin 2\theta_m^i \sin 2\theta_m^f \\ \times \cos \left(\sqrt{2}G_F \int_i^f N_e \sqrt{4\epsilon^2 \left(1 + \frac{N_u + N_d}{N_e}\right)^2 + \left[\epsilon' \left(1 + \frac{N_u + N_d}{N_e}\right) - 1\right]^2} dx \right) \quad (2.104)$$

onde o ângulo de mistura na matéria é dado por:

$$\tan 2\theta = \frac{2\epsilon(1 + \frac{N_u + N_d}{N_e})}{\epsilon'(1 + \frac{N_u + N_d}{N_e}) - \frac{1}{2}}. \quad (2.105)$$

Como podemos notar também há ressonância quando $2\epsilon'(1 + \frac{N_u + N_d}{N_e}) = 1$. O parâmetro de adiabaticidade é:

$$\gamma_R = \sqrt{2}G_F \left(\frac{N_e}{|d(\frac{N_u + N_d}{N_e})/dx|_R} \right) \frac{2}{\epsilon'} \left(\frac{\epsilon}{\epsilon'} \right)^2. \quad (2.106)$$

Para o caso não adiabático (BARGER; PHILLIPS; WHISNANT, 1991):

$$\bar{P}_{ee} = \frac{1}{2} [1 + (1 - 2P_c) \cos 2\theta_m^s \cos 2\theta_m], \quad (2.107)$$

onde θ_m^s é o ângulo de mistura na produção do neutrino e P_c é dado pela equação (2.58).

O caso discutido acima foi proposto como alternativa ao efeito de oscilação no começo da década de 90. No entanto, o efeito de oscilação induzido por massa ainda tem uma grande vantagem sobre interações não padrão, por não adicionar a hipótese de uma interação ainda não detectada. Portanto, o efeito de NSI deve ser considerado junto com oscilação padrão. Os dados apontam (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016) que só podemos considerar NSI como um efeito sub-dominante na oscilação de neutrinos.

Ao considerarmos efeitos de NSI e efeito de mistura induzida por massa simultaneamente, os ângulos de mistura e a fase de oscilação serão diferentes, porem a estrutura geral se mantém. Como nos outros casos devemos diagonalizar o hamiltoniano, encontrar os ângulos de mistura, as massas na matéria e o parâmetro de adiabaticidade. Isto se torna simples em duas gerações, pois devemos fazer apenas as substituições (GUZZO; MASIERO; PETCOV, 1991):

$$\epsilon(N_d + N_u + N_e) \rightarrow \Delta m^2 \sin 2\theta + \epsilon(N_d + N_u + N_e) \quad (2.108)$$

$$\epsilon'(N_d + N_u + N_e) - N_e \rightarrow 2\Delta m^2 \cos 2\theta + \epsilon'(N_d + N_u + N_e) - N_e. \quad (2.109)$$

Por simplificação, suponhamos que haja acoplamento apenas com o quark d, para tal:

$$\tan 2\theta_M = \frac{2(\Delta m^2 \sin 2\theta + \sqrt{2}G_F \epsilon N_d)}{2\Delta m^2 \cos 2\theta + 2\sqrt{2}G_F(\epsilon' N_d - 1)} \quad (2.110)$$

$$\Delta m_M^2 = \sqrt{\left[\Delta m^2 \cos 2\theta + 2\sqrt{2}G_F \left(\frac{\epsilon' N_d}{2} - 1 \right) \right]^2 + \left(\sqrt{2}G_F N_d \epsilon + \Delta m^2 \sin 2\theta \right)^2} \quad (2.111)$$

e o parâmetro de adiabaticidade será dado por:

$$\gamma_R = \frac{\Delta m_M^2}{4E|d\theta_M/dx|}. \quad (2.112)$$

Até aqui, vimos como encontrar expressões incluindo NSI análogas aos casos em que temos apenas matéria usual, sempre em duas gerações. É notável que supondo que as densidades de nêutrons e prótons mantenham a relação $N_u \approx N_d \approx N_e$, as teorias são degeneradas e podem descrever efetivamente os mesmos experimentos. Isso deve ocorrer tanto para duas gerações quanto para três gerações pois a forma funcional das probabilidades é mantida. O meio pelo qual quebramos essa degenerescência é através de mudanças na proporção de prótons, nêutrons e elétrons na matéria convencional. Mas caso isso não ocorra é possível encontrar uma correspondência entre ambas, de forma que se encontrarmos fórmulas analíticas quando não houver NSI, também é possível encontrar fórmulas analíticas quando houver NSI. No capítulo 4 veremos como isso acontece para três gerações de neutrinos. Porém antes de prosseguir, no capítulo seguinte introduziremos os experimentos existentes já realizados e os em andamento hoje e a fenomenologia dos modelos de oscilação e de NSI que nos levam a estudar NSI como efeito subdominante de oscilação induzida por massa.

3 Descrição Geral e Fenomenologia

Em física lidamos com modelos teóricos para descrição da natureza. Esses modelos precisam descrever todos os dados experimentais existentes até o momento, ou pelo menos uma classe deles e precisam prever todos os futuros experimentos. Caso um modelo não descreva um experimento ele precisa ser reformulado. No entanto em muitas áreas da física, como é o caso do neutrino, o modelo tem graus de liberdade em relação a alguns parâmetros teóricos que, normalmente, pertencem aos números reais. Isso gera um problema para os físicos que é o de testar todos os infinitos modelos. Em problemas de aparecimento e desaparecimento de neutrinos, o modelo de oscilação deve descrever o fluxo final detectado de neutrinos dado o fluxo inicial que pode depender de um modelo teórico ou pode até mesmo ser detectado. Os experimentos irão limitar os espaços de parâmetros permitidos através de análises estatísticas. Assim podemos chegar a níveis de confiança para os parâmetros teóricos. No prosseguimento do capítulo introduziremos as principais fontes de neutrinos para experimentos de aparecimento e desaparecimento assim como comentaremos sobre alguns experimentos e detectores envolvidos e suas respectivas análises estatísticas dos parâmetros de oscilação, alguns envolvendo análise de oscilação induzida por NSI.

3.1 Fontes de Neutrinos

Hoje conhecemos algumas fontes de neutrinos, tanto naturais quanto artificiais que existem devido à intervenção tecnológica humana. Neutrinos são produzidos em sua maior parte através de decaimentos em processos via correntes carregadas CC, como no decaimento β . Como fontes naturais conhecemos o sol, que produz, através de reações nucleares trilhões de neutrinos por segundo por centímetro quadrado; temos os decaimentos de partículas geradas em interações da atmosfera com raios cósmicos e neutrinos provenientes de super nova. Estas são as principais fontes naturais, apesar de existirem grandes estudos sobre geoneutrinos e *relic* neutrinos¹. As fontes artificiais são reatores nucleares, aceleradores de partículas e bombas atômicas. Neutrinos são as partículas mais leves e, por fim, quase todo decaimento pode acabar em neutrinos. Nesta seção discutiremos um pouco do fluxo de neutrinos provenientes do sol, da atmosfera, de aceleradores e reatores, além de entender o papel de cada um no status atual do mecanismo de oscilação induzido por massa.

¹ Geoneutrinos são neutrinos produzidos através de reações nucleares no núcleo terrestre. *Relic* neutrinos seriam neutrinos produzidos durante o big bang.

3.1.1 Neutrinos Solares

Antes de falar do fluxo de neutrinos solar, introduziremos o *modelo solar padrão* (ou MSP). O MSP (BAHCALL; PINSONNEAULT; BASU, 2001) é o modelo construído com os melhores dados físicos disponíveis. Também é necessário que o modelo descreva a luminosidade e raio solar observados, assim como a razão de elementos pesados em relação a hidrogênio presentes na superfície solar. A teoria moderna que explica a energia proveniente do sol através de reações termonucleares foi desenvolvida por Bethe (BETHE, 1939). Existem dois ciclos principais na produção de energia solar: o ciclo CNO e a cadeia *pp*. Ambos produzem neutrinos em determinadas faixas de energias.

Algumas reações presentes na cadeia *pp* e no ciclo CNO produzem neutrinos em diferentes faixas de energia e fluxos. A figura 8 apresenta o fluxo de neutrinos em função da energia para as principais reações solares que produzem neutrinos.

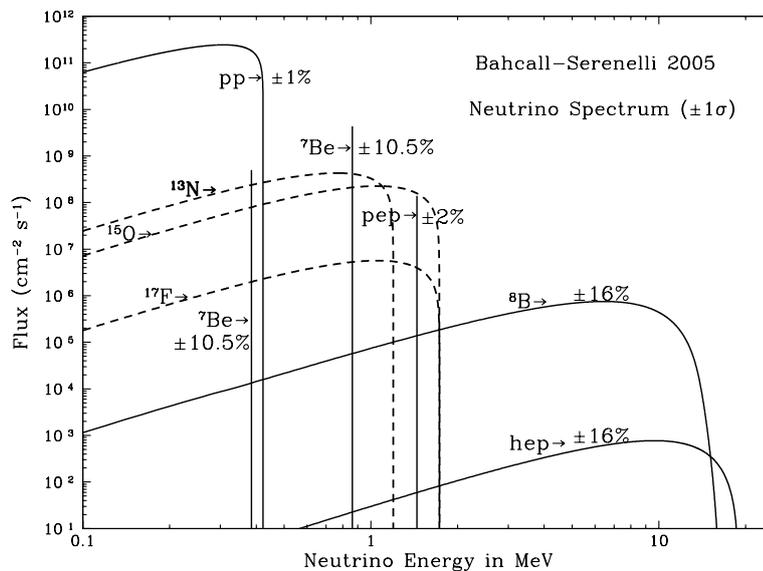


Figura 8 – Na figura acima temos o fluxo de neutrinos provenientes de cada reação em $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{MeV}^{-1}$ para as superfícies e $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ para as linhas verticais. A figura que pode ser encontrada no website de John Bahcall (<http://www.sns.ias.edu/~jnb/>) foi construída usando o modelo BS05(OP) (BAHCALL; SERENELLI; BASU, 2005)

Antes de introduzir neutrinos atmosféricos, cabe destacar que a energia dos neutrinos solares varia de 0.1 MeV até pouco mais de 10 MeV. Os maiores fluxos estão presentes nas energias mais baixas, entre 0.3 MeV e 2 MeV. O fluxo de neutrinos solares é o maior da classe de fontes de neutrinos.

3.1.2 Neutrinos Atmosféricos

Além dos neutrinos gerados no sol, existem também neutrinos produzidos na atmosfera através da interação de raios cósmicos com partículas atmosféricas. Raios cósmicos

são partículas altamente energéticas que bombardeiam o planeta terra constantemente. Raios cósmicos primários, principalmente prótons e alguns núcleos interagem com a atmosfera produzindo um chuva de raios cósmicos secundários, hádrons e produtos de seus decaimentos. Nesse processo são produzidos píons e múons, muitas dessas partículas decaem antes de tocar o solo produzindo neutrinos através das seguintes reações:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu, \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \quad (3.1)$$

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu \quad e \quad \mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu. \quad (3.2)$$

Os neutrinos gerados nessas reações possuem energias que vão de 100 MeV até 100 GeV. Para baixas energias ($E \lesssim 1$) em que a maioria dos múons decai antes de chegar ao solo os fluxos de neutrinos e antineutrinos eletrônicos e muônicos mantem as razões

$$\frac{\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\bar{\nu}_\mu}}{\phi_{\nu_e} + \phi_{\bar{\nu}_e}} \simeq 2 \quad e \quad \frac{\phi_{\nu_\mu}}{\phi_{\bar{\nu}_\mu}} \simeq 1. \quad (3.3)$$

No entanto conforme a energia dos múons aumenta, a maior parte das partículas decai antes de chegar ao solo aumentando a razão entre número de neutrinos muônicos e eletrônicos. Os fluxos previstos de neutrinos em função do ângulo zenital em Kamioka calculados através de método de Monte Carlo (HONDA et al., 2004) está esboçado na figura 9

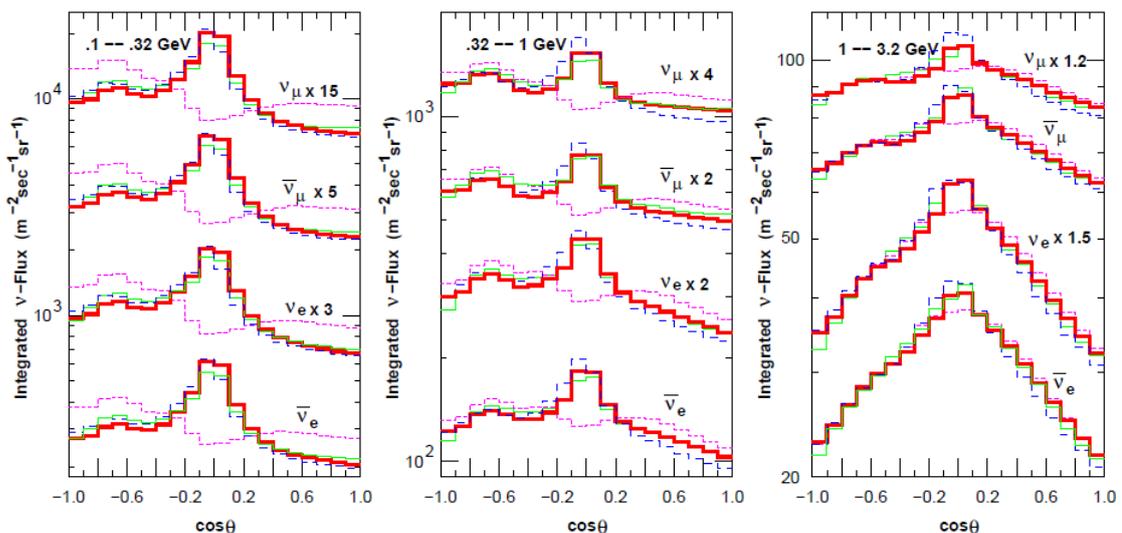


Figura 9 – Dependência zenital do fluxo de neutrinos atmosféricos para três energias em Kamioka. As linhas grossas são para Monte Carlo 3D e as linhas pontilhadas para 1D. A figura é resultado de (HONDA et al., 2004).

Não entraremos em mais detalhes sobre o fluxo de neutrinos atmosféricos pois não é o objetivo deste trabalho. Por hora queremos apresentar as fontes de neutrinos e introduzir as limitações experimentais existentes hoje que servirão de base para entender a fenomenologia em três gerações. Para mais detalhes sobre o fluxo atmosférico o leitor pode consultar (HONDA et al., 2004) ou um livro introdutório (GIUNTI; KIM, 2007).

3.1.3 Aceleradores e Reatores

Além das fontes naturais, também existem as fontes artificiais de neutrinos. As fontes artificiais existentes hoje podem ser classificadas em reatores nucleares e aceleradores de partículas.

Reatores nucleares funcionam através do processo de fissão de elementos químicos. Nos reatores nucleares a fissão ocorre principalmente através de urânio e plutônio que ocasionam decaimentos β em cadeia produzindo antineutrinos em cada processo. Os antineutrinos produzidos tem um fluxo isotrópico e energias da ordem de 4 MeV. O fato dos reatores gerarem um fluxo isotrópico, faz com que para grandes distâncias o fluxo caia drasticamente limitando a distancia dos detetores em relação à fonte. Como exemplo na figura 10.

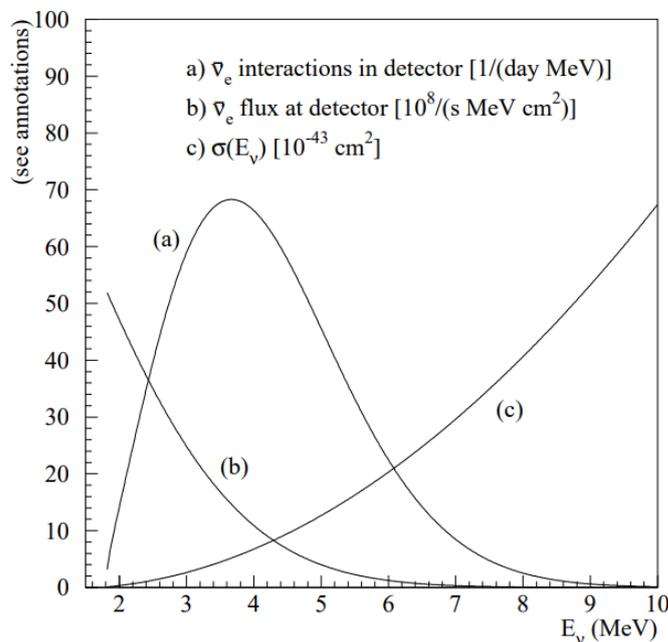


Figura 10 – Fluxo de antineutrinos eletrônicos, seção de choque do decaimento beta inverso, e espectro de interação no detector: (a) e (b) se referem a 12 toneladas de água num detector localizado a 800 metros de um reator de 12 GW_{th}; (c) se refere a seção de choque da reação de detecção. A figura é resultado de (BEMPORAD; GRATTA; VOGEL, 2002).

Já falamos no capítulo 1 sobre neutrinos gerados em aceleradores, quando fizemos o tratamento fenomenológico. Ao contrário dos neutrinos gerados em reatores, nos accelera-

dores o fluxo de neutrino é direcional, possibilitando experimentos com detectores bem distantes do acelerador. Hoje está em projeto o experimento DUNE ([COLLABORATION et al., 2015](#)) que cobrirá a maior distância já usada entre acelerador de partículas e detector.

Neutrinos gerados em aceleradores são produzidos através do decaimento de píons, múons e káons que foram criados pela colisão de prótons em alvos fixos. Podemos dividir experimentos de aceleradores em três classes: DIF (Pion Decay in Flight), DAR (Muon Decay at Rest) e Beam Dump. Os feixes DIF são feixes majoritariamente de neutrinos muônicos produtos de decaimento de píons e káons, onde a energia dos neutrinos gerados é da ordem de alguns GeV. Feixes DAR são constituídos de neutrinos eletrônicos e muônicos gerados através da reação:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu. \quad (3.4)$$

As energias desses neutrinos costumam ser da ordem de alguns MeV. E o ultimo tipo de feixe, Beam Dump, produz neutrinos através da colisão de prótons com energias de centenas de GeVs que colidem em alvo pesado. Esses prótons geram hádrons pesados que decaem igualmente em ν_μ e ν_e em mesma quantidade e com energias da ordem de 100 GeV.

DUNE - Como exemplo podemos citar o experimento DUNE, o próximo da geração de experimentos de oscilação. Os feixes gerados pelo DUNE terão origem no FERMILAB, através da colisão de 1.47×10^{21} prótons por ano com energia de 80 GeV. Os neutrinos gerados no FERMILAB passarão por um Near Detector próximo ao acelerador que dará com precisão o fluxo de neutrinos gerados. A 1300 km de distância em Dakota do Sul haverá um Far Detector em Sanford underground facility, a qual se encontra a uma profundidade de quase 1.5 km da superfície para isolar contaminação por raios cósmicos nos detectores. Conhecendo o fluxo inicial e final com precisão poderemos através da oscilação, medir fase δ_{CP} e hierarquia de massas, principais objetivos da colaboração DUNE ([COLLABORATION et al., 2015](#)).

3.2 Experimentos e Fenomenologia

Vimos na seção anterior, as fontes mais importantes de neutrinos. Abordaremos agora um pouco mais dos experimentos, dos detetores envolvidos, das medidas e da fenomenologia.

3.2.1 Experimentos com Neutrinos Solares

Experimentos com neutrinos solares foram os primeiros a indicar desaparecimento de neutrinos. Como vimos na seção anterior, o modelo solar padrão descreve a produção de

energia solar, o mesmo modelo prediz um fluxo isotrópico de neutrinos eletrônicos do sol até a terra. O primeiro experimento realizado para medir o fluxo de neutrinos solares foi realizado na mina de Homestake em Dakota do Sul (JR; HARMER; HOFFMAN, 1968). O fluxo medido no detector era apenas um terço do esperado. O experimento usava uma reação decaimento β inverso



que possui um limite inferior de detecção de 0.814 MeV. Esse limite deixava de lado a parte mais relevante do modelo solar, a reação pp e era sensível a reação de mais alta energia ${}^8\text{B}$ como podemos ver na figura 8. Algum tempo depois outros experimentos surgiram (ANSELMANN et al., 1994; ABDURASHITOV et al., 1994) com a reação



que tinha um limite inferior bem menor que os experimentos com Cloro. Tais experimentos eram sensíveis às reações pp e tinham um limite inferior de 0,233 MeV. Os resultados não foram muito diferentes e continuaram a apontar fluxos diferentes entre o modelo solar e os dados experimentais confirmando que havia uma divergência entre o modelo teórico e o fluxo medido. Nesse período haviam fortes evidências de que o fluxo vinha realmente do sol, os detectores usados nos experimentos a base de Gálio eram passivos (podem ser classificados como passivos porque eram mantidos funcionando durante dias ou meses e, depois, era contada a quantidade de átomos que haviam sofrido a reação). Não havia informação imediata sobre a interação ou até informações sobre a direção de onde veio o neutrino. Um experimento que contribuiu nesse aspecto foi o Kamiokande I (HIRATA et al., 1989), que empregava tanques de água como detectores de radiação Cherenkov (CHERENKOV, 1934). Esse tipo de detector possibilita medir neutrinos em tempo real e obter informações de sua origem. Com isso a colaboração Kamiokande também confirmou um déficit no fluxo de neutrinos solares e verificou que o fluxo de neutrinos vinha realmente do sol. Esse conflito entre teoria e experimento foi chamado de *o problema do neutrino solar*. Mesmo com a proposta do mecanismo de oscilação o problema ainda não estava resolvido, pois a divergência do fluxo de neutrinos ainda dependia do modelo teórico BP04 (BAHCALL; SHAVIV, 1968). Foi então que em 2002 o experimento SNO (*Solar Neutrino Observatory*) divulgou resultados que confirmaram o modelo de nucleossíntese solar. Em 1998 já havia sido confirmada a anomalia do neutrino atmosférico que indicava fortemente a oscilação de neutrinos. A colaboração SNO mediu, através de corrente neutra o fluxo total de neutrinos, que não dependiam da geração de um τ ou μ . O fluxo total de neutrinos medido coincidiu com o o fluxo total de neutrinos previstos pelo modelo solar, como mostrado na figura 11. Isso foi a maior evidência para o modelo solar e para o mecanismo de oscilação que explicava bem os resultados experimentais que indicavam a solução de LMA (*large mixing angles*) e ressonância. Portanto, através da equação de Parke (2.57), conhecida a densidade solar, poderíamos explicar os dados.

