

O efeito da temperatura em núcleos esféricos
e deformados no formalismo de
Dirac–Hartree–Bogoliubov

RONAI MACHADO LISBOA

Orientador:

MANUEL MÁXIMO BASTOS MALHEIRO DE OLIVEIRA



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Niterói

2007

O efeito da temperatura em núcleos esféricos e deformados no formalismo de Dirac–Hartree–Bogoliubov

RONAI MACHADO LISBOA[†]

Orientador:

MANUEL MÁXIMO BASTOS MALHEIRO DE OLIVEIRA

*Dissertação apresentada ao Instituto de Física
da Universidade Federal Fluminense como parte
dos requisitos para obtenção do título de Doutor
em Física.*

Niterói

2007

[†]Este trabalho contou com apoio financeiro das agências CNPq e CAPES.

Novamente, ao meu amor,
Rebeca

Agradecimentos

Ao Manuel Malheiro, meu orientador, pelo apoio, incentivo e dedicação durante todos estes anos de trabalho.

Ao Pedro Alberto, pelas contribuições sempre enriquecedoras, os ensinamentos da linguagem FORTRAN e aos ensinamentos da cultura portuguesa.

Ao Brett Vern Carlson, pelo apoio extremamente importante para a concretização deste trabalho. Em especial ao código numérico usado, as modificações necessárias à inclusão da temperatura e as discussões muito produtivas.

Aos professores, colegas e funcionários do Instituto de Física da Universidade Federal Fluminense e do Instituto Tecnológico da Aeronáutica o meu agradecimento.

Aos familiares, pelo incentivo e privação da minha companhia.

Ao CNPq e CAPES pelo apoio financeiro, fundamental para a realização deste trabalho.

Resumo

Núcleos esféricos e deformados são descritos numa teoria de campo médio nuclear relativística na aproximação de Dirac–Hartree–Bogoliubov (DHB) com temperatura. Utilizamos uma versão não linear do modelo de Walecka (NL3) com uma interação de emparelhamento e onde incluímos os efeitos da temperatura. A aproximação DHB é uma extensão da de Hartree mas onde as correlações de curto alcance, em particular as correlações devido ao emparelhamento dos nucleons, são consideradas. Introduzimos uma simplificação ao considerar as funções de onda do nucleon na aproximação de Bardeen–Cooper–Schrieffer (BCS) na qual as duas componentes do espinor de Dirac são proporcionais entre si. Nesta aproximação as correlações de emparelhamento, os campos médios mesônicos e as funções de onda dos nucleons são calculados autoconsistentemente. O principal objetivo deste trabalho é descrever as propriedades do estado fundamental dos núcleos quentes, esféricos e deformados, e analisar como a energia de ligação, os raios nucleônicos e de carga, os espectros nucleares e a energia de emparelhamento mudam com a temperatura. Pela primeira vez a dependência da interação de emparelhamento com a temperatura é tratada de um modo autoconsistente. Certas propriedades termodinâmicas como a entropia e a energia de excitação são obtidas para diversos núcleos esféricos e deformados em função da temperatura. Apresentamos a curva calórica para alguns núcleos leves e pesados e a comparamos com os dados experimentais da fragmentação nuclear obtidos em colisões de íons pesados, e discutimos a transição de fase nuclear líquido–gás. Investigamos também os efeitos da temperatura e das correlações de emparelhamento na simetria de pseudo–spin nuclear.

Abstract

Spherical and deformed nuclei are described in a nuclear mean-field relativistic theory in the Dirac–Hartree–Bogouliobov (DHB) approximation with temperature. We use a non–linear version of the Walecka Model (NL3) with a pairing interaction including temperature effects. The DHB approximation is an extension of the Hartree where short range correlations are considered, in particular those associated with nuclear pairing. We introduce a simplification, considering the nucleon wave functions in the Bardeen–Cooper–Schrieffer (BCS) approximation for which the bi–components of the Dirac spinors are proportional. In this approximation the pairing correlations, the meson mean fields and the nucleon wave functions are calculated self–consistently. The main goal of this work is to describe the ground state properties of hot nuclei, spherical and deformed, and to analyze how binding energy, nucleon and charge radii, the nuclear spectra and the pairing gap energy vary with temperature. For the first time the temperature dependence of the pairing interaction is treated in a self–consistent way. Some thermodynamical properties such as the entropy and the excitation energy are obtained for several spherical and deformed nuclei as a function of the temperature. We present the caloric curve for some light and heavy nuclei and compare it to the nuclear fragmentation experimental data from heavy ion collisions, and discuss the nuclear liquid–gas phase transition. We also investigate the temperature effects and pairing correlations in the nuclear pseudospin symmetry.

Sumário

1	Introdução	6
2	O formalismo de Dirac–Hartree–Bogoliubov	11
2.1	A aproximação de DHB à temperatura nula	11
2.2	As soluções estáticas	17
2.3	A redução das equações autoconsistentes	20
3	A inclusão da temperatura na aproximação DHB	28
3.1	O formalismo de Matsubara para sistema de muitos corpos	28
3.2	A aproximação DHB à temperatura finita	31
3.3	A aproximação BCS relativística	36
4	O efeito da temperatura em núcleos esféricos e deformados	39
4.1	A solução numérica da equação de DHB	39
4.2	Os núcleos esféricos	43
4.3	Os núcleos deformados	54
4.4	A energia de excitação, entropia e emparelhamento em função da temperatura	59
5	O efeito da temperatura no pseudospin nuclear	63
5.1	A simetria de pseudospin nuclear	63
5.2	O efeito da temperatura e emparelhamento no pseudospin nuclear	67
6	Conclusão	72
	Bibliografia	75
	Apêndice	78
A	A soma das frequências de Matsubara no cálculo do potencial termodinâmico	78
B	A aproximação DHB à temperatura finita num caso particular	81