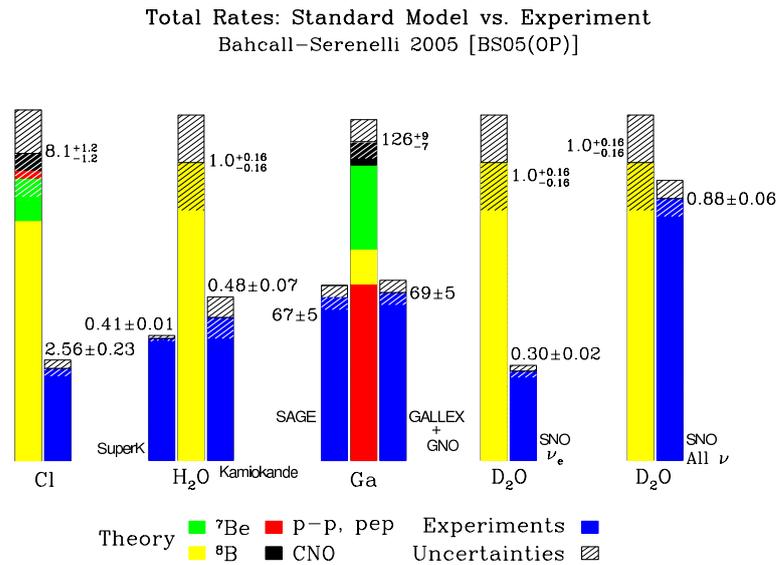


Figura 11 – Em amarelo, verde, vermelho e preto estão as taxas dos fluxos de neutrinos solares previstos pelo modelo BP05 devido a cada processo, em azul os fluxos experimentais medidos em cada experimento, com Cl, radiação Cherenkov, Gálio e o fluxo medido de neutrinos eletrônicos (4^a coluna) e fluxo de todos os neutrinos sem distinção de sabor (5^a Coluna). A figura pode ser encontrada no site de John Bahcall. <http://www.sns.ias.edu/~jnb/>

Análises de neutrinos solares em duas gerações levavam aos resultados em linhas pretas da figura 12 para a diferença de massas e ângulo de mistura.

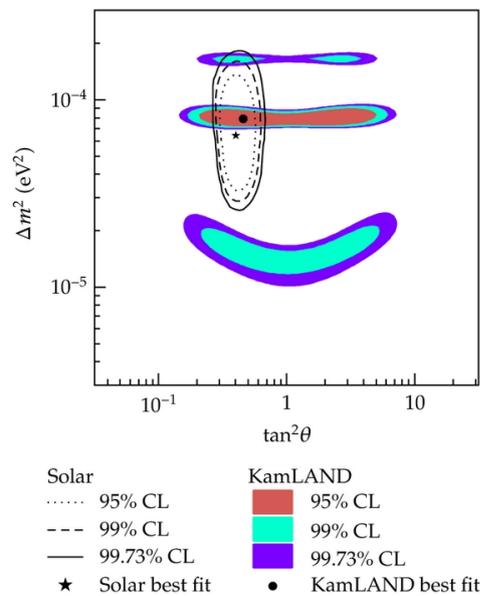


Figura 12 – Resultados da análises de experimentos de neutrinos solares em duas gerações solares em pontilhado e de neutrinos de reator para o experimento KamLAND em colorido. Solar Neutrinos - Disponível em: https://www.researchgate.net/230613697_a-Allowed-region-of-the-neutrino-oscillation-parameter-from-KamLAND-antineutrino-data

3.2.2 Experimentos com Neutrinos Atmosféricos

Raios cósmicos de diferentes energias bombardeiam a atmosfera produzindo partículas secundárias que decaem em neutrinos. Os neutrinos altamente energéticos atravessam o planeta e podem ser detectados em qualquer lugar. Se o mecanismo de oscilação for real e Δm^2 coincidir com a razão E/L para alguns valores de energia e distância, poderemos verificar alteração no fluxo de neutrinos atmosféricos previstos.

A figura 13 representa a trajetória de um neutrino produzido na atmosfera formando um ângulo θ_{down} em relação a normal da superfície do planeta. O neutrino percorrerá um distância L até ser detectado no experimento realizado no topo da figura. O que faremos é encontrar a distância L percorrida pelo neutrino em função do ângulo θ_{down} .

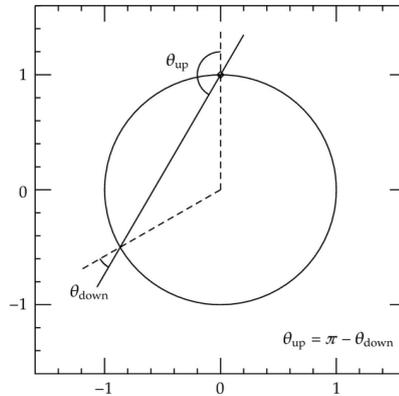


Figura 13 – Representação geométrica da entrada de um neutrino no planeta terra. Figura retirada de (KAJITA, 2012).

Tal relação pode ser facilmente calculada através de um pouco de geometria:

$$L = \sqrt{(R + h)^2 - R^2 \sin^2 \theta_{down}} + R \cos \theta_{down}, \quad (3.7)$$

onde R é o raio da terra e h a altura em que o neutrino for gerado na atmosfera em relação à crosta terrestre. A probabilidade de oscilação de um tipo de neutrino em duas gerações é dada pela composição da equação (1.35) com a (3.7). As energias dos neutrinos atmosféricos variam tal qual a figura 9 e, com a variação da distância de propagação, podemos verificar a existência de oscilação sobre uma grande área do espaço de fase dos parâmetros. Em 1998 a colaboração Super Kamiokande divulgou resultados confirmando a oscilação (FUKUDA et al., 1998). Na figura 14 podemos notar que o mecanismo de oscilação da conta dos resultados medidos. Para esse tipo de análise é suficiente usar duas gerações sem a necessidade de acrescentar matéria. É notável que não há oscilação aparente de ν_e em regime atmosférico. No entanto, para ν_μ há um déficit para neutrinos que vem do outro lado do planeta. O mecanismo de oscilação é responsável pela transição de estados muônicos para tauônicos. Para baixas energias (Sub-GeV) o efeito ainda ocorre para neutrinos que vem de cima.

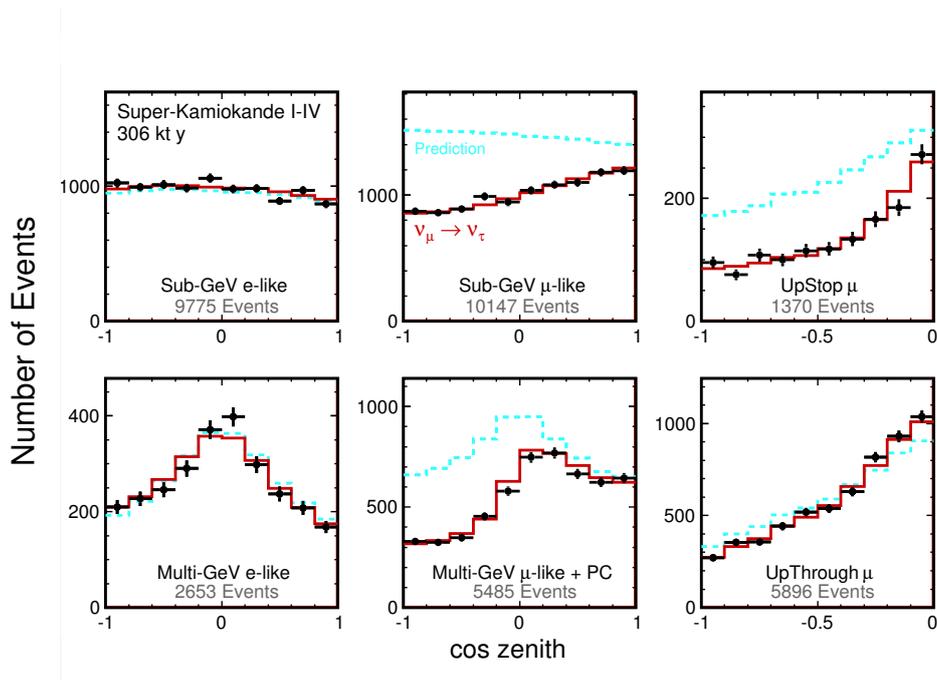


Figura 14 – Distribuição Zenital para eventos totalmente contidos de 1-anel, e -like e μ -like com energia visível $< 1,33$ GeV (sub-GeV) e $> 1,33$ GeV (multi-GeV). As linhas pontilhadas mostram os eventos caso não houvesse oscilação, e a linha sólida mostra o melhor ajuste esperado para oscilação entre ν_μ e ν_τ (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016).

Os parâmetros, quando analisados em duas gerações para o Super Kamiokande, levam ao espaço de fase da figura 15 para massas e ângulos de mistura. Na figura 15 também estão representadas curvas de outros experimentos de escala atmosférica posteriores ao Super Kamiokande.

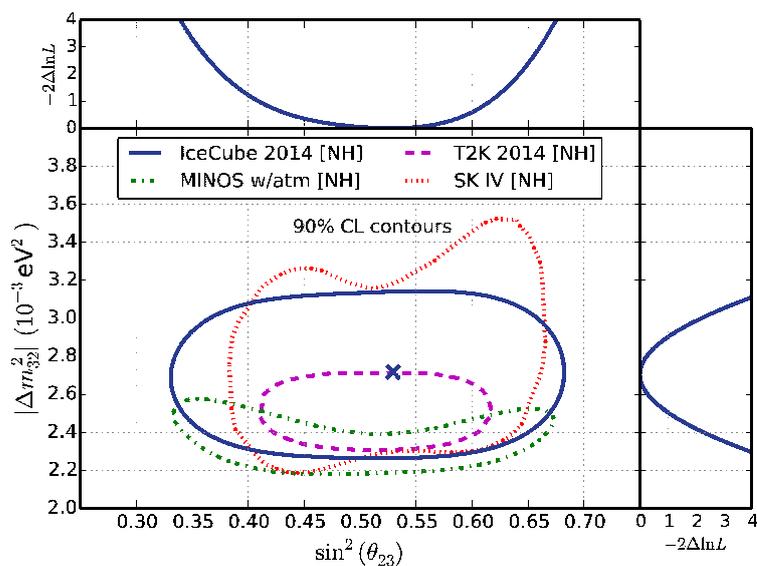


Figura 15 – Comparação em contornos de 90% de confiança para parâmetros de oscilação atmosférica dos dados de T2K, MINOS, SuperKamiokande e Icecube. Foi assumida hierarquia normal (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016).

Ao compararmos resultados de experimentos atmosféricos com experimentos solares temos que as diferenças de massas e os ângulos de mistura responsáveis por cada setor são diferentes. Vimos nos capítulos anteriores que quando o ângulo de mistura θ_{13} é muito pequeno, cada análise pode ser feita em duas gerações. No entanto com o refinamento dos experimentos de reatores e aceleradores, análises em três gerações se tornam necessárias.

3.2.3 Experimentos em Reatores e Aceleradores

Experimentos de reatores e aceleradores marcaram as duas últimas décadas de experimentos em física de oscilação de neutrinos. Daremos destaque aqui aos principais experimentos e resultados obtidos, como medidas dos parâmetros solares pelo KamLand (APOLLONIO et al., 2003), medida do θ_{13} pelo Daya Bay (AN et al., 2012) e os resultados do *off axis*(OA) T2K (ABE et al., 2011).

Uma série de experimentos envolvendo reatores foi realizada, os de curta distância chamados *short baseline* serviram para restringir o espaço de fase e colocar limites nos parâmetros de oscilação. Os de longa distância como KamLand serviram para reforçar o modelo de oscilação. Os resultados de Kamland apontaram concordância com os dados solares analisados através de oscilação induzida por massa. Na figura 12 notamos que os valores concordam em regiões de até 3σ .

Além do KamLand outros experimentos de reator foram importantes. RENO (AHN et al., 2012), e Daya Bay (AN et al., 2012) foram os primeiros experimentos a observarem oscilação de antineutrinos eletrônicos em reatores a curtas distâncias. Esses experimentos mediram θ_{13} através de fórmula (2.83) e mostraram que o ângulo é diferente de zero em mais de 10σ .

Por outro lado experimento usando aceleradores como MINOS (ADAMSON et al., 2011) e T2K (ABE et al., 2011) nos possibilitaram melhores medidas de Δm_{31}^2 através do *off axis*, que são experimentos fora de eixo. O feixe de neutrinos é direcionado em alguns graus do detetor, fazendo com que maior parte do fluxo seja bem próximo da energia desejada. A figura 16 mostra o fluxo de neutrinos para três ângulos diferentes. Para 2.5° , o ângulo é tal que o pico de energia coincide com o mínimo da probabilidade para $\Delta m_{31} = 2,4 \times 10^{-3} \text{eV}^2$. Conhecendo com precisão a posição do mínimo, podemos medir com precisão a diferença de massa.

Com o aumento do número de experimentos de oscilação, análises globais se tornam convenientes, como as análises de Gonzales Garcia (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016). Análises desse tipo levam em conta o maior número possível de experimentos e fazem análises estatísticas do espaço de fase completo para todos os parâmetros de mistura e massa. Esse tipo de análise requer um custo computacional muito grande e apesar de nos dar informações importantes, não leva em conta os aspectos

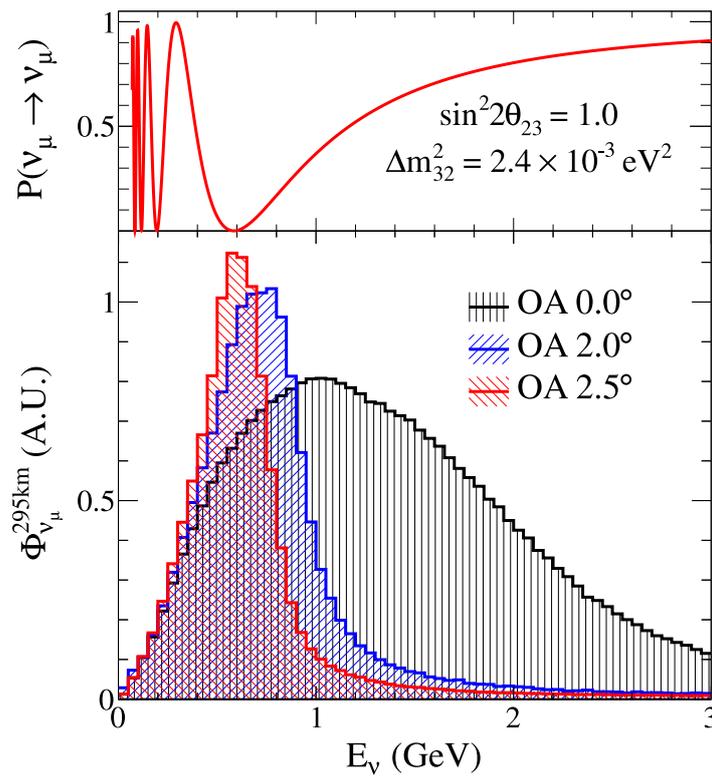


Figura 16 – Comparação do fluxo previsto para três OA diferentes com a probabilidade de sobrevivência do múon. Figura obtida em <http://pdg.lbl.gov/2016/figures/figures.html>.

analíticos das soluções. Para isso são importantes expressões analíticas como as que veremos no capítulo 4.

3.3 Status de Interação não Padrão em Experimentos de Oscilação

Além da análise padrão realizada em cada tipo de experimento ou globalmente, também existem análises que acrescentam interação não-padrão. Hora usando apenas interação não padrão, juntando as duas teorias. Muitos artigos foram publicados tentando explicar o problema do neutrino solar e a anomalia do neutrino atmosférico (GONZALEZ-GARCIA et al., 1999; LIPARI; LUSIGNOLI, 1999; BERGMANN et al., 2000; GUZZO et al., 2001; FORNENGO et al., 2001; FRIEDLAND; LUNARDINI; MALTONI, 2004; GONZALEZ-GARCIA; MALTONI, 2004; GUZZO; HOLANDA; PERES, 2004).

Atualmente não há evidência que neutrinos participem de alguma interação diferente da interação fraca descrita pelo modelo padrão. Interações não-padrão, se existem, são interessantes de um ponto de vista fenomenológico uma vez que elas indicariam diretamente a presença de física nova (MIRANDA; NUNOKAWA, 2015). Por outro lado, o mecanismo de oscilação induzida por massa explica todos os experimentos atuais e, se NSI existirem levaremos em conta como efeito subdominante.

Fenomenologicamente apenas experimentos solares, atmosféricos e de aceleradores

colocam bons limites em NSI. Experimentos em reatores possuem pouco efeito de matéria, portanto não impõem limites em interação não padrão. Os dados combinados dos experimentos atmosféricos IceCube-79 e DeepCore impõem vínculos em $|\epsilon_{\mu\tau}| < 6 \times 10^{-3}$ e $|\epsilon_{\tau\tau} - \epsilon_{\mu\mu}| < 3 \times 10^{-2}$ em 90% CL. (ESMAILI; SMIRNOV, 2013). Em termos de experimentos em aceleradores, a colaboração MINOS por exemplo impõe limites de $-0.20 < \epsilon_{\mu\tau} < 0.07$ com 90% CL. (ADAMSON et al., 2013).

Os vínculos sobre os parâmetros de NSI para *free-models* calculados por Carla Biggio (BIGGIO; BLENNOW; FERNANDEZ-MARTINEZ, 2009), para dados solares e atmosféricos respectivamente são:

$$|\epsilon_{\alpha\beta}^{\oplus}| < \begin{pmatrix} 4.2 & 0.33 & 3.0 \\ 0.33 & 0.068 & 0.33 \\ 3.0 & 0.33 & 21 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$|\epsilon_{\alpha\beta}^{\ominus}| < \begin{pmatrix} 2.5 & 0.21 & 1.7 \\ 0.21 & 0.046 & 0.21 \\ 1.7 & 0.21 & 9.0 \end{pmatrix}, \quad (3.9)$$

onde é usada a definição efetiva de NSI

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \sum_f \frac{N_f}{N_e} \epsilon_{\alpha\beta}^f. \quad (3.10)$$

No entanto, quando consideramos análises globais (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016) para estudar interação não padrão os resultados impõem vínculos menores e mais restritos como é mostrado na figura 17.

Até aqui entendemos um pouco dos principais experimentos de oscilação, em como seus resultado afetam as análises fenomenológicas envolvendo o mecanismo de oscilação. As análises de Biggio abrem caminho para maiores parâmetros de NSI. No capítulo 4, estudaremos os efeitos teóricos da interação não padrão na oscilação através de fórmulas calculadas perturbativamente. Para isso levaremos em conta as medidas realizadas apresentadas nesse capítulo.

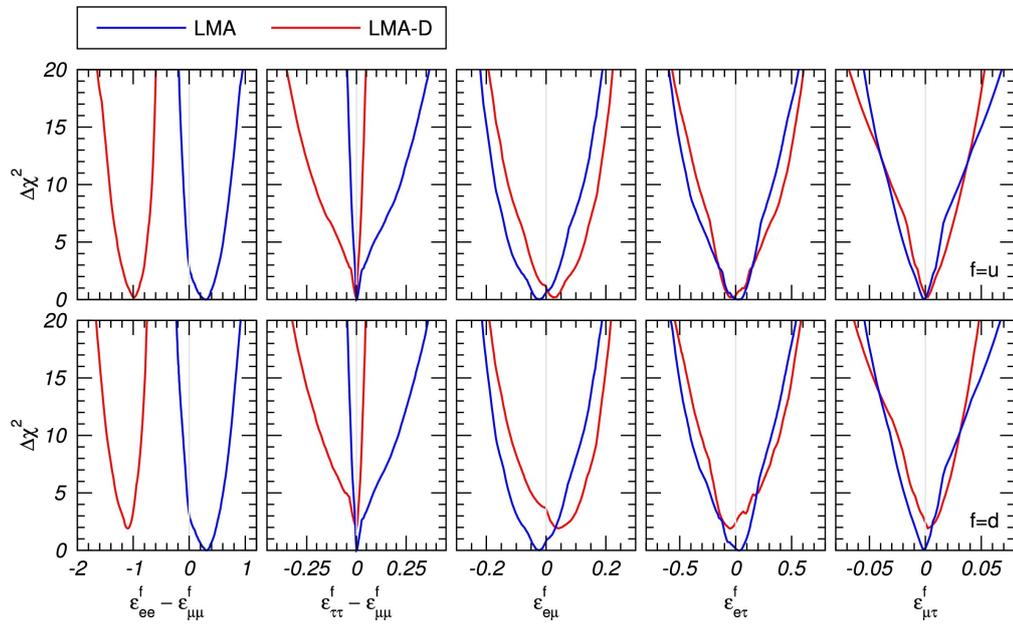


Figura 17 – Dependência da função χ^2 para a análise global dos dados solares, atmosféricos, de reator e acelerador em parâmetros de NSI $\epsilon_{\alpha\beta}$. $f = u$ (painel superior) e $f = d$ (painel inferior), para LMA (azul) e LMA-D (vermelho). Figura obtida em (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016).

4 Teoria de Perturbação Aplicada em Oscilação de Neutrinos

Ao longo dos capítulos 1, 2 e 3 vimos que o mecanismo de oscilação depende necessariamente do modelo em três gerações. Para o caso em que não há NSI o esquema em duas gerações serve como boa aproximação, pois a componente U_{e3} é pequena de forma que para o caso atmosférico o canal de sobrevivência de múon depende apenas de θ_{23} e Δm_{31}^2 e para o caso solar as probabilidades dependem apenas de θ_{12} e Δm_{21}^2 . No entanto U_{e3} não é zero, fazendo com que as análises feitas usando duas gerações divirjam das análises usando três gerações. Mas ainda assim, para casos em que a precisão do experimento não é tão alta, duas gerações é o suficiente.

No entanto, quando se trata de incluir efeito de matéria ou NSI, as coisas mudam um pouco pois a matriz que diagonaliza o hamiltoniano não tem necessariamente a componente U_{e3} pequena. Isso faz com que nem sempre seja possível reduzir o modelo de três gerações para duas gerações. Portanto, devemos fazer o tratamento de dados através das probabilidades dependentes dos três ângulos de mistura, da fase CP e das duas diferenças de massa. Para o caso de NSI devemos incluir todos os seus parâmetros. Porém, quando envolvemos matéria no hamiltoniano, as expressões analíticas se tornam complexas (BARGER et al., 1980; KIM; SZE, 1987; ZAGLAUER; SCHWARZER, 1988; OHLSSON; SNELLMAN, 2000) e muitas vezes, quando a matéria varia com a distância, nem sempre existe solução exata (KIKUCHI; MINAKATA; UCHINAMI, 2009).

Neste capítulo desenvolveremos uma forma de contornar esse problema. Através de teoria de perturbação podemos encontrar fórmulas simples para evolução de neutrinos na matéria, inclusive com o acréscimo de interação não padrão. Inicialmente alguns trabalhos foram produzidos na tentativa de encontrar expressões simples e compactas através de expansões sobre parâmetros teóricos (KUO; PANTALEONE, 1986; JOSHI-PURA; MURTHY, 1988; TOSHEV, 1987; D'OLIVO; OTEO, 1996; BELLANDI; GUZZO; AQUINO, 1997). Conforme os ângulos de mistura e diferenças de massa foram sendo medidos outros trabalhos surgiram fazendo expansões sobre curtas distâncias na matéria (AKHMEDOV, 2001; YASUDA, 2001), expandindo os parâmetros de matéria (ARAFUNE; KOIKE; SATO, 1997; MINAKATA; NUNOKAWA, 1998) e expandindo sobre a razão entre as massas (CERVERA et al., 2000; FREUND, 2001; AKHMEDOV et al., 2004; KIKUCHI; MINAKATA; UCHINAMI, 2009) $\Delta m_{SOL}^2/\Delta m_{ATM}^2$ e ângulo de mistura $\sin\theta_{13}$.

Existem algumas formas de abordar essas expansões. A primeira maneira que iremos citar é diagonalizando o hamiltoniano através de uma matriz de rotação. Para o caso do vácuo, como vimos, o hamiltoniano pode ser escrito através da parametrização

padrão (PATRIGNANI; GROUP et al., 2016)

$$H = \frac{1}{2E} U M^2 U^\dagger. \quad (4.1)$$

Ao acrescentarmos a interação não padrão e padrão com a matéria o hamiltoniano toma uma forma diferente

$$\tilde{H}_{\alpha\beta} = H_{\alpha\beta} + V_{cc}(\delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha e} + \epsilon_{\alpha\beta}), \quad (4.2)$$

em que

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \sum_{f,p} \epsilon_{\alpha\beta}^{f,P} \frac{N_f}{N_e}, \quad (4.3)$$

P é a projeção quiral e f é o férmion considerado. Durante todo o capítulo consideraremos essa definição. Para tal caso o hamiltoniano também pode ser diagonalizado (MELONI; OHLSSON; ZHANG, 2009) de forma similar ao caso do vácuo. Nessa referência é feito

$$\tilde{H} = \frac{1}{2E} \tilde{U} \tilde{M}^2 \tilde{U}^\dagger, \quad (4.4)$$

com a diferença que os ângulos de mistura e a massa se alteram. Já vimos algo parecido quando resolvemos o problema para o caso da matéria padrão no capítulo 2. Portanto na matéria em três gerações as probabilidades tomam uma forma familiar ao caso do vácuo (1.21):

$$P_{\alpha\beta} = |S_{\alpha\beta}|^2 = \left| \sum_i \tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* e^{-i \frac{\tilde{m}_i^2 L}{2E}} \right|^2. \quad (4.5)$$

Através da equação (4.2) podemos mapear as componentes da matriz de mistura da matéria $\tilde{U}_{\alpha\beta}$ na matriz de mistura no vácuo $U_{\alpha\beta}$ e nas massas da matéria e do vácuo $\Delta\tilde{m}_i^2$ e Δm_i^2 :

$$\sum_i \tilde{m}_i^2 \tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^* = \sum_i \tilde{m}_i^2 U_{\alpha i} U_{\beta i}^* + A_{cc}(\delta_{\alpha\beta}\delta_{\alpha e} + \epsilon_{\alpha\beta}). \quad (4.6)$$

Através desse conjunto de equações e da unitariedade de \tilde{U} e U é possível encontrar expressões simples para as componentes $\tilde{U}_{\alpha i} \tilde{U}_{\beta i}^*$ e a partir daí expandir sobre os parâmetros.

Outra maneira de realizar a teoria de perturbação é expandir primeiramente o hamiltoniano e, através de séries de Dyson, selecionar termos da série na ordem de expansão (KIKUCHI; MINAKATA; UCHINAMI, 2009). É esse tipo de teoria de perturbação que trataremos no prosseguimento deste trabalho.

4.1 Teoria de Perturbação $\sqrt{\epsilon}$

Como vimos no capítulo 3, as análises fenomenológicas de experimentos de aparecimento e de desaparecimento corroboram o mecanismo de oscilação padrão estudado

Tabela 1 – Parâmetros de oscilação em três sabores para os fits de (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016).

| | Hierarquia Normal ($\Delta\chi^2 = 0.97$) | |
|----------------------|---|---|
| | bfp $\pm 1\sigma$ | 3σ |
| $\sin^2 \theta_{12}$ | 0,304 | 0,270 \rightarrow 0,344 |
| $\sin^2 \theta_{23}$ | 0,452 | 0,382 \rightarrow 0,643 |
| $\sin^2 \theta_{13}$ | 0,0218 | 0,0186 \rightarrow 0,0250 |
| δ_{CP} | 306° | 0° \rightarrow 360° |
| Δm_{12}^2 | $7.5 \times 10^{-5} \text{eV}^2$ | $7,02 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \rightarrow 8,09 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ |
| Δm_{31}^2 | $2,457 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ | $2,217 \times 10^{-5} \text{eV}^2 \rightarrow 2,307 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ |

até aqui. A partir dessas mesmas análises temos conhecimento dos valores de parâmetros teóricos, mostrada na tabela 1.

A partir dos parâmetros teóricos podemos olhar para o hamiltoniano e buscar por expansões que possam simplificar as probabilidades de transição entre sabores. A aproximação que empregamos neste capítulo foi primeiramente usada por (CERVERA et al., 2000) e foi feita sobre $\sin \theta_{13}$ e $\frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2}$. Mais tarde (KIKUCHI; MINAKATA; UCHINAMI, 2009) trabalharam em expansões sobre os mesmos parâmetros, porém até segunda ordem e incluíam perturbações de interação não padrão. Quando o valor de $\theta_{13} > 0$ foi verificado (ABE et al., 2011; AHN et al., 2012; AN et al., 2012), as aproximações realizadas até então, que supunham $\sin \theta_{13} \simeq \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2} \simeq \epsilon = 0,03$, tiveram de ser reformuladas (ASANO; MINAKATA, 2011) e substituídas por:

$$\sin^2 \theta_{13} \simeq \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2} \simeq \epsilon = 0,03. \quad (4.7)$$

Podemos usar essa ideia para realizar a expansão perturbativa em ϵ e encontrar formas analíticas para probabilidades de aparecimento ou desaparecimento de neutrinos. Faremos um breve resumo do método e dos resultados de (ASANO; MINAKATA, 2011) e mostraremos como o método pode ser utilizado para outros domínios de validade de NSI. Além disso, com inclusão de mudança de meio estudaremos a aplicabilidade das fórmulas em experimentos como o DUNE (Deep Underground Neutrino Experiment) (ACCIARRI et al., 2016).

Como vimos na equação (2.31), o hamiltoniano na matéria pode ser escrito da seguinte forma:

$$H = \frac{1}{2E} \left[U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} A(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right] \quad (4.8)$$

onde $A(x) = 2\sqrt{2}G_F N_e(x)E$. Definimos

$$\Delta = \Delta m_{32}^2/2E, \quad r_\Delta = \frac{\Delta m_{21}^2}{\Delta m_{31}^2} \quad \text{e} \quad r_A = \frac{A}{\Delta m_{31}^2}. \quad (4.9)$$

Assim podemos reescrever o hamiltoniano de uma forma conveniente para a expansão:

$$H = \Delta \left[U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (4.10)$$

Escreveremos o hamiltoniano na base de propagação, $\tilde{H} = U_{23}^\dagger H U_{23}$. Iremos separar o hamiltoniano na base de propagação em quatro partes correspondentes à ordem de grandeza em termos de ϵ :

$$\tilde{H} = \tilde{H}_0 + \tilde{V}, \quad (4.11)$$

em que $\tilde{V} = \tilde{H}_{1/2} + \tilde{H}_1 + \tilde{H}_{3/2} + \tilde{H}_2$.¹ Os índices correspondem às ordens ϵ^i . Após realizadas as rotações em 2-3 as matrizes produzidas são:

$$\tilde{H}_0 = \Delta \begin{pmatrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

$$\tilde{H}_{1/2} = \Delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 0 & 0 \\ s_{13}e^{i\delta} & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{H}_1 = \Delta \begin{pmatrix} r_\Delta s_{12}^2 + s_{13}^2 & r_\Delta c_{12}s_{12} & 0 \\ r_\Delta c_{12}s_{12} & r_\Delta c_{12}^2 & 0 \\ 0 & 0 & -s_{13}^2 \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$$\tilde{H}_{3/2} = -\Delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & (r_\Delta s_{12}^2 + \frac{1}{2}s_{13}^2)s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 0 & r_\Delta s_{12}c_{12}s_{13}e^{-i\delta} \\ (r_\Delta s_{12}^2 + \frac{1}{2}s_{13}^2)s_{13}e^{i\delta} & r_\Delta s_{12}c_{12}s_{13}e^{i\delta} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.14)$$

e

$$\tilde{H}_2 = -\Delta r_\Delta \begin{pmatrix} s_{12}^2 s_{13}^2 & \frac{1}{2}c_{12}s_{12}s_{13}^2 & 0 \\ \frac{1}{2}c_{12}s_{12}s_{13}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s_{12}^2 s_{13}^2 \end{pmatrix}. \quad (4.15)$$

Note que cada ordem de \tilde{H} é bloco-diagonal. Tendo sido o hamiltoniano separado por ordem de grandeza, podemos aplicar teoria de perturbação, para isso usaremos \tilde{H}_0 como a matriz não perturbada e as outras matrizes como perturbações em ϵ . Para que isso seja satisfeito é necessário que as componentes de \tilde{H}_0 sejam maiores que ϵ em até uma

¹ O termo de mais alta ordem tem ϵ na ordem 2, não possuindo termos de maior ordem.

ordem de grandeza. Se considerarmos um neutrino se propagando num meio com densidade aproximadamente da ordem da densidade da Terra, é necessário que $E \gg 0,3 \text{ GeV}$. Quanto mais distante de $0,3 \text{ GeV}$ a energia estiver, melhor é a validade da aproximação. Para densidades maiores o limite inferior de energia é menor ainda.

Supondo satisfeitas todas as condições acima, podemos desenvolver a teoria de perturbação através de série de Dyson². Primeiramente vamos definir $\Omega(x) = e^{i\tilde{H}_0 x} \tilde{S}(x)$. É possível mostrar que $\Omega(x)$ obedece a equação:

$$i \frac{d}{dt} \Omega(x) = T \Omega(x), \quad (4.16)$$

onde

$$T = e^{i\tilde{H}_0 x} \tilde{V} e^{-i\tilde{H}_0 x}. \quad (4.17)$$

Assim, podemos calcular $\Omega(x)$ através da série de Dyson:

$$\begin{aligned} \Omega(x) = & 1 + (-i) \int_0^x T(x') dx' + (-i)^2 \int_0^x T(x') dx' \int_0^{x'} T(x'') dx'' \\ & + (-i)^3 \int_0^x T(x') dx' \int_0^{x'} T(x'') dx'' \int_0^{x''} T(x''') dx''' + \mathcal{O}(\epsilon^2). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Tendo obtido $\Omega(x)$ através da equação (4.18), fica fácil obter a matriz de evolução $\tilde{S}(x) = e^{-i\tilde{H}_0 x} \Omega(x)$ na base de propagação. Para encontrar a probabilidade de oscilação, precisamos da matriz S , ao invés de \tilde{S} , as quais estão relacionadas através da transformação $\tilde{S} = U_{23}^\dagger S U_{23}$.

As probabilidades de oscilação terão apenas termos da ordem de $\epsilon = 0, 1, 3/2$ e 2 :

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = P_{\alpha\beta}^{(0)} + P_{\alpha\beta}^{(1)} + P_{\alpha\beta}^{(3/2)} + P_{\alpha\beta}^{(2)}. \quad (4.19)$$

Além disso valem as relações $P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta, \delta, A) = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, -\delta, -A)$ e $P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha, -\delta, A) = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta, \delta, A)$ que podem ser encontradas em [Asano e Minakata \(2011\)](#).

4.2 Probabilidade no setor $\nu_e\text{-}\nu_\mu$

Faremos aqui uma breve exposição de estudos feitos no setor $e\text{-}\mu$. Seguindo os procedimentos e cálculos vistos até aqui encontramos as equações (18,19,20) da referência ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)). A probabilidade, neste caso, possui apenas termos de ordem $1, 3/2$ e 2 :

² Para mais detalhes, consultar [Sakurai e Commins \(1995\)](#).

$$P_{e\mu}^{(1)} = 4s_{23}^2 s_{13}^2 \frac{1}{(1-r_A)^2} \sin^2 \left[\Delta L \frac{(1-r_A)}{2} \right] \quad (4.20)$$

$$P_{e\mu}^{(3/2)} = 8J_r \frac{r_\Delta}{(1-r_A)r_A} \cos \left(\delta - \frac{\Delta L}{2} \right) \sin \left(\frac{r_A \Delta L}{2} \right) \sin \left[\Delta L \frac{(1-r_A)}{2} \right] \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} P_{e\mu}^{(2)} = & 4c_{23}^2 c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\frac{r_\Delta}{r_A} \right)^2 \sin^2 \left(\frac{r_A \Delta L}{2} \right) \\ & - 4s_{23}^2 \left[s_{13}^4 \frac{(1+r_A)^2}{(1-r_A)^4} - 2s_{12}^2 s_{13}^2 \frac{r_\Delta r_A}{(1-r_A)^3} \right] \sin^2 \left[\Delta L \frac{(1-r_A)}{2} \right] \\ & + 2s_{23}^2 \left[2s_{13}^4 \frac{r_A}{(1-r_A)^3} - s_{12}^2 s_{13}^2 \frac{r_\Delta}{(1-r_A)^2} \right] (\Delta L) \sin [(1-r_A)\Delta L]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

Cabe observar que, pela teoria de perturbação, a probabilidade não deve descrever com precisão eventos em que L é muito grande. A seguir faremos uma análise da distância comparando com o resultado calculado numericamente. Em 2011, Asano e Minakata fizeram uma comparação do resultado da expansão em segunda ordem de ϵ (4.20, 4.21 e 4.22) com o resultado exato, como podemos ver na figura 18.

Da figura fica claro que até segunda ordem o resultado é muito bom para distâncias de até 4000 km. Faremos uma comparação dos resultados em segunda ordem com a expansão em outras ordens de ϵ , no caso do setor $\nu_e - \nu_\mu$, ordem ϵ^1 e ordem $\epsilon^{3/2}$. Nosso objetivo aqui é aproveitar ao máximo as expansões em menor ordem, para assim encontrar expressões analíticas simples o suficiente para análise de experimentos LBL³, o caso de interesse DUNE(2015).

Os resultados obtidos usando as expressões (4.20), (4.21) e (4.22), e os ajustes globais calculados em Gonzalez-Garcia, Maltoni e Schwetz (2016), com hierarquia normal $\theta_{12} = 33, 48$, $\theta_{23} = 42, 3$, $\theta_{13} = 8, 5$, $\Delta m_{21}^2 = 7, 5 \times 10^{-5}$, $\Delta m_{21}^2 = 2, 457 \times 10^{-3}$ e $\delta_{cp} = 0$. Das figuras 19 e 20 percebemos uma discrepância de 25% até 30% para distâncias da ordem de 4000 km, tanto para o termo ϵ^1 quanto para $\epsilon^{3/2}$. No entanto, para distâncias da ordem de 1000 km, temos uma concordância de no mínimo 95% para energias maiores que 1 GeV e uma diferença da ordem de 1% entre as probabilidades, principalmente para energias maiores que 2, 5 GeV. Para esse caso, de 1.000 km, temos boas informações da fase de oscilação e dos ângulos de mistura até para ordem ϵ^1 . Vale ressaltar que o aumento da densidade do meio de um caso para o outro contribui para o aumento da diferença entre o resultado exato e a perturbação.

³ LBL é a sigla para o termo do inglês Long Baseline, são experimento da ordem de 1000 km.

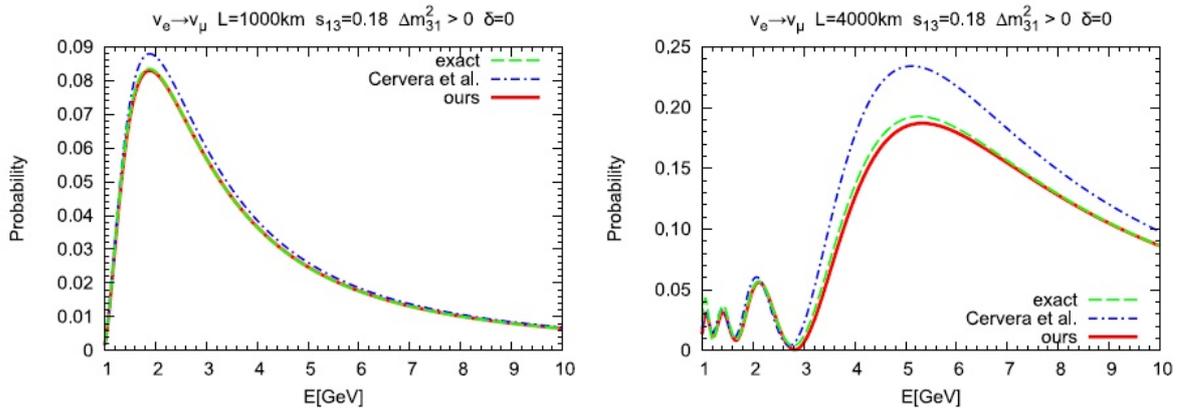


Figura 18 – Resultados de [Asano e Minakata \(2011\)](#) comparando a teoria de perturbação em segunda ordem (vermelho), com o resultado exato (verde) tanto para 1000 km como para 4000 km. Os resultados foram obtidos considerando uma densidade de $2,8 \text{ g/cm}^3$ para 1000 km e $3,6 \text{ g/cm}^3$ para 4000 km. Figura 3 do artigo ([ASANO; MINAKATA, 2011](#)).

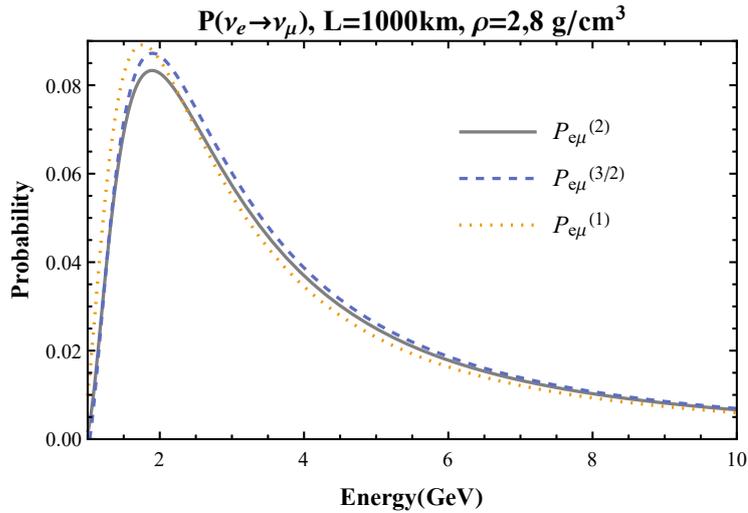


Figura 19 – Comparação das probabilidades até suas respectivas ordens para um neutrino se propagando através de 1000 km num meio de densidade $2,8 \text{ g/cm}^3$.

[Asano e Minakata \(2011\)](#) fazem uma análise da diferença absoluta $\frac{|P_{e\mu}^{Asano} - P_{e\mu}^{Exato}|}{P_{e\mu}}$, cujo resultado é mostrado na figura 21. Para distâncias da ordem de 1.300 km e energias em torno de 3 GeV é notável a diferença absoluta do resultado perturbado para o resultado exato, da ordem de 5×10^{-2} , podendo ser até menor, ou seja, a diferença entre o resultado perturbado em ordem ϵ^2 e exato é da ordem de 5×10^{-4} . Por esse fato, nesta seção, para distâncias menores que 1500 km e energias maiores que 1,5 GeV trataremos a teoria de perturbação até ordem 2 como o resultado exato e faremos um estudo dos resultados de ordem ϵ^1 e $\epsilon^{3/2}$ e sua aplicabilidade.

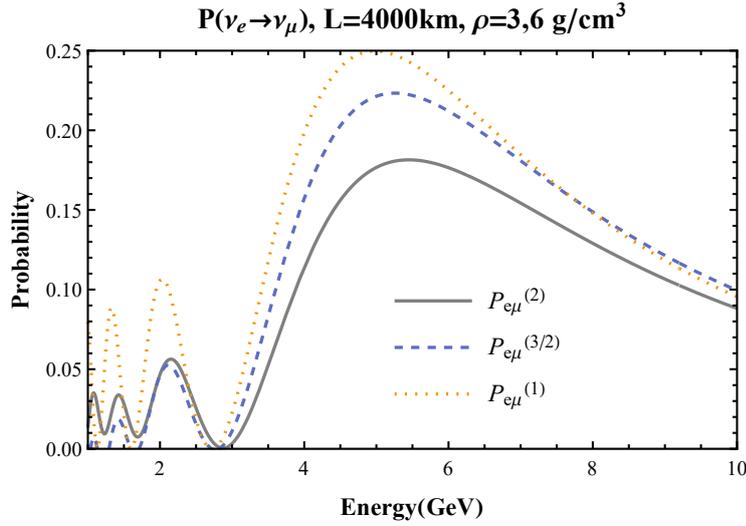


Figura 20 – Comparação das probabilidades até suas respectivas ordens para um neutrino se propagando através de 4.000 km num meio de densidade $3,6 \text{ g/cm}^3$

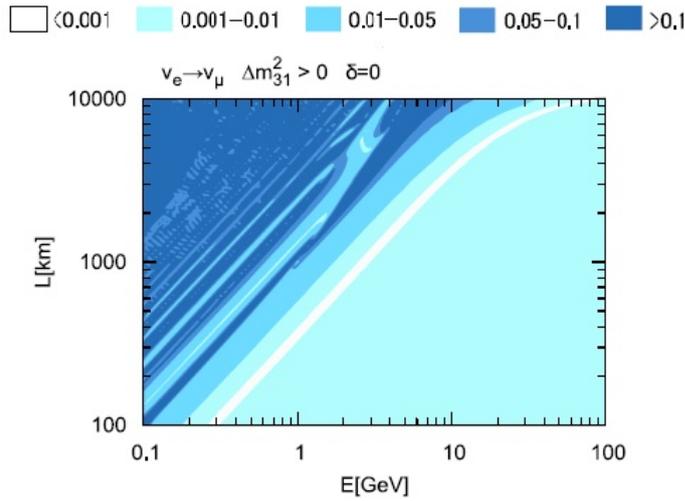


Figura 21 – Comparação de $P_{e\mu}$ com o resultado exato através da probabilidade absoluta $\frac{|P_{e\mu}^{Asano} - P_{e\mu}^{Exato}|}{P_{e\mu}}$. Figura 2 da referência (ASANO; MINAKATA, 2011).

4.2.1 Evolução com Mudança de Meio

Existe outro caso de interesse, em que verificaremos a aplicabilidade da teoria de perturbação na evolução de neutrinos em meio a matéria onde o perfil de densidade pode ser aproximado por uma sucessão de camadas com densidade constante. É o caso de algumas aproximações para alguns perfis de densidades terrestres (ROE, 2017; FREUND; OHLSSON, 2000). O primeiro caso que estudaremos é a propagação do neutrino em densidades do tipo

$$\rho(x) = \rho_1 [\Theta(x - x_0) - \Theta(x - x_1)] + \rho_2 [\Theta(x - x_1) - \Theta(x - x_2)], \quad (4.23)$$

$x_2 > x'_1 > x_1$. A função degrau é dada por:

$$\Theta(x - x_0) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < x_0 \\ 1, & \text{se } x \geq x_0 \end{cases} \quad (4.24)$$

Para tal caso, o gráfico da densidade em função de x , toma a forma da figura 22.

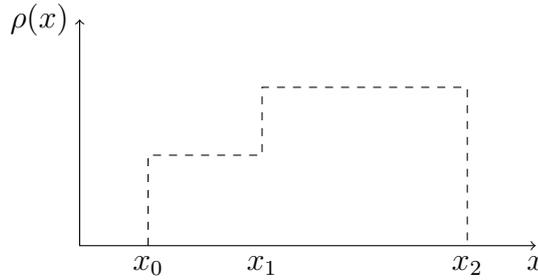


Figura 22 – Densidade em escada para dois meios.

Por simplicidade, considere $x_0 = 0$ e $x_2 = x$, dessa forma $\rho(x) = \rho_1\Theta(x) + (\rho_2 - \rho_1)\Theta(x - x_1)$. Ou seja, temos densidade ρ_1 até a posição x_1 e a partir de x_1 temos ρ_2 . É notável que a evolução no meio 1 e 2 (chamaremos de meio n o meio de densidade ρ_n) é constante em partes, portanto podemos usar o operador S para densidade constante. Em cada intervalo de densidade não há dependência da posição e a evolução do estado de um neutrino dependerá apenas da distancia percorrida sem sofrer qualquer influência da posição inicial. Portanto ao usarmos (4.18), não faz diferença onde começamos a integral, e sim que o intervalo de integração seja igual a distância percorrida em cada parte. Isso nos permite usar as matrizes de evolução S calculadas por Asano e Minakata na evolução em cada meio, ainda que a posição inicial do meio esteja em x_n e não em zero.

Outro fato que facilita nossos cálculos é que podemos usar \tilde{S} ou invés de S pois

$$S = S_2S_1 = U_{23}\tilde{S}_2U_{23}^\dagger U_{23}\tilde{S}_1U_{23}^\dagger = U_{23}\tilde{S}_2\tilde{S}_1U_{23}^\dagger. \quad (4.25)$$

Feito isso, a probabilidade de oscilação $P_{e\mu}(x) = |S_{e\mu}|^2$ através de dois meios com densidades diferentes até ordem ϵ^1 , que pode ser facilmente calculada através da multiplicação de matrizes (4.25), toma a forma abaixo. A matriz \tilde{S} obtida em (ASANO; MINAKATA, 2011) pode ser encontrada no anexo A.

$$P_{e\mu}^{(1)}(x) = 2s_{13}^2s_{23}^2 \left[\frac{1 - C_1}{K_1^2} + \frac{1 - C_2}{K_2^2} - \frac{1 - C_1 - C_2 + C_{12}}{K_1K_2} \right], \quad (4.26)$$

onde

$$C_n = \cos(\Delta K_n L_n), \quad (4.27)$$

$$C_{nm} = \cos[\Delta(K_n L_n + K_m L_m)] \quad \text{e} \quad K_n = 1 - r_{A_n}. \quad (4.28)$$

Este é um dos resultados originais deste trabalho. Podemos identificar o termo de evolução em apenas um meio de matéria constante na equação (4.26), que é o termo $2s_{13}^2 s_{23}^2 \frac{1-C_1}{K_1^2}$.

Vejam agora nossos resultados para o caso em que o neutrino se propaga através de três meios com densidades diferentes, com os mesmos argumentos do caso anterior obtemos a seguinte probabilidade:

$$P_{e\mu}^{(1)}(x) = 2s_{13}^2 s_{23}^2 \left[\frac{1-C_1}{K_1^2} + \frac{1-C_2}{K_2^2} + \frac{1-C_3}{K_3^2} - \frac{1-C_1-C_2+C_{12}}{K_1 K_2} - \frac{1-C_2-C_3+C_{23}}{K_2 K_3} - \frac{(C_2-C_{12}-C_{23}+C_{123})}{K_1 K_3} \right], \quad (4.29)$$

para esse caso, surge um novo termo $C_{123} = C_{lnm} = \cos[\Delta(K_l L_l + K_n L_n + K_m L_m)]$. Novamente realizando todo o procedimento para evolução em quatro meios de densidades diferentes:

$$P_{e\mu}^{(1)}(x) = 2s_{13}^2 s_{23}^2 \left[\frac{1-C_1}{K_1^2} + \frac{1-C_2}{K_2^2} + \frac{1-C_3}{K_3^2} + \frac{1-C_4}{K_4^2} - \frac{1-C_1-C_2+C_{12}}{K_1 K_2} - \frac{1-C_2-C_3+C_{23}}{K_2 K_3} - \frac{1-C_3-C_4+C_{34}}{K_3 K_4} - \frac{(C_2-C_{12}-C_{23}+C_{123})}{K_1 K_3} - \frac{(C_3-C_{23}-C_{34}+C_{234})}{K_2 K_4} - \frac{(C_{23}-C_{123}-C_{234}+C_{1234})}{K_1 K_4} \right]. \quad (4.30)$$

Das probabilidades em primeira ordem para evolução em um, dois, três e quatro meios com densidades distintas existem simetrias que poderiam nos induzir de maneira heurística a uma regra para criação da distribuição de probabilidade em N meios distintos.

Iremos identificar cada fração da equação (4.30) como termos de "interação" entre os meios⁴. Por exemplo, os termos análogos aos termos de evolução em primeira ordem serão chamados de termos de interação no próprio meio, aqueles que surgem da propagação em dois meios serão chamados interação entre primeiros vizinhos, aqueles oriundos da propagação em três meios serão chamados de interação entre segundos vizinhos, e assim por diante. Para construção da probabilidade de propagação $P_{e\mu}^{(1)}(x)$ incluiremos as interações devidas a todas as interações possíveis entre os meios como podemos ver na figura 23. Portanto para N meios, teremos $N!$ frações na probabilidade. Só nos falta saber como construir cada termo.

Para N meios diferentes temos que construir cada fração de interação própria, interação entre segundos, terceiros e quartos vizinhos. Fazemos isso sob a forma de uma

⁴ Não estamos dizendo que existe alguma forma de interação física entre os meios que tem influência na probabilidade.

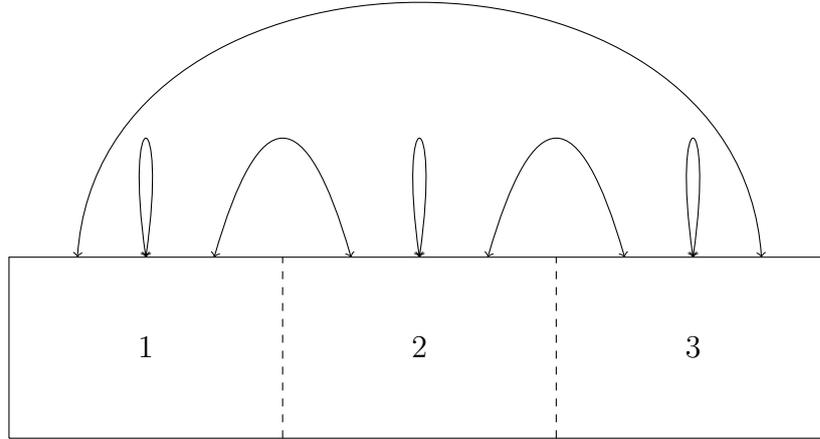


Figura 23 – Diagrama de interação entre os meios.

conjectura. O termo de interação entre um vizinho de ordem n sempre será escrita sob a forma:

$$\frac{(C_{\Sigma} - C_{\alpha\Sigma} - C_{\Sigma\beta} + C_{\alpha\Sigma\beta})}{K_{\alpha}K_{\beta}} \quad (4.31)$$

onde $\alpha + n = \beta$, $n \in \mathbb{N}$ e Σ é a lista de todos os elementos contidos no conjunto de todos os números entre α e β ; por exemplo, se $\alpha = 1$ e $\beta = 4$, $\Sigma = \{2, 3\}$ ⁵. Lembrando que precisamos escrever os termos correspondentes a todos os elementos vizinhos de ordem n , $n - m$ até $m = n$ e $n + m$ até $m = N - n$.

4.3 Teoria de perturbação incluindo interação não padrão

Até aqui vimos teoria de perturbação aplicada ao padrão da física de neutrinos. No entanto, mesmo o modelo padrão ainda não é conhecido completamente. Existem parâmetros ainda não medidos, como a massa absoluta dos neutrinos, a fase de violação CP e a hierarquia correta das massas (GONZALEZ-GARCIA; MALTONI; SCHWETZ, 2016). Além disso, como o mecanismo de oscilação induzido por massa não está presente no modelo padrão de partículas e campos, não sabemos se o neutrino é uma partícula de Majorana ou partícula de Dirac (BILENKY; HOŠEK; PETCOV, 1980).

Questões como essas abrem caminho para outras hipóteses, como as interações não padrão (VALLE, 1987) e a possibilidade de existência do neutrino estéril (KOPP et al., 2013). Nesta seção estudaremos a aplicação de teoria de perturbação com acréscimos de interações não padrão (NSI), que são possíveis interações extras entre os neutrinos e as partículas existentes em meios materiais. Alguns trabalhos foram publicados nesse

⁵ Σ independe da ordem, uma vez que por associatividade $C_{\chi\eta} = C_{\eta\chi}$, qualquer permutação é válida sobre os índices de C .

sentido (RIBEIRO et al., 2007; GONZALEZ-GARCIA et al., 2001; HUBER; SCHWETZ; VALLE, 2002b; HUBER; SCHWETZ; VALLE, 2002a; OTA; SATO; YAMASHITA, 2002; YASUDA, 2007; KOPP et al., 2008).

Da mesma forma que a interação fraca tem por consequência um potencial efetivo que afeta a probabilidade de oscilação do neutrino, também NSI poderiam causar o mesmo efeito. A interação não padrão pode ser construída como uma espécie de cópia da interação de Fermi:

$$-\mathcal{L}_{NSI}^{eff} = \epsilon_{\alpha\beta}^{fP} 2\sqrt{2}G_F(\bar{\nu}_\alpha\gamma_\rho L\nu_\beta)(\bar{f}\gamma^\rho P f), \quad (4.32)$$

onde $\epsilon_{\alpha\beta}^{fP}$ descreve o quão distante a interação está da interação fraca em termos de intensidade, α e β são índices referentes ao sabor dos neutrinos (e, μ e τ), f corresponde aos campos fermiônicos e, u e d . P é o operador de projeção de quiralidade ($L, R = (1 \pm \gamma^5)/2$). Observamos que essa Lagrangiana descreve apenas interações via corrente neutra.

Como fizemos na seção 2.2, o potencial efetivo terá como consequência termos a mais na equação de evolução para o neutrinos. Considerando todos o termos teremos:

$$H_I = \sqrt{2}G_F N_e(x) \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{\mu e} & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{\tau e} & \epsilon_{\tau\mu} & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

em que $\epsilon_{\alpha\beta} = \sum_f Y_f(x)\epsilon_{\alpha\beta}^f$, $Y_f(x) = N_f(x)/N_e(x)$ e $\epsilon_{\alpha\beta}^f = \epsilon_{\alpha\beta}^{fL} + \epsilon_{\alpha\beta}^{fR}$. Lembramos que até hoje todos os experimentos realizados envolvendo oscilação de sabores induzida por massa tem sua descrição completa sem a necessidade de inclusão de interações não padrão. No entanto interações não-padrão, caso existam, podem ter efeitos secundários na oscilação de neutrinos. Por isso seria interasante conhecer qual o efeito dessas interações no mecanismo de oscilação.

Em (BIGGIO; BLENNOW; FERNANDEZ-MARTINEZ, 2009), Biggio *et al.* calculam os limites globais para interações não padrão que tomam a forma da equação (4.33). Para este caso obtiveram os seguintes limites para experimentos realizados em matéria como a Terra:

$$|\epsilon_{\alpha\beta}^e| < \begin{pmatrix} 0.06 - 0.14 & 0.10 & 0.4 - 0.27 \\ 0.10 & 0.03 & 0.10 \\ 0.4 - 0.27 & 0.10 & 0.04 - 0.16 \end{pmatrix}, \quad (4.34)$$

$$|\epsilon_{\alpha\beta}^u| < \begin{pmatrix} 0.7 - 1.0 & 0.05 & 0.5 \\ 0.05 & 0.003 - 0.008 & 0.05 \\ 0.5 & 0.05 & 1.4 - 3 \end{pmatrix}, \quad (4.35)$$

$$|\epsilon_{\alpha\beta}^d| < \begin{pmatrix} 0.3 - 0.6 & 0.05 & 0.5 \\ 0.05 & 0.003 - 0.015 & 0.05 \\ 0.5 & 0.05 & 1.1 - 6 \end{pmatrix}. \quad (4.36)$$

Segundo [Biggio, Blennow e Fernandez-Martinez \(2009\)](#), combinar os resultados acima através de $\epsilon_{\alpha\beta} = \sum_f Y_f(x) \epsilon_{\alpha\beta}^f$ não é totalmente consistente, pois foram obtidos tomando cada ϵ diferente de zero por vez. O resultado combinado foi apresentado no capítulo 3, equação (3.9).

Existem algumas perguntas que queremos responder. Por exemplo, "qual é a influência de cada parâmetro de NSI na oscilação?". Ou "quais as degenerescências de parâmetros que surgem ao incluirmos NSI?". Para estudar esses questionamentos, estruturas algébricas analíticas são de grande ajuda, e esse é um dos motivos de buscarmos fórmulas analíticas para as probabilidades de oscilação incluindo interação não padrão.

Seguindo a premissa deste capítulo, iremos avaliar o efeito da interação não padrão nas fórmulas analíticas calculadas através de teoria de perturbação. Iremos desconsiderar correntes carregadas pois possuem limites muito menores ([BIGGIO; BLENNOW; FERNANDEZ-MARTINEZ, 2009](#)). Lembrando que, com a inclusão de NSI do tipo corrente neutra, o hamiltoniano efetivo para um neutrino que se propaga na matéria toma a forma:

$$H = \frac{1}{2E} \left[U \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U^\dagger + \begin{pmatrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + \Delta r_A \begin{pmatrix} \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{\mu e} & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{\tau e} & \epsilon_{\tau\mu} & \epsilon_{\tau\tau} \end{pmatrix} \right] \quad (4.37)$$

Com o objetivos de levarmos para a base de propagação \tilde{H} através da transformação $\tilde{A} = U_{23}^\dagger A U_{23}$, o hamiltoniano toma a forma a seguir:

$$\tilde{H} = \frac{1}{2E} \left[U_{13} U_{12} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \Delta m_{21}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta m_{31}^2 \end{pmatrix} U_{12}^\dagger U_{13}^\dagger + U_{13} U_{12} \begin{pmatrix} r_A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} U_{12}^\dagger U_{13}^\dagger + \Delta r_A \begin{pmatrix} \tilde{\epsilon}_{ee} & \tilde{\epsilon}_{e\mu} & \tilde{\epsilon}_{e\tau} \\ \tilde{\epsilon}_{\mu e} & \tilde{\epsilon}_{\mu\mu} & \tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \\ \tilde{\epsilon}_{\tau e} & \tilde{\epsilon}_{\tau\mu} & \tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \end{pmatrix} \right] \quad (4.38)$$

Após a rotação ser feita encontramos as relações entre as componente de \tilde{H}_{NSI} , as componentes da matriz $\tilde{H}_{NSI}/\Delta r_A$ estão listadas na tabela 2.

Tabela 2 – Relação entre a matriz de NSI na base de propagação e de sabor.

| |
|---|
| $\tilde{\epsilon}_{ee} = \epsilon_{ee}$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\mu} = \tilde{\epsilon}_{\mu e}^* = c_{23}\epsilon_{e\mu} + s_{23}\epsilon_{e\tau}$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\tau} = \tilde{\epsilon}_{\tau e}^* = -s_{23}\epsilon_{e\mu} + c_{23}\epsilon_{e\tau}$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu} = c_{23}(c_{23}\epsilon_{\mu\mu} + s_{23}\epsilon_{\mu\tau}) + s_{23}(c_{23}\epsilon_{\mu\tau} + s_{23}\epsilon_{\tau\tau})$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\tau} = \tilde{\epsilon}_{\tau\mu}^* = c_{23}(-s_{23}\epsilon_{\mu\mu} + c_{23}\epsilon_{\mu\tau}) + s_{23}(-s_{23}\epsilon_{\mu\tau} + c_{23}\epsilon_{\tau\tau})$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} = -s_{23}(-s_{23}\epsilon_{\mu\mu} + c_{23}\epsilon_{\mu\tau}) + c_{23}(-s_{23}\epsilon_{\mu\tau} + c_{23}\epsilon_{\tau\tau})$ |

Nosso trabalho daqui em diante será entender como os parâmetros NSI $\epsilon_{\alpha\beta}$ ou $\tilde{\epsilon}_{\alpha\beta}$ afetam o setor $e-\mu$ de oscilação. Começaremos com a análise dos parâmetros de NSI na base de propagação, ou seja $\tilde{\epsilon}_{\alpha\beta}$. Em seguida entenderemos como o comportamento individual dos termos de NSI na base de sabor afeta a oscilação dos neutrinos. Inicialmente estudaremos os termos de mais baixa ordem, por serem os mais relevantes para a probabilidade.

Acrescentar apenas o termo ϵ_{ee} é a forma mais direta de se calcular as probabilidades, pois ele pode ser somado à primeira componente não nula do hamiltoniano de ordem zero da expansão, sem participar da expansão. Sendo assim, caso queiramos considerar apenas o termo ϵ_{ee} devemos fazer a substituição a seguir nas fórmulas analíticas calculadas via teoria de perturbação:

$$r_A \rightarrow r_A(1 + \epsilon_{ee}). \quad (4.39)$$

logo:

$$P_{e\mu}^{(1)} = 4s_{23}^2 s_{13}^2 \frac{1}{[1 - r_A(1 + \epsilon_{ee})]^2} \sin^2 \left[\Delta L \frac{[1 - r_A(1 + \epsilon_{ee})]}{2} \right]. \quad (4.40)$$

Assim alteramos o ângulo efetivo na matéria e a massa efetiva que toma a forma:

$$\sin^2 2\theta_M^{eff} = 4s_{23}^2 s_{13}^2 \frac{1}{[1 - r_A(1 + \epsilon_{ee})]^2} \quad (4.41)$$

e

$$\Delta_M = \Delta[1 - r_A(1 + \epsilon_{ee})] \quad (4.42)$$

onde $\Delta_M = \frac{\Delta m_M^2}{2E}$.

Outro caso analiticamente simples é quando o termo $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ é no máximo da ordem de $\sqrt{\epsilon} \sim 0,18$. Para que esse caso seja viável devemos ter todas as outras componentes iguais a zero. Ou seja, para isso podemos fazer $\epsilon_{ee} = \epsilon_{\mu\mu} = \epsilon_{\tau\tau} = \epsilon_{\mu\tau} = 0$ e

$$\epsilon_{e\mu} = -\tan \theta_{23} \epsilon_{e\tau}. \quad (4.43)$$

A equação anterior é consequência da rotação para a base de propagação. Nesse caso $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ é somado ao termo de ordem $\sqrt{\epsilon}$ na equação (4.38). Portanto, até primeira ordem, todos os termos contendo $s_{13}e^{-i\delta}$ deverão sofrer a seguinte transformação:

$$s_{13}e^{-i\delta} \rightarrow s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau}. \quad (4.44)$$

Consequentemente:

$$s_{13}^2 \rightarrow \left| s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2, \quad (4.45)$$

e a probabilidade,

$$P_{e\mu}^{(1)} = 4s_{23}^2 \left| s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \frac{1}{(1-r_A)^2} \sin^2 \left[\Delta L \frac{(1-r_A)}{2} \right]. \quad (4.46)$$

Disso podemos encontrar:

$$\sin^2 2\theta_M^{eff} = 4s_{23}^2 \left| s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \frac{1}{(1-r_A)^2} \quad (4.47)$$

sem alteração na fase de oscilação. Notamos que a existência do termo $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ torna em primeira ordem $P_{e\mu}$ sensível à fase de violação CP.

Para termos de ordem maior que ϵ , a substituição não é válida, pois $s_{13}e^{-i\delta}$ não aparecerá sempre acompanhado de $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$. Já foram considerados na bibliografia (ASANO; MINAKATA, 2011; CERVERA et al., 2000) diferentes combinações de s_{13} e $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ em ordens distintas de grandeza em ϵ . Até agora, fórmulas realizando aproximações considerado $\epsilon_{e\tau} \sim \sqrt{\epsilon}$ dado $s_{13} \sim \epsilon$ como fizemos anteriormente não foram publicadas.

Vimos que o maior limite sobre os parâmetros de NSI está em $\epsilon_{\tau\tau} < 21$ (BIGGIO; BLENNOW; FERNANDEZ-MARTINEZ, 2009). Isto coloca grandes vínculos no bloco $\mu - \tau$ na base de propagação. Portanto, será necessário considerarmos sua contribuição ao calcular as probabilidades. Para isso faremos $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$ livre incluindo $\tilde{\epsilon}_{ee}$ também livre e $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ da ordem de $\epsilon^{1/2}$. Para essas componentes não nulas a restrição (4.43) continua valendo, mas, além disso, também teremos os seguintes vínculos:

$$\begin{aligned} c_{23} (c_{23}\epsilon_{\mu\mu} + s_{23}\epsilon_{\mu\tau}) + s_{23} (c_{23}\epsilon_{\mu\tau} + s_{23}\epsilon_{\tau\tau}) &= 0 \\ c_{23} (-s_{23}\epsilon_{\mu\mu} + c_{23}\epsilon_{\mu\tau}) + s_{23} (-s_{23}\epsilon_{\mu\tau} + c_{23}\epsilon_{\tau\tau}) &= 0 \end{aligned} \quad (4.48)$$

que resulta até ordem $\epsilon^{3/2}$ em:

$$P_{e\mu}^{(1)} = \frac{4s_{23}^2 \left| s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2}{[1 - r_A(1 + \tilde{\epsilon}_{ee} - \tilde{\epsilon}_{\tau\tau})]^2} \sin^2 \left[\frac{\Delta L}{2} [1 - r_A(1 + \tilde{\epsilon}_{ee} - \tilde{\epsilon}_{\tau\tau})] \right] \quad (4.49)$$

$$P_{e\mu}^{(3/2)} = 8J_r \frac{r_\Delta}{r_A(1-r_A)} \left[\cos \left(\delta - \frac{\Delta L}{2}(1+r_A\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}) \right) + \frac{r_A}{s_{13}} \tilde{\epsilon}_{e\tau} \cos \left(\tilde{\phi}_{e\tau} - \frac{\Delta L}{2}(1+r_A\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}) \right) \right] \\ \times \sin \left[\frac{r_A \Delta L}{2}(1+\tilde{\epsilon}_{ee}) \right] \sin \left[\frac{\Delta L}{2}[1-r_A(1+\tilde{\epsilon}_{ee}-\tilde{\epsilon}_{\tau\tau})] \right]. \quad (4.50)$$

dessa maneira podemos definir o ângulo e diferença de massa efetivos:

$$\sin^2 2\theta_M^{eff} = \frac{4s_{23}^2 |s_{13}e^{-i\delta} + \tilde{\epsilon}_{e\tau}|^2}{[1-r_A(1+\tilde{\epsilon}_{ee}-\tilde{\epsilon}_{\tau\tau})]^2} \quad (4.51)$$

e

$$\Delta_M = \Delta[1-r_A(1+\tilde{\epsilon}_{ee}-\tilde{\epsilon}_{\tau\tau})]. \quad (4.52)$$

As equações (4.49) e (4.50) nos mostram que existe uma degenerescência gerada por ϵ_{ee} e $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$ em primeira ordem de ϵ . Em $P_{e\mu}^{(1)}$ encontramos somente a diferença ($\epsilon_{ee} - \tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$). Essa degenerescência é quebrada na próxima ordem $\epsilon^{3/2}$, quando encontramos $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$ separado de ϵ_{ee} . Além disso, essa degenerescência é quebrada quando, acrescentamos na análise, eventos de sobrevivência $P_{\mu\mu}$ em ordem ϵ^0 , $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$ também aparece sem a presença de ϵ_{ee} , como podemos ver na expressão abaixo:

$$P_{\mu\mu}^{(0)} = 1 - c_{23}^2 s_{23}^2 \sin^2 \left[\frac{\Delta L(1+r_A\tilde{\epsilon}_{\tau\tau})}{2} \right] \quad (4.53)$$

A maneira como apresentamos as probabilidades não contempla a forma geral de NSI pois precisamos manter vínculos como os apresentados nas equações (4.43) e (4.48). A partir de agora veremos o comportamento da probabilidade de maneira geral influenciada por todos os termos de NSI. Para tanto fazemos $|\tilde{\epsilon}_{\alpha\beta}| \sim \epsilon$ e $|\tilde{\epsilon}_{e\tau}| \sim \sqrt{\epsilon}$ aumentando os limites sobre $(-s_{23}\epsilon_{e\mu} + c_{23}\epsilon_{e\tau})$. Além disso não faremos expansão sobre $\tilde{\epsilon}_{ee}$ e $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$. Dito isso podemos escrever o hamiltoniano na base de propagação da seguinte forma:

$$\tilde{H}_0 = \Delta \begin{pmatrix} r_A \Gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_A \Lambda \end{pmatrix} \quad (4.54)$$

$$\tilde{H}_{1/2} = \Delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & \Sigma \\ 0 & 0 & 0 \\ \Sigma^* & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{H}_1 = \Delta \begin{pmatrix} \Pi_e & \Omega & 0 \\ \Omega^* & \Pi_\mu & r_A \tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \\ 0 & r_A \tilde{\epsilon}_{\mu\tau}^* & -s_{13}^2 \end{pmatrix} \quad (4.55)$$

$$\tilde{H}_{3/2} = -\Delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & (r_\Delta s_{12}^2 + \frac{1}{2}s_{13}^2)s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 0 & r_\Delta s_{12}c_{12}s_{13}e^{-i\delta} \\ (r_\Delta s_{12}^2 + \frac{1}{2}s_{13}^2)s_{13}e^{i\delta} & r_\Delta s_{12}c_{12}s_{13}e^{i\delta} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.56)$$

$$\tilde{H}_2 = -\Delta r_\Delta \begin{pmatrix} s_{12}^2 s_{13}^2 & \frac{1}{2}c_{12}s_{12}s_{13}^2 & 0 \\ \frac{1}{2}c_{12}s_{12}s_{13}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -s_{12}^2 s_{13}^2 \end{pmatrix} \quad (4.57)$$

onde por conveniência definimos

$$\Sigma = s_{13}e^{-i\delta} + r_A \tilde{\epsilon}_{e\tau}, \quad \Pi_e = r_\Delta s_{12}^2 + s_{13}^2, \quad \Pi_\mu = r_\Delta c_{12}^2 + r_A \tilde{\epsilon}_{\mu\mu}, \quad (4.58)$$

$$\Omega = r_\Delta c_{12}s_{12} + r_A \tilde{\epsilon}_{e\mu}, \quad \Lambda = \frac{\Delta}{r_A} + \tilde{\epsilon}_{\tau\tau} - \tilde{\epsilon}_{\mu\mu} \quad \text{e} \quad \Gamma = (1 + \tilde{\epsilon}_{ee} - \tilde{\epsilon}_{\mu\mu}). \quad (4.59)$$

Dado o hamiltoniano, calculamos as componentes da matriz \tilde{S} até ordem ϵ^2 através da teoria de perturbação apresentada na seção 4.1:

$$\tilde{S}_{ee}^{(0)} = e^{-ir_A\Gamma\Delta x}, \quad \tilde{S}_{\tau\tau}^{(0)} = e^{-ir_A\Lambda\Delta x}, \quad \tilde{S}_{\mu\mu}^{(0)} = 1, \quad (4.60)$$

$$\tilde{S}_{e\tau}^{(1/2)} = \frac{\Sigma^*}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right), \quad (4.61)$$

$$\tilde{S}_{ee}^{(1)} = \left| \frac{\Sigma}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \right|^2 \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right) + (i\Delta x) \left(\frac{|\Sigma|^2}{r_A(\Lambda - \Gamma)} - \Pi_e \right) e^{-ir_A\Gamma\Delta x}, \quad (4.62)$$

$$\tilde{S}_{e\mu}^{(1)} = -\frac{\Omega}{r_A\Gamma} \left(1 - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right), \quad \tilde{S}_{\mu\mu}^{(1)} = (-i\Delta x)\Pi_\mu, \quad \tilde{S}_{\mu\tau}^{(1)} = -\frac{\tilde{\epsilon}_{\mu\tau}^*}{\Lambda} \left(1 - e^{-ir_A\Lambda\Delta x} \right),$$

$$\tilde{S}_{\tau\tau}^{(1)} = (i\Delta x) \left(s_{13} + r_A\Gamma \left| \frac{\Sigma}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \right|^2 \right) - \left| \frac{\Sigma}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \right|^2 \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right),$$

$$\tilde{S}_{e\mu}^{(3/2)} = -\frac{\Sigma^* \tilde{\epsilon}_{\mu\tau}}{r_A\Gamma(\Lambda - \Gamma)} \left(1 - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right) - \frac{\Sigma^* \tilde{\epsilon}_{\mu\tau}}{r_A\Lambda(\Lambda - \Gamma)} \left(1 - e^{-ir_A\Lambda\Delta x} \right), \quad (4.63)$$

$$\begin{aligned}\tilde{S}_{e\tau}^{(3/2)} &= \frac{s_{13}e^{-i\delta}}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right) \left(r_\Delta s_{12}^2 + \frac{s_{13}^2}{2} \right) \\ &+ \frac{|\Sigma|^3 e^{i\tilde{\phi}_\Sigma}}{r_A^2(\Lambda - \Gamma)^2} \left(i\Delta x + \frac{1}{r_A(\Lambda - \Gamma)} \right) \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right) \\ &+ (i\Delta x) \frac{\Sigma^* \Pi_e}{r_A(\Lambda - \Gamma)} e^{-ir_A\Gamma\Delta x} + (i\Delta x) \frac{\Sigma^* s_{13}^2}{r_A(\Lambda - \Gamma)} e^{-ir_A\Lambda\Delta x} \\ &- \frac{\Sigma^*}{r_A^2(\Lambda - \Gamma)^2} \left(e^{-ir_A\Lambda\Delta x} - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right) \left(\Pi_e + s_{13}^2 \right),\end{aligned}$$

$$\tilde{S}_{\mu\tau}^{(3/2)} = \left(\frac{r_\Delta c_{12} s_{12} s_{13} e^{-i\delta}}{r_A \Lambda} - \frac{\Sigma^* \Omega^*}{r_A^2 \Lambda (\Lambda - \Gamma)} \right) \left(1 - e^{-ir_A\Lambda\Delta x} \right) + \frac{\Sigma^* \Omega^*}{r_A^2 \Gamma (\Lambda - \Gamma)} \left(1 - e^{-ir_A\Gamma\Delta x} \right),$$

Daí podemos calcular a probabilidade de oscilação $P_{e\mu}$ ⁶:

$$P_{e\mu}^{(1)} = \frac{|\Sigma|^2 s_{23}^2 \sin\left(\frac{\Delta x}{2} r_A (\Lambda - \Gamma)\right)}{r_A^2 (\Lambda - \Gamma)^2} \quad (4.64)$$

$$P_{e\mu}^{(3/2)} = \frac{8c_{23}s_{23}|\Sigma\Omega| \sin\left(\frac{\Delta x}{2} r_A \Gamma\right) \sin\left(\frac{\Delta x}{2} r_A (\Lambda - \Gamma)\right) \cos\left(\frac{\Delta x}{2} r_A \Lambda - \phi_\Omega\right)}{r_A^2 \Gamma (\Lambda - \Gamma)} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned}P_{e\mu}^{(2)} &= \frac{4c_{23}^2 |\Omega|^2 \sin^2\left(\frac{\Delta x}{2} r_A \Gamma\right)}{(r_A \Gamma)^2} \quad (4.66) \\ &+ 2|\Sigma|^2 s_{23}^2 \left(\frac{2|\Sigma|^2}{r_A^3 (\Gamma - \Lambda)^3} + \frac{r_\Delta s_{12}^2 + 2s_{13}^2}{r_A^2 (\Gamma - \Lambda)^2} \right) (\Delta x) \sin[r_A (\Gamma - \Lambda) \Delta x] \\ &+ 4|\Sigma| s_{23}^2 \left(-\frac{4|\Sigma|^3}{r_A^4 (\Gamma - \Lambda)^4} - \frac{2|\Sigma| (r_\Delta s_{12}^2 + 2s_{13}^2)}{r_A^3 (\Gamma - \Lambda)^3} + \frac{s_{13} (2r_\Delta s_{12}^2 + s_{13}^2) \cos(\delta + \phi_\Sigma)}{r_A^2 (\Gamma - \Lambda)^2} \right) \\ &\times \sin^2\left(\frac{\Delta x}{2} r_A (\Gamma - \Lambda)\right) \\ &- 4c_{23} \tilde{\epsilon}_{\mu\tau} |\Sigma|^2 s_{23} \sin\left(\frac{\Delta x}{2} r_A (\Gamma - \Lambda)\right) \left(-\frac{\sin\left(\tilde{\phi}_{\mu\tau} + \frac{\Delta x}{2} r_A (\Gamma - \Lambda)\right)}{r_A^2 (\Gamma - \Lambda)^2 \Gamma} \right. \\ &\left. + \frac{\sin\left(\tilde{\phi}_{\mu\tau} - \frac{\Delta x}{2} r_A (\Gamma - \Lambda)\right)}{r_A^2 (\Gamma - \Lambda)^2 \Lambda} - \frac{\sin\left(\tilde{\phi}_{\mu\tau} - \frac{\Delta x}{2} r_A (\Gamma + \Lambda)\right)}{r_A^2 (\Gamma - \Lambda) \Gamma \Lambda} \right)\end{aligned}$$

Novamente cabe destacar quais as distinções da perturbação feita aqui e da perturbação feita por [ASANO; MINAKATA](#). A ideia principal é que os parâmetros de NSI possam ser maiores do que ϵ . Na teoria de Minakata todos os parâmetros de NSI $\epsilon_{\alpha\beta}$ são da ordem de ϵ . Nossa ideia foi inserir a diagonal no hamiltoniano de ordem zero \tilde{H}_0 e fazer com que $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ fosse colocado em $\tilde{H}_{1/2}$. Estas distinções estão sumarizadas na tabela 3.

⁶ para calcular essas probabilidades, desconsideramos a fase de Σ .

Tabela 3 – Comparação da Perturbação

| Este trabalho | Minakata |
|---|---|
| $\tilde{\epsilon}_{ee} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{ee} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\tau} \sim \sqrt{\epsilon}$ | $\tilde{\epsilon}_{e\tau} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\mu} \sim \epsilon$ | $\tilde{\epsilon}_{e\mu} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \sim \epsilon$ | $\tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \sim \epsilon$ |

Uma vez que temos as probabilidades em mãos, precisamos descobrir até qual distância máxima a fórmula pode ser utilizada e compara-la com a fórmula obtida em (ASANO; MINAKATA, 2011). Na figura 24 temos a probabilidade de oscilação de ν_e para ν_μ em uma distância de 3800 km em quatro casos diferentes, onde variamos a intensidade dos parâmetros de NSI para dois casos em que um é maior que outro e variamos também a densidade para ver como ela afeta a teoria de perturbação. Na figura 24 podemos ver a probabilidade de oscilação para a fórmula de Asano e Minakata que, como esperado, diverge para os valores de NSI usados. Outra informação relevante contida nos quatro gráficos é que conforme a densidade aumenta a teoria de perturbação piora. Da mesma forma, conforme NSI aumenta a teoria de perturbação diverge do resultado exato. É de se esperar que os resultados piorem conforme a energia aumenta, pois os valores perturbados na matriz H_{NSI} dependem de $r_A = 2\sqrt{2}G_F N_e E / \Delta m_{31}^2$. Isso faz com que $r_A \epsilon_{\alpha\beta}$ cresça com a energia e não esteja mais na ordem de perturbação adequada.

Outro caso de interesse é a aplicabilidade das fórmulas no experimento DUNE, figura 25. Da mesma forma que no caso anterior, quando amplificamos o efeito de NSI na fórmula, a concordância com o resultado numérico piora. Especificamente para o caso da figura 25 chegamos a uma valor de 0,1 para regiões em que a probabilidade é 0,2. Ou seja, uma diferença de 50%.

4.3.1 Oscilação de neutrinos com interação não padrão e degenerescência

Um assunto de grande importância, quando discutimos a oscilação induzida por interação não padrão, é a busca por degenerescência entre diferentes teorias. Vimos um exemplo no capítulo 1 em que tanto a oscilação padrão quanto oscilação induzida por NSI tinham o mesmo potencial descritivo sobre resultados experimentais. Quando isso acontece pra um faixa de energia ou de distância, diremos que a teoria é degenerada nessa região.

Ao compararmos a estrutura do Hamiltoniano para *oscilação padrão* e *oscilação padrão + NSI*, considerando matéria constante, notamos que ambos são matrizes constantes que podem ser diagonalizadas através de alguma matriz $U_{M(NSI)}$. Portanto, a estrutura das probabilidades de oscilação em matéria constante, tanto quando incluímos NSI ou apenas interação padrão, é a mesma da oscilação no vácuo, mudando apenas os ângulos de

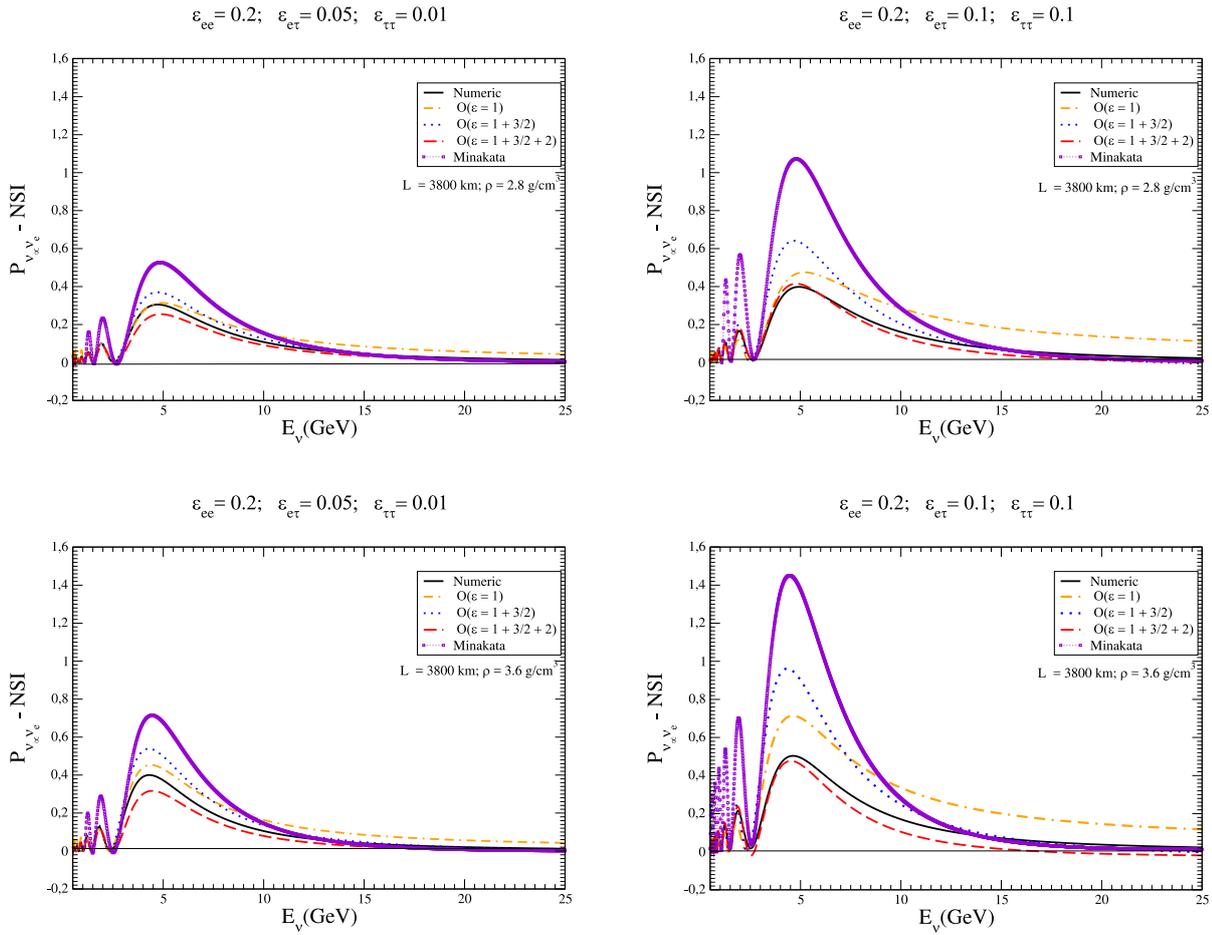


Figura 24 – Comparação do resultado analítico via teoria de perturbação com o resultado numérico via Runge-Kutta para VLBL de $L = 3800\text{km}$. Em cada caso o valor da densidade, dos parâmetros de NSI que forem diferentes de zero e a ordem de perturbação estão indicados nos gráficos. Nós encontramos um bom acordo entre as soluções numéricas e as perturbadas até ordem $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ para distâncias menores que 3800km e para densidades $\rho = 2.8\text{g/cm}^3$ e 3.6g/cm^3 e para $\epsilon_{e\tau} = 0.05$ e $\epsilon_{\tau\tau} = 0.01$. Quando aumentamos ambos os valores de NSI para 0.1 encontramos um péssimo acordo entre as ordens $\mathcal{O}(\epsilon = 1 + 3/2 + 2)$ e a solução numérica. Nosso modelo numérico também reproduziu os resultados de (MIRANDA; NUNOKAWA, 2015) tanto os casos de $P_{e\mu}$ quanto $P_{\mu\mu}$.

mistura efetivos e massas efetivas. No entanto, não existem soluções exatas para tais casos (MELONI et al., 2010). Para encontrar os autovalores é necessário resolver o problema da solução exata de polinômios cúbicos.

Através de teoria de perturbação, é possível encontrar os termos mais relevantes para oscilação e assim encontrar as degenerescências que aparecem em cada ordem de expansão. Na teoria de perturbação estudada neste capítulo, apresentamos fórmulas que incluem interação não padrão (4.64), (4.65), (4.67) e tem a forma funcional análoga ao caso da oscilação padrão (4.20), (4.21), (4.22). Ao compararmos as fórmulas encontramos algumas degenerescências envolvendo Σ , Γ , Λ e Ω .

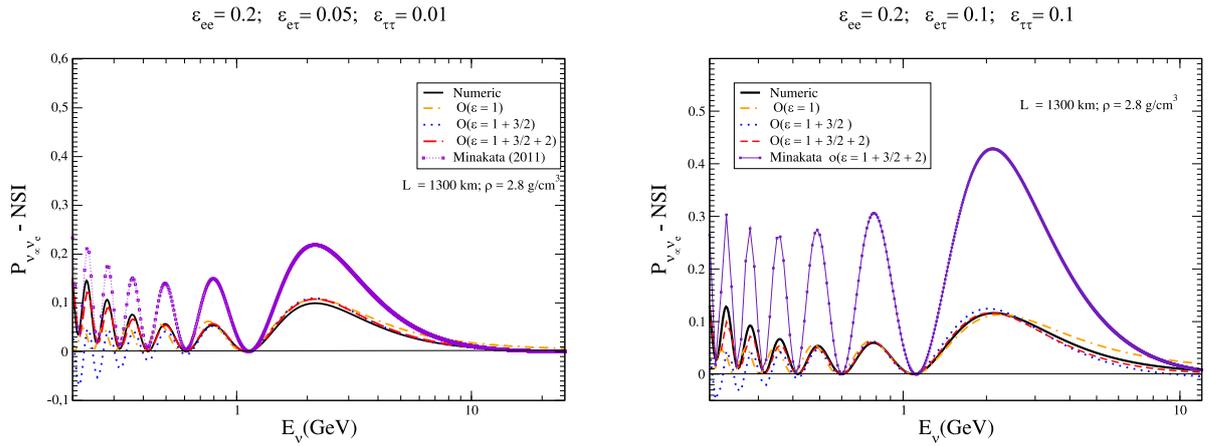


Figura 25 – Comparação do resultado analítico via teoria de perturbação com o resultado numérico via Runge-Kutta para VLBL de $L = 1300\text{km}$. Em cada caso o valor da densidade, dos parâmetros de NSI que forem diferentes de zero e a ordem de perturbação estão indicados nos gráficos. Nós encontramos um bom acordo entre as soluções numéricas e as perturbadas até ordem $\mathcal{O}(\epsilon^2)$ para distâncias menores que 3800km e para densidade $\rho = 2.8\text{g/cm}^3$ e para $\epsilon_{e\tau} = 0.05$ e $\epsilon_{\tau\tau} = 0.01$.

Já em ordem 1 da expansão aparece uma degenerescência envolvendo s_{13} :

$$|\Sigma|^2 = |s_{13}e^{-i\delta_{CP}} + r_A\tilde{\epsilon}_{e\tau}|^2 \rightarrow s_{13}^2, \quad (4.67)$$

essa degenerescência, envolvendo $\tilde{\epsilon}_{\alpha\beta}$, s_{13} e suas fases, pode ser quebrada apenas em segunda ordem, quando s_{13} aparece separado de Σ . Cabe observar que os valores perturbados, como o de s_{13} e $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$, possuem um limite superior intrínseco à perturbação que restringem a análise de degenerescência.

Ainda em ordem 1, $r_A(\Lambda - \Gamma)$ tem uma relação de degenerescência com $1 - r_A$. Ao igualarmos os dois termos é possível encontrar o vínculo:

$$\tilde{\epsilon}_{ee} = \tilde{\epsilon}_{\tau\tau}. \quad (4.68)$$

Isso implica que os termos diferentes de zero na diagonal do hamiltoniano devem ser iguais. Ao olharmos para ordem 3/2, caso tenhamos $\Gamma = 1$, teremos a diagonal de NSI como uma fase global.

Em ordem 3/2 encontramos outra degenerescência envolvendo Σ , Ω e o termo J_r :

$$s_{23}c_{23}|\Sigma\Omega| = s_{23}c_{23}|(s_{13}e^{-i\delta_{CP}} + r_A\tilde{\epsilon}_{e\tau})(r_\Delta s_{12}c_{12} + r_A\tilde{\epsilon}_{e\mu})| \rightarrow J_r r_\Delta = r_\Delta s_{23}c_{23}s_{12}c_{12}s_{13}. \quad (4.69)$$

Além das degenerescências encontradas analiticamente, existem degenerescências mais complexas que nem sempre podem ser expressas através de equações como as apre-

sentadas até aqui. Para tal caso, estudamos degenerescência envolvendo ϵ_{ee} e $\epsilon_{e\tau}$. Na figura 26 construímos gráficos para três energias, 3 GeV, 4 GeV e 5 GeV. Todos os gráficos foram construídos para uma distância de 1300 km e densidade de $2,8 \text{ g/cm}^3$. Além disso, construímos três gráficos para diferentes fases $\phi_{e\tau}$. Através da figura 26 encontramos possíveis explicações para o gráfico de degenerescência publicado em (COLOMA; SCHWETZ, 2016). Notamos que para $\phi_{e\tau} = 0$ o gráfico reproduz uma região bem parecidas com a *asa esquerda da borboleta*. as outras fases, todas reproduzem a região da *asa direita da borboleta* do gráfico 27.

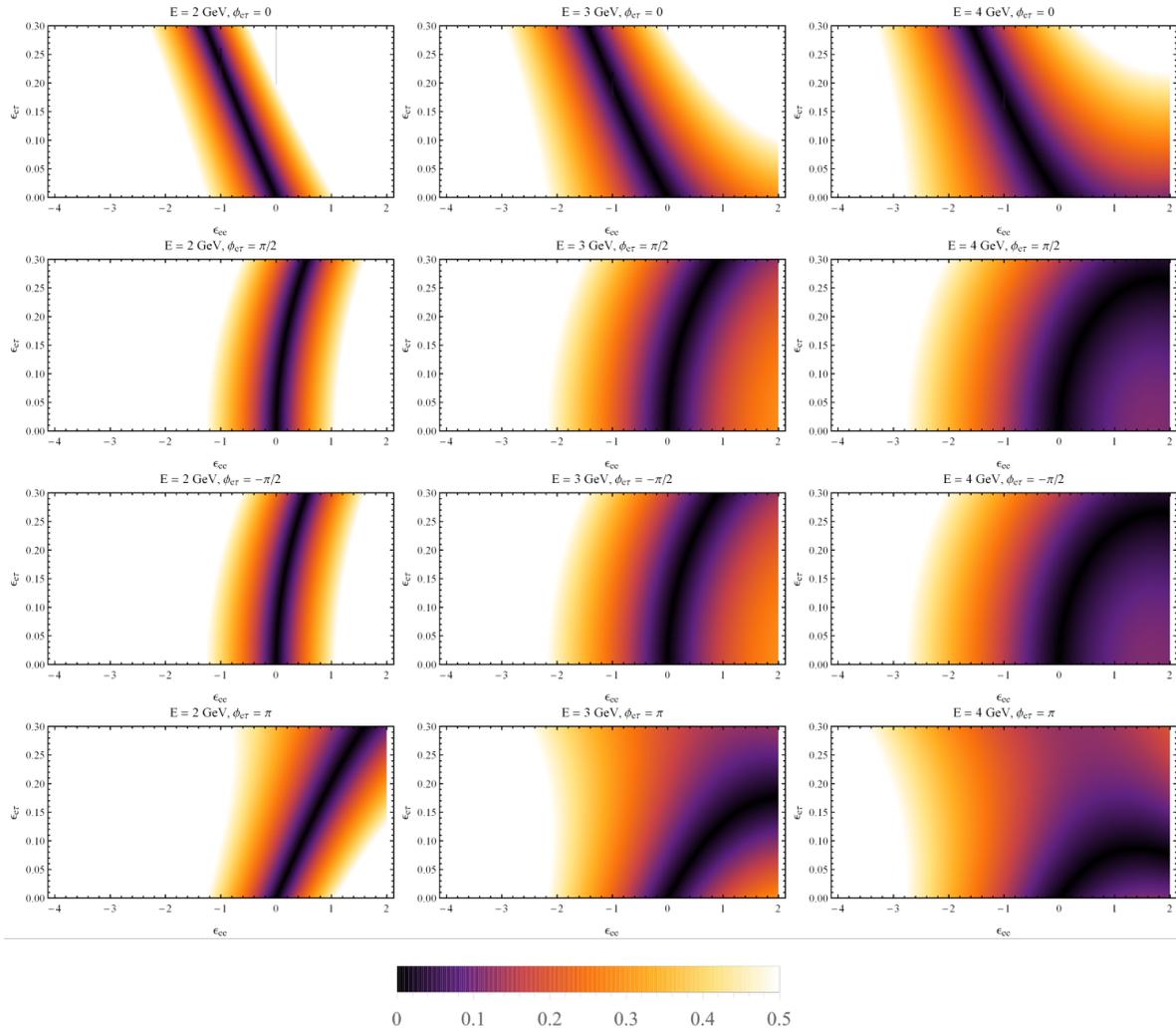


Figura 26 – Gráfico do módulo da diferença $\frac{|P_{SO} - P_{NSI}|}{P_{SO}}$, as cores vão do branco, diferença maior que 0,5, ao preto, diferença zero.

Para reproduzir os gráficos da figura 26 utilizamos os mesmos parâmetros usados nos gráficos 25. O gráfico expressa

$$\frac{|P_{SO} - P_{NSI}|}{P_{SO}}, \quad (4.70)$$

ou seja, a diferença absoluta entre a probabilidade de oscilação padrão e a probabilidade caso

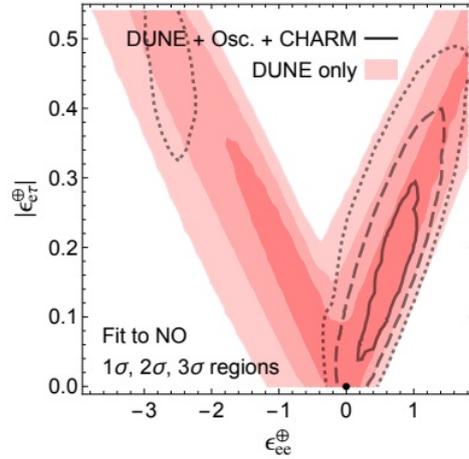


Figura 27 – Resultados de um ajuste de dados simulados para o DUNE. Foi assumido hierarquia normal, e feito um ajuste permitindo valores de ϵ_{ee} e $\epsilon_{e\tau}$ diferentes de zero. AS regiões sombreadas correspondem a análise apenas para o experimento DUNE, enquanto as curvas de contorno incluem vínculos de análises globais e do experimento CHARM. Foi marginalizado sobre Δm_{31}^2 , δ_{cp} , θ_{23} e sobre a fase de $\epsilon_{e\tau}$. Figura retirada de (COLOMA; SCHWETZ, 2016).

exista interação não padrão correspondente aos seus valores de parâmetros representados nos eixos do gráfico.

Com nossos gráficos podemos apontar que cada asa da borboleta corresponde a um ajuste que é descrito por respectivamente, uma fase ϕ e outra $\phi + \pi$. Isto aponta que a degenerescência encontrada por (COLOMA; SCHWETZ, 2016) em parte pode ter sua explicação através de nossas fórmulas de oscilação.

4.3.2 Teoria de perturbação com interação não padrão e mudança de meio

Além das fórmulas obtidas na seção 4.3, também estudamos o efeito de NSI em mudança de meio, conforme feito na seção anterior. Ao ativarmos ϵ_{ee} , o mais simples de se implementar pois, como vimos, ele se soma à primeira componente ee do hamiltoniano de ordem zero da expansão, nós devemos substituir $K_n \rightarrow K_n^{NSI}$ na equação (4.28),

$$K_n^{NSI} = 1 - r_{An}(1 + \epsilon_{ee}). \quad (4.71)$$

O próximo passo é acrescentar $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$, de forma que $\epsilon_{\mu\mu} = \epsilon_{\mu\tau} = 0$ e:

$$\epsilon_{e\mu} = -\tan \theta_{23} \epsilon_{e\tau}. \quad (4.72)$$

Nesse caso $\tilde{\epsilon}_{e\tau}$ é somado ao hamiltoniano de ordem $\sqrt{\epsilon}$ na equação (4.55), sendo assim:

$$s_{13} e^{-i\delta} \rightarrow s_{13}^{nm}. \quad (4.73)$$

em cada termo de interação nm , aqui $s_{13}^{nm} = (s_{13}e^{-i\delta} + r_{An}\tilde{\epsilon}_{e\tau})(s_{13}e^{-i\delta} + r_{Am}\tilde{\epsilon}_{e\tau})$, consequentemente:

$$s_{13}^2 \rightarrow \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{An}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{Am}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \quad (4.74)$$

De maneira geral, quando todos os parâmetros são não zero, $\tilde{\epsilon}_{e\tau} \sim \sqrt{\epsilon}$, $\tilde{\epsilon}_{ee} \sim \tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \sim \epsilon^0$ e todos os parâmetros são da ordem de ϵ . Deveremos ter sem restrições:

$$K_n^{NSI} = 1 - r_{An}(1 + \epsilon_{ee} - \tilde{\epsilon}_{\tau\tau}). \quad (4.75)$$

$$s_{13}^2 \rightarrow \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{An}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right| \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{Am}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|. \quad (4.76)$$

Como exemplo, para a evolução através de dois meios a probabilidade se torna:

$$\begin{aligned} P_{e\mu} = & 2s_{23}^2 \left[\left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{A1}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \frac{1 - \cos[K_1^{NSI}L_1]}{(K_1^{NSI})^2} \right. \\ & + \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{A2}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right|^2 \frac{1 - \cos[\Delta K_2^{NSI}L_2]}{(K_2^{NSI})^2} \\ & \left. + \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{A1}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right| \left| s_{13}e^{-i\delta} + r_{A2}\tilde{\epsilon}_{e\tau} \right| \right. \\ & \left. \times \frac{1 - \cos[\Delta(K_1^{NSI})L_1] - \cos[\Delta(K_2^{NSI})L_2] + \cos[\Delta(K_1^{NSI})L_1 + \Delta(K_2^{NSI})L_2]}{(K_1^{NSI}K_2^{NSI})} \right] \end{aligned} \quad (4.77)$$

Na figura 28 mostramos nossos resultados para $P_{e\mu}$ com mudança de meio supondo grandes cavernas em experimentos de LBL. Tais resultados nos revelam qual a influência da mudança de meio em primeira ordem. Os outros efeitos estarão suprimidos por termos da ordem de ϵ ou mais. Quando a caverna se encontra no meio da propagação, ela tem um efeito de diminuir a altura do primeiro pico da probabilidade. Isso é notável tanto através dos resultados perturbados quanto dos resultados numéricos. Com as aproximações feitas aqui queremos modelar cavernas no meio das trajetórias ou cavernas próximas das posições finais e iniciais. Ainda que não hajam cavernas dessas magnitudes para o caso DUNE, nossos resultados servem como ilustração para o efeito de NSI em mudança de meio. Foram estudados dois casos, o primeiro em que o neutrino atravessa 260 km de vácuo e o restante de matéria. No segundo caso o neutrino se propaga inicialmente em 520 km de matéria, 260 km de vácuo e novamente 520 km de matéria. Em ambos os casos assumimos a densidade da matéria igual a 2.8 g/cm³.

Para o caso de $P_{\mu\mu}$ em ordem zero, sem NSI não havia dependência de matéria. No

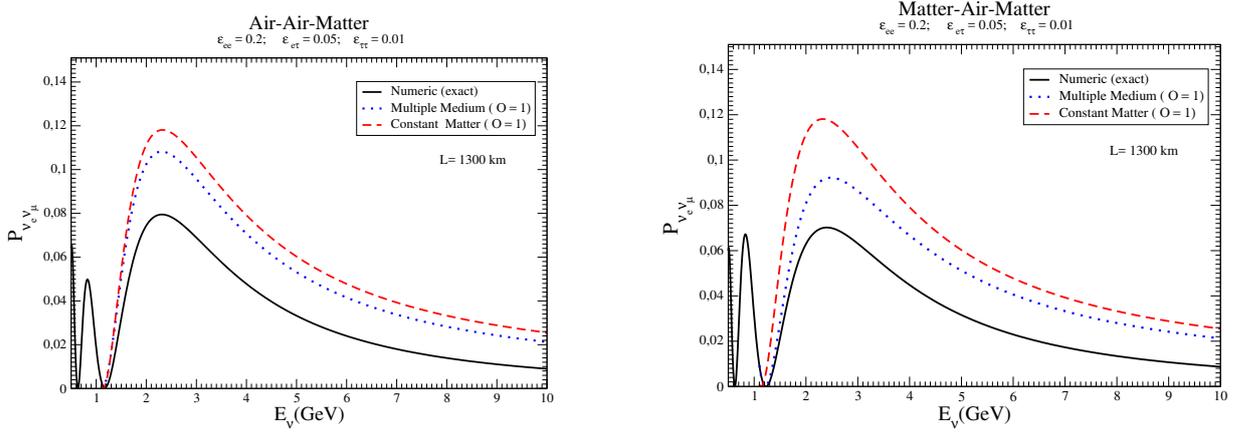


Figura 28 – Neutrino atravessando três diferentes meios com densidades variando. "Matter" é matéria com densidade $\rho = 2.8 \text{ g/cm}^3$ (80%), "Air" assumimos ar aproximadamente vácuo $\rho = 0.0 \text{ g/cm}^3$ (20%) cada. Então temos na primeira figura, um neutrino atravessando 10% de ar, 10% de ar e 80% de matéria. Na segunda figura, um neutrino atravessando 40% de matéria, 20% de ar e 40% de matéria.

entanto se $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau}$ não é zero, o efeito de *matter excitation*⁷ não ocorre, então:

$$P_{\mu\mu} = 1 - 4c_{23}^2 s_{23}^2 \sin^2 \left[\sum_n \frac{\Delta(\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} r_{An} + 1)L_n}{2} \right]. \quad (4.78)$$

Nesse capítulo discutimos e calculamos fórmulas de probabilidade de oscilação entre sabores com efeitos subdominantes de NSI. Encontramos fórmulas para matéria constante a para casos em que há mudança de meio, para tais casos encontramos fórmulas de ordem mais baixa e menos precisas. Para os casos de matéria constante encontramos fórmulas precisas com grande alcance de NSI, aplicáveis na escala DUNE e até VLBL. Para o caso DUNE tanto o formalismo original de Asano e Minakata quanto o nosso podem ser aplicados. O formalismo de Minakata permite que os parâmetros de NSI sejam da ordem de ϵ . As modificações que fizemos neste formalismo permitem que alguns parâmetros sejam em até dez vezes maior.

⁷ O efeito foi apontado por Minakata (KIKUCHI; MINAKATA; UCHINAMI, 2009) e demonstra que para s_{13} pequeno a matéria só se torna perceptível em primeira ordem de s_{13} , e não antes, fato não trivial.

Conclusões e Trabalhos Futuros

Conclusões

Neste trabalho estudamos o mecanismo de oscilação, partindo de modelos mais simples, como duas gerações no vácuo, até modelos com propagação em três gerações em meios diferentes, incluindo interação não padrão.

No capítulo 1 introduzimos teoria de oscilação para o caso em que não há interação com a matéria, vimos o exemplo de duas gerações. Mostramos que em experimentos de oscilação, a oscilação induzida por massa em duas gerações pode ser análoga a oscilação induzida por NSI. Estudamos casos em três gerações que sob condições específicas podem ser reduzidos a duas gerações.

No capítulo 2 mostramos que o efeito de matéria é importante na propagação do neutrino, podendo ter influência significativa em experimentos de oscilação. Vimos algumas expressões analíticas que nos ajudam a entender o comportamento dos neutrinos se propagando na matéria. Introduzimos efeitos de interação não padrão na propagação do neutrino e revisamos formulas analíticas análogas ao caso em que há apenas interação padrão.

No capítulo 3 revisamos alguns tipos de experimentos de oscilação e a fenomenologia envolvida no caso de oscilação padrão e inclusão de NSI. Nesse capítulo pudemos introduzir os principais resultados experimentais e como a teoria existente pode explicar os dados.

Por fim, no capítulo 4, estudamos teoria de perturbação aplicada em oscilação de neutrinos com e sem interação não padrão. No capítulo 4 derivamos algumas fórmulas analíticas produzidas originalmente neste trabalho através de teoria de perturbação. Encontramos fórmulas analíticas para expansões em primeira ordem de s_{13}^2 e $\Delta m_{21}^2/\Delta m_{31}^2$ com neutrinos se propagando em n meios diferentes tanto para oscilação padrão (seção 4.2.1) quanto para inclusão de NSI (seção 4.3.2). Para tal caso também estudamos a expressão analítica da probabilidade sob influência de interação não padrão. Como resultado mais importante deste trabalho encontramos fórmulas analíticas de $P_{e\mu}$ através de expansões sobre s_{13}^2 e $\Delta m_{21}^2/\Delta m_{31}^2$ até segunda ordem. São as equações (4.64), (4.65) e (4.67). Para tais expressões fizemos expansão em valores no espaço de fase de parâmetros de NSI não presentes na literatura $\epsilon_{\alpha\beta}$ (a comparação da ordem de expansão dos parâmetro está listada na tabela 4). Comparamos graficamente nossas fórmulas com as fórmulas encontradas no trabalho que inspirou esta dissertação (ASANO; MINAKATA, 2011). Encontramos que a fórmula possui bons resultados para até 4.000 km e funciona melhor ainda quando usada na escala DUNE.

Tabela 4 – Comparação da Perturbação

| Este trabalho | Minakata |
|---|---|
| $\tilde{\epsilon}_{ee} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{ee} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{\mu\mu} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \sim \epsilon^0$ | $\tilde{\epsilon}_{\tau\tau} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\tau} \sim \sqrt{\epsilon}$ | $\tilde{\epsilon}_{e\tau} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{e\mu} \sim \epsilon$ | $\tilde{\epsilon}_{e\mu} \sim \epsilon$ |
| $\tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \sim \epsilon$ | $\tilde{\epsilon}_{\mu\tau} \sim \epsilon$ |

Os códigos usado para calcular as fórmulas perturbadas apresentadas aqui, estão disponíveis na versão do software *Mathematica 9* em <https://www.dropbox.com/s/mrizl2te8zna92r/SM-PerturbativePemuTo15Order.nb?dl=0>.

Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros pretendemos acrescentar interação não padrão com diferentes ordens de grandeza de parâmetros de NSI para o tipo de expansão apresentado em (MINAKATA; PARKE, 2016).

Referências

- ABDURASHITOV, J. et al. Results from sage (the russian-american gallium solar neutrino experiment). *Physics Letters B*, Elsevier, v. 328, n. 1-2, p. 234–248, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 52.
- ABE, K. et al. Indication of electron neutrino appearance from an accelerator-produced off-axis muon neutrino beam. *Physical Review Letters*, APS, v. 107, n. 4, p. 041801, 2011. Citado 3 vezes nas páginas 6, 56 e 63.
- ABE, Y. et al. Indication of reactor ν_e disappearance in the double chooz experiment. *Physical Review Letters*, APS, v. 108, n. 13, p. 131801, 2012. Citado na página 6.
- ACCIARRI, R. et al. *Long-Baseline Neutrino Facility (LBNF) and Deep Underground Neutrino Experiment (DUNE): Volume 1: The LBNF and DUNE Projects*. [S.l.], 2016. Citado na página 63.
- ADAMSON, P. et al. First measurement of electron neutrino appearance in nova. *Physical review letters*, APS, v. 116, n. 15, p. 151806, 2016. Citado na página 6.
- ADAMSON, P. et al. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by minos. *Physical Review Letters*, APS, v. 106, n. 18, p. 181801, 2011. Citado 6 vezes nas páginas 11, 6, 17, 18, 19 e 56.
- ADAMSON, P. et al. Search for flavor-changing non-standard neutrino interactions by minos. *Physical Review D*, APS, v. 88, n. 7, p. 072011, 2013. Citado na página 58.
- AHMAD, Q. et al. Measurement of day and night neutrino energy spectra at sno and constraints on neutrino mixing parameters. *Physical Review Letters*, APS, v. 89, n. 1, p. 011302, 2002. Citado na página 7.
- AHN, J. et al. Observation of reactor electron antineutrinos disappearance in the reno experiment. *Physical Review Letters*, APS, v. 108, n. 19, p. 191802, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 6, 56 e 63.
- AHN, M. et al. Measurement of neutrino oscillation by the k2k experiment. *Physical Review D*, APS, v. 74, n. 7, p. 072003, 2006. Citado na página 6.
- AKHMEDOV, E. K. Parametric resonance of neutrino oscillations and passage of solar and atmospheric neutrinos through the earth. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 538, n. 1-2, p. 25–51, 1999. Citado na página 36.
- AKHMEDOV, E. K. Matter effects in short-baseline neutrino oscillations. *Phys. Lett. B*, v. 503, n. hep-ph/0011136, p. 133–139, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- AKHMEDOV, E. K. et al. Series expansions for three-flavor neutrino oscillation probabilities in matter. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2004, n. 04, p. 078, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 8, 37 e 61.

AN, F. et al. Observation of electron-antineutrino disappearance at daya bay. *Physical Review Letters*, APS, v. 108, n. 17, p. 171803, 2012. Citado 4 vezes nas páginas 6, 20, 56 e 63.

ANSELMANN, P. et al. Gallex results from the first 30 solar neutrino runs. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 327, n. 3-4, p. 377–385, 1994. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 52.

APOLLONIO, M. et al. Search for neutrino oscillations on a long base-line at the chooz nuclear power station. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, Springer, v. 27, n. 3, p. 331–374, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 56.

ARAFUNE, J.; KOIKE, M.; SATO, J. Cp violation and matter effect in long baseline neutrino oscillation experiments. *Physical Review D*, APS, v. 56, n. 5, p. 3093, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

ARNISON, G. et al. Further evidence for charged intermediate vector bosons at the sps collider. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 129, n. 3-4, p. 273–282, 1983. Citado na página 27.

ASANO, K.; MINAKATA, H. Large- θ 13 perturbation theory of neutrino oscillation for long-baseline experiments. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2011, n. 6, p. 1–26, 2011. Citado 16 vezes nas páginas 7, 9, 12, 13, 8, 63, 65, 66, 67, 68, 69, 75, 78, 79, 87 e 113.

BAGNAIA, P. et al. Evidence for $z^0 \rightarrow e^+ e^-$ at the cern pp collider. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 129, n. 1-2, p. 130–140, 1983. Citado na página 27.

BAHCALL, J. N.; BAHCALL, N. A.; SHAVIV, G. Present status of the theoretical predictions for the cl 37 solar-neutrino experiment. *Physical Review Letters*, APS, v. 20, n. 21, p. 1209, 1968. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 52.

BAHCALL, J. N.; PINSONNEAULT, M.; BASU, S. Solar models: Current epoch and time dependences, neutrinos, and helioseismological properties. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 555, n. 2, p. 990, 2001. Citado na página 48.

BAHCALL, J. N.; SERENELLI, A. M.; BASU, S. New solar opacities, abundances, helioseismology, and neutrino fluxes. *The Astrophysical Journal Letters*, IOP Publishing, v. 621, n. 1, p. L85, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 48.

BARGER, V.; PHILLIPS, R.; WHISNANT, K. Solar-neutrino solutions with matter-enhanced flavor-changing neutral-current scattering. *Physical Review D*, APS, v. 44, n. 6, p. 1629, 1991. Citado 3 vezes nas páginas 7, 9 e 44.

BARGER, V. et al. Matter effects on three-neutrino oscillations. *Physical Review D*, APS, v. 22, n. 11, p. 2718, 1980. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

BARRANCO, J.; MIRANDA, O.; RASHBA, T. Sensitivity of low energy neutrino experiments to physics beyond the standard model. *Physical Review D*, APS, v. 76, n. 7, p. 073008, 2007. Citado na página 40.

BELLANDI, J.; GUZZO, M.; AQUINO, V. On resonances and mixing angles in three neutrino oscillations in matter. *Brazilian journal of physics*, SciELO Brasil, v. 27, n. 3, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

BEMPORAD, C.; GRATTA, G.; VOGEL, P. Reactor-based neutrino oscillation experiments. *Reviews of Modern Physics*, APS, v. 74, n. 2, p. 297, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 50.

BERGMANN, S. The solar neutrino problem in the presence of flavor-changing neutrino interactions. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 515, n. 1-2, p. 363–383, 1998. Citado na página 7.

BERGMANN, S. et al. Status of the solution to the solar neutrino problem based on nonstandard neutrino interactions. *Physical Review D*, APS, v. 62, n. 7, p. 073001, 2000. Citado na página 57.

BETHE, H. Ionization power of a neutrino with magnetic moment. In: CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. [S.l.], 1935. v. 31, n. 1, p. 108–115. Citado na página 2.

BETHE, H. A. Energy production in stars. *Physical Review*, APS, v. 55, n. 5, p. 434, 1939. Citado na página 48.

BIGGIO, C.; BLENNOW, M.; FERNANDEZ-MARTINEZ, E. General bounds on non-standard neutrino interactions. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2009, n. 08, p. 090, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 58, 72, 73 e 75.

BILENKY, S. Neutrino. history of a unique particle. *The European Physical Journal H*, Springer, v. 38, n. 3, p. 345–404, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 2.

BILENKY, S. M.; HOŠEK, J.; PETCOV, S. On the oscillations of neutrinos with dirac and majorana masses. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 94, n. 4, p. 495–498, 1980. Citado na página 71.

BILENKY, S. M.; PONTECORVO, B. Lepton mixing and neutrino oscillations. *Physics Reports*, Elsevier, v. 41, n. 4, p. 225–261, 1978. Citado na página 9.

BOLANOS, A. et al. Probing nonstandard neutrino-electron interactions with solar and reactor neutrinos. *Physical Review D*, APS, v. 79, n. 11, p. 113012, 2009. Citado na página 7.

CABIBBO, N. Unitary symmetry and leptonic decays. *Physical Review Letters*, APS, v. 10, n. 12, p. 531, 1963. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 27.

CERVERA, A. et al. Golden measurements at a neutrino factory. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 579, n. 1-2, p. 17–55, 2000. Citado 4 vezes nas páginas 8, 61, 63 e 75.

CHADWICK, J. Possible existence of a neutron. *Nature*, v. 129, n. 3252, p. 312, 1932. Citado na página 1.

CHERENKOV, P. A. Visible emission of clean liquids by action of γ radiation. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, v. 2, p. 451, 1934. Citado na página 52.

CLEVELAND, B. T. et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the homestake chlorine detector. *The Astrophysical Journal*, IOP Publishing, v. 496, n. 1, p. 505, 1998. Citado na página 5.

- COLLABORATION, D. et al. *CDR Volume 1: The LBNF and DUNE Projects*. [S.l.], 2015. Citado 3 vezes nas páginas 35, 51 e 66.
- COLOMA, P.; SCHWETZ, T. Generalized mass ordering degeneracy in neutrino oscillation experiments. *Physical Review D*, APS, v. 94, n. 5, p. 055005, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 7, 9, 13, 82 e 83.
- DANBY, G. et al. Observation of high-energy neutrino reactions and the existence of two kinds of neutrinos. *Physical Review Letters*, APS, v. 9, n. 1, p. 36, 1962. Citado na página 4.
- DECAMP, D. et al. A precise determination of the number of families with light neutrinos and of the z boson partial widths. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 235, n. 3-4, p. 399–411, 1990. Citado na página 4.
- D'OLIVO, J.; OTEO, J. Nonadiabatic three-neutrino oscillations in matter. *Physical Review D*, APS, v. 54, n. 1, p. 1187, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- DZIEWONSKI, A. M.; ANDERSON, D. L. Preliminary reference earth model. *Physics of the earth and planetary interiors*, Elsevier, v. 25, n. 4, p. 297–356, 1981. Citado na página 35.
- EGUCHI, K. et al. First results from kamland: evidence for reactor antineutrino disappearance. *Physical Review Letters*, APS, v. 90, n. 2, p. 021802, 2003. Citado na página 6.
- ELLIS, C. D.; WOOSTER, W. The average energy of disintegration of radium e. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, JSTOR, v. 117, n. 776, p. 109–123, 1927. Citado na página 1.
- ESMAILI, A.; SMIRNOV, A. Y. Probing non-standard interaction of neutrinos with icecube and deepcore. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2013, n. 6, p. 26, 2013. Citado na página 58.
- FERMI, E. An attempt of a theory of beta radiation. 1. *Z. phys*, v. 88, n. 161, p. 19, 1934. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 26.
- FEYNMAN, R. P.; GELL-MANN, M. Theory of the fermi interaction. *Physical Review*, APS, v. 109, n. 1, p. 193, 1958. Citado 2 vezes nas páginas 3 e 26.
- FORNENGO, N. et al. Probing neutrino nonstandard interactions with atmospheric neutrino data. *Physical Review D*, APS, v. 65, n. 1, p. 013010, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- FREUND, M. Analytic approximations for three neutrino oscillation parameters and probabilities in matter. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 5, p. 053003, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- FREUND, M.; OHLSSON, T. Matter enhanced neutrino oscillations with a realistic earth density profile. *Modern Physics Letters A*, World Scientific, v. 15, n. 13, p. 867–874, 2000. Citado na página 68.

- FRIEDLAND, A.; LUNARDINI, C.; MALTONI, M. Atmospheric neutrinos as probes of neutrino-matter interactions. *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 11, p. 111301, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Physical Review Letters*, APS, v. 81, n. 8, p. 1562, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 54.
- GAGO, A. et al. Global analysis of the post-sno solar neutrino data for standard and nonstandard oscillation mechanisms. *Physical Review D*, APS, v. 65, n. 7, p. 073012, 2002. Citado na página 7.
- GELL-MANN, A. P. Mann and a. pais. In: *Proceedings of the 1954 Glasgow Conference on Nuclear and Meson Physics*. K. Nishijima, *Prog. Theor. Phys.* [S.l.: s.n.], 1955. p. 13–1955. Citado na página 4.
- GIRARDI, I.; MELONI, D.; PETCOV, S. T. The daya bay and t2k results on theta13 and non standard neutrino interactions. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 886, p. 31–42, 2014. Citado na página 8.
- GIUNTI, C.; KIM, C. W. *Fundamentals of neutrino physics and astrophysics*. [S.l.]: Oxford university press, 2007. Citado 14 vezes nas páginas 6, 9, 13, 20, 23, 30, 31, 34, 35, 39, 50, 101, 105 e 106.
- GLASHOW, S. L. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, Elsevier, v. 22, n. 4, p. 579–588, 1961. Citado na página 26.
- GLASHOW, S. L.; ILIOPOULOS, J.; MAIANI, L. Weak interactions with lepton-hadron symmetry. *Physical review D*, APS, v. 2, n. 7, p. 1285, 1970. Citado na página 4.
- GOLDHABER, M.; GRODZINS, L.; SUNYAR, A. Helicity of neutrinos. *Physical Review*, APS, v. 109, n. 3, p. 1015, 1958. Citado na página 2.
- GONZALEZ-GARCIA, M. et al. New cp violation in neutrino oscillations. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 9, p. 096006, 2001. Citado na página 72.
- GONZALEZ-GARCIA, M.; MALTONI, M. Atmospheric neutrino oscillations and new physics. *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 3, p. 033010, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- GONZALEZ-GARCIA, M.; MALTONI, M. Determination of matter potential from global analysis of neutrino oscillation data. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2013, n. 9, p. 152, 2013. Citado na página 8.
- GONZALEZ-GARCIA, M.; MALTONI, M.; SCHWETZ, T. Global analyses of neutrino oscillation experiments. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 908, p. 199–217, 2016. Citado 9 vezes nas páginas 12, 15, 44, 56, 58, 59, 63, 66 e 71.
- GONZALEZ-GARCIA, M. C. et al. Atmospheric neutrino observations and flavor changing interactions. *Physical Review Letters*, APS, v. 82, n. 16, p. 3202, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- GROSSMAN, Y. Non-standard neutrino interactions and neutrino oscillation experiments. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 359, n. 1-2, p. 141–147, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 42.

- GUZZO, M.; HOLANDA, P. D.; PERES, O. Effects of non-standard neutrino interactions on msw-lma solution to the solar neutrino problem. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 591, n. 1, p. 1–6, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- GUZZO, M.; MASIERO, A.; PETCOV, S. On the msw effect with massless neutrinos and no mixing in the vacuum. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 260, n. 1-2, p. 154–160, 1991. Citado 4 vezes nas páginas 7, 9, 43 e 44.
- GUZZO, M. et al. Massless “just-so” solution to the solar neutrino problem. *Physical Review D*, APS, v. 64, n. 9, p. 097301, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. Citado na página 26.
- HERRERO, M. The standard model. In: *Techniques and Concepts of High Energy Physics X*. [S.l.]: Springer, 1999. p. 1–59. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- HIRATA, K. et al. Observation in the kamiokande-ii detector of the neutrino burst from supernova sn1987a. *Physical Review D*, APS, v. 38, n. 2, p. 448, 1988. Citado na página 5.
- HIRATA, K. S. et al. Observation of b 8 solar neutrinos in the kamiokande-ii detector. *Physical Review Letters*, APS, v. 63, n. 1, p. 16, 1989. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 52.
- HONDA, M. et al. New calculation of the atmospheric neutrino flux in a three-dimensional scheme. *Physical Review D*, APS, v. 70, n. 4, p. 043008, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 11, 49 e 50.
- HUBER, P.; SCHWETZ, T.; VALLE, J. Confusing nonstandard neutrino interactions with oscillations at a neutrino factory. *Physical Review D*, APS, v. 66, n. 1, p. 013006, 2002. Citado na página 72.
- HUBER, P.; SCHWETZ, T.; VALLE, J. How sensitive is a neutrino factory to the angle θ 13? *Physical review letters*, APS, v. 88, n. 10, p. 101804, 2002. Citado na página 72.
- JOSHIPURA, A.; MURTHY, M. Analytic conditions for three-neutrino resonant oscillations in matter. *Physical Review D*, APS, v. 37, n. 6, p. 1374, 1988. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- JR, R. D.; HARMER, D. S. Attempt to observe the $cl37 + \text{antineutrino} \rightarrow e + ar37$ reaction induced by reactor antineutrinos. *Bull. Am. Phys. Soc.*, v. 4, p. 217, 1959. Citado na página 3.
- JR, R. D.; HARMER, D. S.; HOFFMAN, K. C. Search for neutrinos from the sun. *Physical Review Letters*, APS, v. 20, n. 21, p. 1205, 1968. Citado na página 52.
- KAJITA, T. Atmospheric neutrinos. *Advances in High Energy Physics*, Hindawi Publishing Corporation, v. 2012, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 54.
- KIKUCHI, T.; MINAKATA, H.; UCHINAMI, S. Perturbation theory of neutrino oscillation with nonstandard neutrino interactions. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2009, n. 03, p. 114, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 61, 62, 63 e 85.
- KIM, C.; SZE, W.-K. Adiabatic resonant oscillations of solar neutrinos in three generations. *Physical Review D*, APS, v. 35, n. 4, p. 1404, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

- KOBAYASHI, M.; MASKAWA, T. Cp-violation in the renormalizable theory of weak interaction. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 49, n. 2, p. 652–657, 1973. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 26.
- KOPP, J. et al. Nonstandard neutrino interactions in reactor and superbeam experiments. *Physical Review D*, APS, v. 77, n. 1, p. 013007, 2008. Citado na página 72.
- KOPP, J. et al. Sterile neutrino oscillations: the global picture. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2013, n. 5, p. 50, 2013. Citado na página 71.
- KUO, T.-K.; PANTALEONE, J. Solar-neutrino problem and three-neutrino oscillations. *Physical review letters*, APS, v. 57, n. 14, p. 1805, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- LIPARI, P.; LUSIGNOLI, M. Exotic solutions of the atmospheric neutrino problem. *Physical Review D*, APS, v. 60, n. 1, p. 013003, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 57.
- MAKI, Z.; NAKAGAWA, M.; SAKATA, S. Remarks on the unified model of elementary particles. *Progress of Theoretical Physics*, Oxford University Press, v. 28, n. 5, p. 870–880, 1962. Citado na página 4.
- MELONI, D. et al. Non-standard interactions versus non-unitary lepton flavor mixing at a neutrino factory. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2010, n. 4, p. 41, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 42 e 80.
- MELONI, D.; OHLSSON, T.; ZHANG, H. Exact and approximate formulas for neutrino mixing and oscillations with non-standard interactions. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2009, n. 04, p. 033, 2009. Citado na página 62.
- MIKHEEV, S.; SMIRNOV, A. Y. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Sov. J. Nucl. Phys.(Engl. Transl.):(United States)*, Institute for Nuclear Research, USSR Academy of Sciences, v. 42, n. 6, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 32.
- MINAKATA, H.; NUNOKAWA, H. Cp violation versus the matter effect in long-baseline neutrino oscillation experiments. *Physical Review D*, APS, v. 57, n. 7, p. 4403, 1998. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.
- MINAKATA, H.; PARKE, S. J. Simple and compact expressions for neutrino oscillation probabilities in matter. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2016, n. 1, p. 180, 2016. Citado na página 88.
- MIRANDA, O.; NUNOKAWA, H. Non standard neutrino interactions: current status and future prospects. *New Journal of Physics*, IOP Publishing, v. 17, n. 9, p. 095002, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 13, 40, 41, 43, 57 e 80.
- NUNOKAWA, H. et al. Resonant conversion of massless neutrinos in supernovae. *Physical Review D*, APS, v. 54, n. 7, p. 4356, 1996. Citado na página 7.
- NUNOKAWA, H.; ROSSI, A.; VALLE, J. Supernova bounds on supersymmetric r-parity violating interactions. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 482, n. 1-2, p. 481–494, 1996. Citado na página 7.
- OHLSSON, T. Status of non-standard neutrino interactions. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, v. 76, n. 4, p. 044201, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 43.

OHLSSON, T.; SNELLMAN, H. Three flavor neutrino oscillations in matter. *Journal of Mathematical Physics*, AIP, v. 41, n. 5, p. 2768–2788, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

OTA, T.; SATO, J.; YAMASHITA, N.-a. Oscillation enhanced search for new interactions with neutrinos. *Physical Review D*, APS, v. 65, n. 9, p. 093015, 2002. Citado na página 72.

PARKE, S. J. Nonadiabatic level crossing in resonant neutrino oscillations. *Physical Review Letters*, APS, v. 57, n. 10, p. 1275, 1986. Citado na página 34.

PATRIGNANI, C.; GROUP, P. D. et al. Review of particle physics. *Chinese physics C*, IOP Publishing, v. 40, n. 10, p. 100001, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 12, 21, 25, 55 e 62.

PETCOV, S. Exact analytic description of two-neutrino oscillations in matter with exponentially varying density. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 200, n. 3, p. 373–379, 1988. Citado na página 35.

PONTECORVO, B. Nuclear capture of mesons and the meson decay. *Physical Review*, APS, v. 72, n. 3, p. 246, 1947. Citado na página 2.

PONTECORVO, B. Mesonium and antimesonium. *Zhur. Eksptl'. i Teoret. Fiz.*, Joint Inst. of Nuclear Research, v. 33, 1957. Citado na página 4.

PONTECORVO, B. Mesonium and antimesonium. *Soviet Phys. JETP*, Vol: 6, Feb 1958. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 9.

PONTECORVO, B. Neutrino experiments and the problem of conservation of leptonic charge. *Sov. Phys. JETP*, v. 26, n. 984-988, p. 165, 1968. Citado na página 4.

REINES, F.; COWAN, C. L. The neutrino. *Nature*, Los Alamos Scientific Lab., N. Mex., v. 178, n. 4531, p. 446–449, 1956. Citado na página 3.

RIBEIRO, N. C. et al. Probing non-standard neutrino interactions with neutrino factories. *Journal of High Energy Physics*, IOP Publishing, v. 2007, n. 12, p. 002, 2007. Citado na página 72.

ROE, B. Matter density versus distance for the neutrino beam from fermilab to lead, south dakota, and comparison of oscillations with variable and constant density. *Physical Review D*, APS, v. 95, n. 11, p. 113004, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 68.

SAKURAI, J. J.; COMMINS, E. D. *Modern quantum mechanics, revised edition*. [S.l.]: AAPT, 1995. Citado na página 65.

SALAM, A. et al. Elementary particle theory. Ed. N. Svartholm, Stockholm, Almquist and Wiksell, v. 367, 1968. Citado na página 27.

SCHECHTER, J.; VALLE, J. W. Neutrino masses in su (2)_x u (1) theories. *Physical Review D*, APS, v. 22, n. 9, p. 2227, 1980. Citado na página 41.

SCHRÖDINGER, E. Quantisierung als eigenwertproblem. *Annalen der physik*, Wiley Online Library, v. 385, n. 13, p. 437–490, 1926. Citado na página 1.

THOMSON, J. J. XI. cathode rays. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, Taylor & Francis, v. 44, n. 269, p. 293–316, 1897. Citado na página 1.

TOSHEV, S. Resonant amplification of three-neutrino oscillations in matter. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 185, n. 1-2, p. 177–182, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

VALLE, J. W. Resonant oscillations of massless neutrinos in matter. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 199, n. 3, p. 432–436, 1987. Citado 2 vezes nas páginas 7 e 71.

WEINBERG, S. A model of leptons. *Physical review letters*, APS, v. 19, n. 21, p. 1264, 1967. Citado na página 27.

WEINBERG, S. *The quantum theory of fields*. [S.l.]: Cambridge university press, 1995. v. 2. Citado na página 26.

WOLFENSTEIN, L. Neutrino oscillations in matter. *Physical Review D*, APS, v. 17, n. 9, p. 2369, 1978. Citado 4 vezes nas páginas 7, 9, 25 e 40.

WOLFENSTEIN, L. Neutrino oscillations and stellar collapse. *Physical Review D*, APS, v. 20, n. 10, p. 2634, 1979. Citado na página 40.

WU, C.-S. et al. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Physical review*, APS, v. 105, n. 4, p. 1413, 1957. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 26.

YASUDA, O. Vacuum mimicking phenomena in neutrino oscillations. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 516, n. 1, p. 111–115, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 61.

YASUDA, O. On the exact formula for neutrino oscillation probability by kimura, takamura and yokomakura. *arXiv preprint arXiv:0704.1531*, 2007. Citado na página 72.

ZAGLAUER, H.; SCHWARZER, K. The mixing angles in matter for three generations of neutrinos and the msw mechanism. *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, Springer, v. 40, n. 2, p. 273–282, 1988. Citado 3 vezes nas páginas 8, 40 e 61.

Apêndices

APÊNDICE A – Transformada de Fierz

Considere lagrangianas construídas a partir de 4 campos, ψ_1, ψ_2, ψ_3 e ψ_4 (GIUNTI; KIM, 2007):

$$\mathcal{L}^S(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\Psi}_1 \psi_2) (\bar{\psi}_3 \psi_4) \quad (\text{A.1})$$

$$\mathcal{L}^V(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4) \quad (\text{A.2})$$

$$\mathcal{L}^T(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\Psi}_1 \sigma^{\mu\nu} \psi_2) (\bar{\psi}_3 \sigma_{\mu\nu} \psi_4) \quad (\text{A.3})$$

$$\mathcal{L}^A(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\Psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \gamma^5 \psi_4) \quad (\text{A.4})$$

$$\mathcal{L}^P(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\Psi}_1 \gamma^5 \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma^5 \psi_4) \quad (\text{A.5})$$

Essas lagrangianas abrangem grande parte das interações conhecidas e podem ser escritas através de produtos de matrizes Γ definidas a partir das γ^μ :

Tabela 5 – Matrizes Γ

$$\frac{\Gamma^1 = \mathbb{1} \quad \left| \quad \Gamma^2 \dots \Gamma^5 = \gamma^\mu \quad \left| \quad \Gamma^6 \dots \Gamma^{11} = \sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu] \right. \right.}{\Gamma^{12} \dots \Gamma^{15} = \gamma^\mu \gamma^5 \quad \left| \quad \Gamma^{16} = \gamma^5 \quad \left| \quad \right.}$$

Listaremos abaixo algumas propriedades das matrizes Γ que serão úteis antes de prosseguir.

1. O quadrado de todas as matrizes Γ é igual a $\pm \mathbb{1}$:

$$(\Gamma^a)^2 = s_a \mathbb{1}, \text{ onde } s_a = \frac{1}{4} \text{Tr} [(\Gamma^a)^2] = \pm 1$$

Segue na tabela abaixo s_a para as respectivas Γ 's:

Tabela 6 – Γ 's e s_a

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|------------|--------------|------------|------------|------------|------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Γ^a | $\mathbb{1}$ | γ^0 | γ^1 | γ^2 | γ^3 | σ^{01} | σ^{02} | σ^{03} | σ^{12} | σ^{23} | σ^{31} | $\gamma^0 \gamma^5$ | $\gamma^1 \gamma^5$ | $\gamma^2 \gamma^5$ | $\gamma^3 \gamma^5$ | γ^5 |
| s_a | 1 | 1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 1 | 1 | 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

2. Para cada Γ^a com $a > 1$, existe ao menos um Γ^b que anti-comuta com Γ^a :

$$\{\Gamma^a, \Gamma^b\} = 0 \quad (\text{A.6})$$

3. As matrizes Γ^a com $a > 1$ tem traço nulo:

$$\text{Tr} [\Gamma^a] = 0, \text{ se } a > 1, \text{ dado que } \{\Gamma^a, \Gamma^b\} = 0$$

Demonstração. $\text{Tr} [\Gamma^a] = \text{Tr} [\Gamma^a s_b (\Gamma^b)^2] = -s_b \text{Tr} [(\Gamma^b)^2 \Gamma^a] = -\text{Tr} [\Gamma^a] = 0 \quad \square$

4. Uma vez que $\text{Tr} [\Gamma^a \Gamma^b] = 4s_a$ caso $a = b$, $\text{Tr} [\Gamma^a \Gamma^b] = 0$ caso contrário e $\text{Tr} [\Gamma^a \Gamma^b] = -\text{Tr} [\Gamma^b \Gamma^a] = 0$ se $\{\Gamma^b, \Gamma^a\} = 0$. Além de, se $\{\Gamma^b, \Gamma^a\} \neq 0$, como as Γ 's são produtos de γ^μ , então $\Gamma^a \Gamma^b \propto \Gamma^c$ com $\Gamma^c \neq \mathbb{1}$ para $a \neq b$. Assim fica provado que:

$$\text{Tr} [\Gamma^a \Gamma^b] = 4s_a \delta_{ab} \quad (\text{A.7})$$

5. As matrizes Γ são linearmente independentes:

$$\sum c_a \Gamma^a = 0 \Rightarrow c_a = 0, \text{ com } a = \{1, \dots, 16\} \quad (\text{A.8})$$

Demonstração. $\text{Tr} (c_a \Gamma^a) = 0 \Rightarrow c_a \text{Tr} (\Gamma^a) = 0 \Rightarrow c_1 = 0$. Para o caso de $a \neq 1$ $\text{Tr} [\Gamma^b (\sum_a c_a \Gamma^a)] = c_a \sum_a \text{Tr} (\Gamma^b \Gamma^a) \Rightarrow c_b = 0. \quad \square$

6. Do item 6 segue que qualquer matriz \mathbb{X} pode ser escrita como combinação linear de Γ 's, ou seja o conjunto de todas as matrizes Γ formam uma base.

Demonstração. $\mathbb{X} = \sum_a x_a \Gamma^a$ em que $x_a = \frac{x_a}{4} \text{Tr} (\mathbb{X} \Gamma^a) \quad \square$

Voltando ao problema da Lagrangiana, vamos definir:

$$M_{\alpha\gamma\eta}^{a\beta\rho} = \Gamma_{\alpha\beta}^a \Gamma_{\beta\eta}^a. \quad (\text{A.9})$$

Fixados α e β podemos escrever a matriz

$$M^{a\beta\rho} = \frac{1}{4} \sum s_b \text{Tr} [M^{a\beta\rho} \Gamma^b] \Gamma^b, \quad (\text{A.10})$$

reescrevendo o traço:

$$\text{Tr} [M^{a\beta\rho} \Gamma^b] = \sum_{\alpha\eta} \Gamma_{\alpha\beta}^a \Gamma_{\rho\eta}^a \Gamma_{\eta\alpha}^b = (\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a)_{\rho\beta}, \quad (\text{A.11})$$

daí

$$\Gamma_{\alpha\beta}^a \Gamma_{\rho\eta}^a = \frac{1}{4} \sum s_b (\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a)_{\rho\beta} \Gamma_{\alpha\eta}^b, \quad (\text{A.12})$$

como o produto das Γ 's também é uma matriz:

$$\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a = \frac{1}{4} \sum_c s_c \text{Tr} [\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a \Gamma^c] \Gamma^c \quad (\text{A.13})$$

Sabendo que $\Gamma^a \Gamma^b \propto \Gamma^d$ e $\Gamma^a \Gamma^c \propto \Gamma^e$ para pelo menos algum d e e :

$$\text{Tr} \left[\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a \Gamma^c \right] \propto \text{Tr} \left[\Gamma^d \Gamma^e \right] = 4s_d \delta_{cd}. \quad (\text{A.14})$$

Para $d \neq e$ o traço é zero, então vejamos apenas os casos em que $d = e$, ou seja $\Gamma^b = \Gamma^c$:

$$\text{Tr} \left[\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a \Gamma^c \right] = \text{Tr} \left[\left(\Gamma^a \Gamma^b \right)^2 \right] s_b^2, \quad (\text{A.15})$$

de maneira geral: $\text{Tr} \left[\Gamma^a \Gamma^b \Gamma^a \Gamma^c \right] = \text{Tr} \left[\left(\Gamma^a \Gamma^b \right)^2 \right] \delta_{bc}$, daí:

$$\Gamma_{\alpha\beta}^a \Gamma_{\rho\eta}^a = \frac{1}{16} \sum_b \sum_c \text{Tr} \left[\left(\Gamma^a \Gamma^b \right) \right] \delta_{bc} \Gamma_{\alpha\eta}^b s_b s_c = \frac{1}{16} \sum_b \text{Tr} \left[\left(\Gamma^a \Gamma^b \right)^2 \right] \Gamma_{\alpha\eta}^b \Gamma_{\rho\beta}^b. \quad (\text{A.16})$$

A ultima equação expressa o produto de duas matrizes Γ , $\Gamma_{\alpha\beta}^a \Gamma_{\rho\eta}^b$ como combinação linear do produto de duas outras Γ 's com índice β e η trocados. Isso nos possibilita escrever as lagrangianas como combinação linear de outras lagrangianas com os campos ψ_2 e ψ_4 trocados:

$$(\psi_1) (\Gamma^a) = -\frac{1}{16} \sum \text{Tr} \left[\left(\Gamma^a \Gamma^b \right)^2 \right] (\bar{\psi}_1 \Gamma^b \psi_4) (\bar{\psi}_3 \Gamma^b \psi_2) \quad (\text{A.17})$$

onde o sinal sai da anti-comutação dos férmions; $(\psi_2)_\beta = -(\psi_4)_\beta (\psi_2)_\eta$. Então poderemos sempre escrever:

$$\mathcal{L}^X(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = \sum_{y=S,V,T,A,P} C_{XY} \mathcal{Y}(\psi_1, \psi_4, \psi_3, \psi_2), \quad (\text{A.18})$$

de forma que as constantes C_{XY} , podem ser consultadas na tabela abaixo:

Tabela 7 – Coeficientes da Transformada de Fierz

| | | Y | | | | |
|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| | | S | V | T | A | P |
| X | S | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{8}$ | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{4}$ |
| | V | -1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |
| | T | -3 | 0 | $\frac{1}{2}$ | 0 | -3 |
| | A | 1 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | -1 |
| | P | $-\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{8}$ | $-\frac{1}{4}$ | $-\frac{1}{4}$ |

Vejamos como fica uma lagrangiana da forma:

$$\mathcal{L}^{V-A}(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu (\mathbb{1} - \gamma^5) \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma^\mu (\mathbb{1} - \gamma^5) \psi_4) \quad (\text{A.19})$$

Abrindo os termos e usando a equação (A.18):

$$\begin{aligned} & (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu (\mathbb{1} - \gamma^5) \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu (\mathbb{1} - \gamma^5) \psi_4) = (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4) \\ & - (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \gamma^5 \psi_4) - (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \psi_4) + (\bar{\psi}_1 \gamma^\mu \gamma^5 \psi_2) (\bar{\psi}_3 \gamma_\mu \gamma^5 \psi_4), \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

como os termos VT e AT são zero, AS e VS se anulam assim como VP e AP, ficamos apenas com:

$$\mathcal{L}^{V-A}(\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4) = \mathcal{L}^{V-A}(\psi_1, \psi_4, \psi_3, \psi_2) \quad (\text{A.21})$$

APÊNDICE B – Dominância de Δm^2

B.1 Dominância de Δm^2 grande

Na teoria de oscilação de neutrinos, existem regimes de dominância entre as massas que dependem da distância entre a fonte e a detecção e também da energia do neutrino. Dependendo desses parâmetros uma diferença de massa ou outra pode ter maior relevância na oscilação, sendo assim podemos fazer algumas simplificações (GIUNTI; KIM, 2007).

Seja a probabilidade de oscilação (1.21) encontrada na seção 1.1:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)|^2 = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i \frac{\Delta m_{i1}^2 t}{2E}} \right|^2 \quad (\text{B.1})$$

suponhamos que exista um $\Delta m_L^2 = \Delta m_{lm}^2$ cuja dominância seja maior, conseqüentemente:

$$\frac{|\Delta m_L^2| L}{2 E} \sim \pi, \quad (\text{B.2})$$

para esse caso todas as diferenças de massa são muito menores que Δm_L^2 , ou seja $|\Delta m_L^2| \gg \Delta m_{im}^2$. Manipulando as fases é possível escrever:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)|^2 = \left| \sum_{i \neq l} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} e^{-i \frac{\Delta m_{im}^2 t}{2E}} + U_{\alpha l}^* U_{\beta l} e^{-i \frac{\Delta m_L^2 t}{2E}} \right|^2 \quad (\text{B.3})$$

como $|\Delta m_L^2| \gg \Delta m_{im}^2$:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = |A(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)|^2 = \left| \sum_{i \neq l} U_{\alpha i}^* U_{\beta i} + U_{\alpha l}^* U_{\beta l} e^{-i \frac{\Delta m_L^2 t}{2E}} \right|^2, \quad (\text{B.4})$$

somando e subtraindo $U_{\alpha l}^* U_{\beta l}$, a expressão se torna:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \left| \sum_i U_{\alpha i}^* U_{\beta i} + U_{\alpha l}^* U_{\beta l} \left(e^{-i \frac{\Delta m_L^2 t}{2E}} - 1 \right) \right|^2 = \left| \delta_{\alpha\beta} + U_{\alpha l}^* U_{\beta l} \left(e^{-i \frac{\Delta m_L^2 t}{2E}} - 1 \right) \right|^2, \quad (\text{B.5})$$

abrindo o módulo quadrado podemos facilmente encontrar a expressão:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \left[\delta_{\alpha\beta} |U_{\alpha l}|^2 - |U_{\alpha l}^* U_{\beta l}|^2 \right] \sin^2 \left(\frac{\Delta m_L^2 L}{4E} \right) \quad (\text{B.6})$$

daí podemos definir o ângulo efetivo de mistura θ_{eff} reduzindo a expressão de uma forma familiar à duas gerações para o caso da probabilidade de transição, ou seja $\alpha \neq \beta$:

$$\sin^2 2\theta_{\alpha\beta}^{\text{eff}} = 4 |U_{\alpha l}^* U_{\beta l}|^2 \quad (\text{B.7})$$

resta ainda o caso em que $\alpha = \beta$, a probabilidade de sobrevivência, para esse caso:

$$\sin^2 2\theta_{\alpha\alpha}^{\text{eff}} = 4 |U_{\alpha l}|^2 (1 - |U_{\alpha l}|^2). \quad (\text{B.8})$$

Para o caso de dominância de Δm^2 pequeno consultar ([GIUNTI; KIM, 2007](#)).

APÊNDICE C – Potencial efetivo de Interações

Faremos o cálculo do potencial efetivo via corrente carregada(CC) usando (2.17). Pequenas variações do hamiltoniano usado resultam em cálculos análogos, como é o caso de corrente neutra e NSI. Seja o hamiltoniano efetivo:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) \right] \left[\bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \quad (C.1)$$

Aplicamos a transformada de Fierz conforme o apêndice A, teremos:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \left[\bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) \right], \quad (C.2)$$

agora que separamos os campos de neutrinos dos campos eletrônicos, podemos escrever o hamiltoniano efetivo médio sobre um meio de elétrons:

$$H_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[\bar{\nu}_e(x) \gamma^\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \right] \times \int dp_e^3 f(E_e, T) \frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle. \quad (C.3)$$

Pela condição de coerência no espalhamento, os estados inicial e final do elétron tem o mesmo momento.

Os elétrons estão normalizados num volume V, de modo que:

$$|e^-(p_e, h_e)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2E_e V}} \hat{a}_e^{h_e\dagger}(p_e) |0\rangle \quad (C.4)$$

A função $f(E_e, T)$ é a distribuição estatística da energia de elétrons, que dependa da temperatura T do meio e é normalizada por:

$$\int dp_e^3 f(E_e, T) = N_e V, \quad (C.5)$$

N_e é a densidade de elétrons no volume.

Precisamos calcular o hamiltoniano efetivo, então calcularemos primeiramente a média sobre a helicidade:

$$\frac{1}{2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle e^-(p_e, h_e) | \bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) | e^-(p_e, h_e) \rangle = \frac{1}{8(E_e V)^2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle 0 | \hat{a}_e^{(h_e)}(p_e) \times \bar{e}(x) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) e(x) \hat{a}_e^{(h_e)\dagger}(p_e) | 0 \rangle, \quad (\text{C.6})$$

podemos escrever campo em termos de componentes de Fourier e operadores criação e aniquilação:

$$e(x) = \frac{1}{2EV} \sum_{h=\pm 1} \sum_{\vec{p}} \left[\hat{a}^{(h)}(p) u^{(h)}(p) e^{-ipx} + \hat{b}^{(h)\dagger} v^{(h)}(p) e^{ipx} \right], \quad (\text{C.7})$$

onde p é o momento do elétron. Assim podemos substituir a equação (C.7) na equação (C.6):

$$\frac{1}{8(E_e V)^2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle 0 | \hat{a}_e^{(h_e)}(p_e) \frac{1}{2EV} \sum_{h=\pm 1} \sum_{\vec{p}} \left[\hat{a}^{(h)\dagger}(p) u^{(h)}(p) e^{ipx} + \hat{b}^{(h)} v^{(h)}(p) e^{-ipx} \right] \times \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \frac{1}{2EV} \sum_{h=\pm 1} \sum_{\vec{p}} \left[\hat{a}^{(h)}(p) u^{(h)}(p) e^{-ipx} + \hat{b}^{(h)\dagger} v^{(h)}(p) e^{ipx} \right] \hat{a}_e^{(h_e)\dagger}(p_e) | 0 \rangle. \quad (\text{C.8})$$

Para o caso em que $h_e \neq h$ e $p_e \neq p$, uma vez que

$$\left\{ \hat{a}^{(h)}(p), \hat{a}^{(h')\dagger}(p') \right\} = \left\{ \hat{b}^{(h)}(p), \hat{b}^{(h')\dagger}(p') \right\} = 2EV \delta_{\vec{p}\vec{p}'} \delta_{hh'}, \quad (\text{C.9})$$

teremos $\langle 0 | \hat{a}^{(h)\dagger} = \langle 0 | \hat{b}^{(h)} = 0$, então sobram apenas os termos $p = p_e$ e $h = h_e$:

$$\frac{1}{8(E_e V)^2} \sum_{h_e=\pm 1} \langle 0 | \hat{a}_e^{(h_e)}(p_e) \left[\hat{a}^{(h_e)\dagger}(p_e) \bar{u}^{(h_e)}(p_e) e^{ip_e x} \right] \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \times \left[\hat{a}^{(h_e)}(p_e) u^{(h_e)}(p_e) e^{-ip_e x} \right] \hat{a}_e^{(h_e)\dagger}(p_e) | 0 \rangle \quad (\text{C.10})$$

usando as relações:

$$a |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle \quad (\text{C.11})$$

$$a^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle \quad (\text{C.12})$$

Teremos a média sobre a helicidade:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2E_e V} \sum_{h_e=\pm 1} \bar{u}^{(h_e)}(p_e) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) u^{(h_e)}(p_e) &= \frac{1}{4E_e V} \text{Tr} \left[(\not{p}_e + m_e) \gamma_\rho (\mathbb{1} - \gamma^5) \right] = \\ &= \frac{1}{4E_e V} \left[\text{Tr} (\not{p}_e \gamma_\rho) - \text{Tr} (\not{p}_e \gamma_\rho \gamma^5) + \text{Tr} (m_e \gamma_\rho) - \text{Tr} (m_e \gamma^5) \right] = \\ &= \frac{1}{4E_e V} \left[\text{Tr} (\not{p}_e \gamma_\rho) \right] = \frac{1}{4E_e V} p^\eta \text{Tr} (\gamma_\eta \gamma_\rho) = \frac{p_\rho}{E_e V}, \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

na equação acima usamos propriedades de traço das matrizes γ . Se substituirmos no hamiltoniano efetivo médio teremos:

$$\overline{\mathcal{H}}_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{1}{V} \int d^3 p_{ef}(E_e, T) \overline{\nu}_e(x) \frac{\not{p}_e}{E_e} (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) \quad (\text{C.14})$$

após integração,

$$\int d^3 p_{ef}(E_e) \frac{\not{p}_e}{E_e} = N_e V \gamma^0, \quad (\text{C.15})$$

o hamiltoniano médio será:

$$\overline{H}_{eff}^{CC}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} N_e \overline{\nu}_e \gamma^0 (\mathbb{1} - \gamma^5) \nu_e(x) = V_{CC} \overline{\nu}_L^e(x) \gamma^0 \nu_L^e(x), \quad (\text{C.16})$$

onde $V_{CC} = \sqrt{2} G_F N_e$.

Anexos

ANEXO A – Componentes da Matriz \tilde{S}

Como vimos no capítulo 4, a matriz \tilde{S} como resultado da expansão em ϵ feita por [Asano e Minakata \(2011\)](#) é essencial para teoria de perturbação para evolução em cascas, o resultado por ser encontrado no artigo de Asano e Minakata. Seguem abaixo suas componentes até ordem ϵ^2 , vale observar que $\tilde{S}_{\alpha\beta}(\delta) = \tilde{S}_{\beta\alpha}(-\delta)$ e que todos os termos ausentes são nulos.

$$\tilde{S}_{e\tau}^{(1/2)} = s_{13}e^{-i\delta}\frac{1}{1-r_A}\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right) \quad (\text{A.1})$$

$$\tilde{S}_{ee}^{(1)} = \left(s_{13}^2\frac{r_A}{1-r_A} - s_{12}^2r_\Delta\right)(i\Delta x)e^{-ir_A\Delta x} + s_{13}^2\frac{1}{(1-r_A)^2}\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right) \quad (\text{A.2})$$

$$\tilde{S}_{e\mu}^{(1)} = -c_{12}s_{12}\left(\frac{r_\Delta}{r_A}\right)\left(1 - e^{-ir_A\Delta x}\right) \quad \tilde{S}_{\mu\mu}^{(1)} = -c_{12}^2r_\Delta(i\Delta x) \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{S}_{\tau\tau}^{(1)} = -s_{13}^2\left(\frac{r_A}{1-r_A}\right)(i\Delta x)e^{-i\Delta x} - s_{13}^2\frac{1}{(1-r_A)^2}\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right)$$

$$\tilde{S}_{\mu\tau}^{(3/2)} = -c_{12}s_{12}s_{13}e^{-i\delta}\frac{r_\Delta}{1-r_A}\left[r_A\left(1 - e^{-i\Delta x}\right) - \frac{1}{r_A}\left(1 - e^{-ir_A\Delta x}\right)\right] \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{e\tau}^{(3/2)} &= -s_{13}^3e^{-i\delta}\frac{(1+r_A)^2}{2(1-r_A)^3}\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right) \\ &- s_{13}^3e^{-i\delta}\frac{r_A}{(1-r_A)^2}(i\Delta x)\left(e^{-i\Delta x} + e^{-ir_A\Delta x}\right) \\ &+ s_{12}^2s_{13}e^{-i\delta}\frac{r_\Delta}{1-r_A}\left[\frac{r_A}{1-r_A}\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right) + (i\Delta x)e^{-ir_A\Delta x}\right] \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{ee}^{(2)} &= \left(s_{12}^2r_\Delta - s_{13}^2\frac{r_A}{1-r_A}\right)^2\frac{(i\Delta x)^2}{2}e^{-ir_A\Delta x} - s_{13}^4\frac{r_A}{(1-r_A)^3}(i\Delta x)e^{-i\Delta x} \\ &- \left[c_{12}^2s_{12}^2\left(\frac{r_\Delta}{r_A}\right) - s_{12}^2s_{13}^2r_\Delta\frac{1+r_A^2}{(1-r_A)^2} + s_{13}^4\frac{r_A(1+r_A)}{(1-r_A)^3}\right](i\Delta x)e^{-ir_A\Delta x} \\ &+ \left[2s_{12}^2s_{13}^2r_\Delta\frac{r_A}{(1-r_A)^3} - s_{13}^4\frac{r_A(2+r_A)}{(1-r_A)^4}\right]\left(e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A\Delta x}\right) \\ &+ c_{12}^2s_{12}^2\left(\frac{r_\Delta}{r_A}\right)^2\left(1 - e^{-ir_A\Delta x}\right) \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_{e\mu}^{(2)} &= c_{12}^3 s_{12} \left(\frac{r_\Delta^2}{r_A} \right) (i\Delta x) - c_{12} s_{12} \left(\frac{r_\Delta}{r_A} \right) \left[s_{12}^2 r_\Delta - s_{13}^2 \frac{r_A}{1-r_A} \right] (i\Delta x) e^{-ir_A \Delta x} \\
&- c_{12} s_{12} \left(\frac{r_\Delta}{r_A} \right) \left[\frac{1}{2} s_{13}^2 + (c_{12}^2 - s_{12}^2) \left(\frac{r_\Delta}{r_A} \right) \right] (1 - e^{-ir_A \Delta x}) \\
&+ c_{12} s_{12} s_{13}^2 \frac{r_\Delta r_A}{(1-r_A)^2} (e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A \Delta x}) \tag{A.7}
\end{aligned}$$

$$\tilde{S}_{\mu\mu}^{(2)} = c_{12}^4 r_\Delta^2 \frac{(i\Delta x)^2}{2} + c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\frac{r_\Delta^2}{r_A} \right) (i\Delta x) - c_{12}^2 s_{12}^2 \left(\frac{r_\Delta}{r_A} \right)^2 (1 - e^{-ir_A \Delta x}) \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
\tilde{S}_{\tau\tau}^{(2)} &= s_{13}^4 \left(\frac{r_A}{1-r_A} \right)^2 \frac{(i\Delta x)^2}{2} e^{-i\Delta x} \\
&+ \left[s_{13}^4 \frac{r_A(1+r_A)}{(1-r_A)^3} - s_{12}^2 s_{13}^2 r_\Delta \left(\frac{r_A}{1-r_A} \right)^2 \right] (i\Delta x) e^{-i\Delta x} \\
&+ \left[s_{13}^4 \frac{r_A}{(1-r_A)^3} - s_{12}^2 s_{13}^2 r_\Delta \frac{1}{(1-r_A)^2} \right] (i\Delta x) e^{-ir_A \Delta x} \\
&+ \left[s_{13}^4 \frac{r_A(2+r_A)}{(1-r_A)^4} - 2s_{12}^2 s_{13}^2 r_\Delta \frac{r_A}{(1-r_A)^3} \right] (e^{-i\Delta x} - e^{-ir_A \Delta x}) \tag{A.9}
\end{aligned}$$