Lista de Figuras

4.1	Efeito da temperatura nos potenciais de campo médio V_σ , V_ω , V_ρ e V_{coul} no ^{208}Pb para $T = 0$ a $T = 3$ MeV. Os potenciais V_ρ e V_{coul} estão multiplicados pelos fatores (-20) e (4), respectivamente.	45
4.2	Efeito da temperatura na massa efetiva M^*/M do núcleo ^{208}Pb	45
4.3	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{40}Ca	48
4.4	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{100}Sn	48
4.5	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{208}Pb	49
4.6	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{90}Zr	54
4.7	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{150}Sm	56
4.8	O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{168}Er	57
4.9	O gap de (a) nêutrons e (b) a energia de emparelhamento para o ^{50}Sn . Os valores experimentais são obtidos a partir de tabelas de massa par-ímpar a $T = 0$ conforme Audi–Wapstra [32] (círculos pretos) e por Moller–Nix [33] (quadrados vazios).	60
4.10	A curva calórica para os (a) núcleos esféricos leves e (b) deformados pesados. Na figura (a) os dados experimentais obtidos a partir da colisão de íons pesados no intervalo de massa de 50 – 100 [13] (triângulos) a 200 [14] (quadrados) e para ~ 160 [15] (estrelas). Na figura (b) são apresentados os resultados teóricos para o ^{166}Sm obtidos em [12] para fração de prótons fixa $Y_p = 0.37$ (círculo grande vazio) e volumes fixos $6V_0$ (círculo médio vazio) e $9V_0$ (círculo pequeno cheio).	61
4.11	A entropia [K_B^{-1}] para os núcleos esféricos e deformados estudados nesta tese. Os círculos (^{208}Pb), quadrados (^{168}Er) e triângulos (^{150}Sm) são os resultados teóricos obtidos na Ref. [10].	62

5.1 Níveis de energia de partícula única calculados para os pares de pseudospin $[2f_{7/2} - 1h_{9/2}]$, $[2f_{5/2} - 3p_{3/2}]$ e $[1i_{11/2} - 2g_{9/2}]$ dos nêutrons no ^{208}Pb . Os valores mais à esquerda são os correspondentes do modelo G1 de Furnsthal [51] e os valores experimentais [52] estão na coluna à direita. Na coluna central (WS) estão os nossos cálculos com potenciais de Wood–Saxon para três valores da força de acoplamento f_v [50], correspondendo as linhas de diferentes espessuras. Os níveis dos pares de pseudospin com $\kappa < 0$ são representados por linhas sólidas, enquanto aqueles com $\kappa > 0$ têm linhas espaçadas. 66

Lista de Tabelas

4.1	Constantes de acoplamento e massas dos campos mesônicos do modelo NL3.	43
4.2	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{40}Ca para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$	46
4.3	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{100}Sn para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$	46
4.4	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{208}Pb para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].	47
4.5	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{40}Ca para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$	50
4.6	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{100}Sn para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$	50
4.7	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{208}Pb para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Os dados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.	51
4.8	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{56}Ni para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental da E/A a $T = 0$	52
4.9	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{90}Zr para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$	53
4.10	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{90}Zr para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$	54
4.11	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{150}Sm para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].	55
4.12	Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{168}Er para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].	55
4.13	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{150}Sm para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Dados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.	58
4.14	Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{168}Er para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Os resultados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.	58
5.1	Espectro de energia para os pares de pseudospin com $\tilde{l} = 1, 2, 3$ do ^{208}Pb para vários valores da temperatura.	68

5.2	Espectro de energia para os pares de pseudospin com $\tilde{\Lambda} = 1, 2, 3, 4$ do ^{168}Er para vários valores da temperatura.	69
5.3	Espectro de energia para os pares de pseudospin do ^{168}Er para diversos valores da constante c_{pair} de emparelhamento.	71

1 Introdução

Nesta tese, vamos apresentar o efeito da temperatura em núcleos esféricos e deformados numa teoria relativística de campo médio, levando em consideração as interações de emparelhamento e a deformação nuclear calculadas de um modo autoconsistente. Deste modo, somos capazes de mostrar como o emparelhamento e a deformação nuclear são afetados com o aumento da temperatura do núcleo.

Para alcançarmos os nossos objetivos utilizamos a aproximação de Dirac–Hartree–Fock–Bogoliubov [1] devido ao sucesso deste formalismo ao incorporar as correlações de emparelhamento numa descrição relativística do núcleo. Esta aproximação foi aplicada ao estudo da fenomenologia da matéria nuclear [2, 3] e das propriedades do estado fundamental dos núcleos esféricos e deformados [4, 5].

Nossa fundamentação teórica segue os passos descritos em [6], onde desconsideramos os termos de troca na auto-energia na aproximação de Dirac–Hartree–Bogoliubov (DHB) e utilizamos uma aproximação de alcance zero para os propagadores mesônicos fazendo com que os potenciais de campo médio e o emparelhamento sejam locais. Seguindo ainda as considerações típicas dos modelos mais simples baseados na troca de mésons, os mésons π não são levados em conta explicitamente e seus efeitos são incorporados nos acoplamentos efetivos dos mésons escalares e vetoriais. Na aproximação de campo médio a interação nucleon–nucleon é dada em termos de dois campos Σ e Δ . A auto-energia Σ , representa o valor esperado dos vários campos mesônicos no estado fundamental do núcleo e descreve as correlações de longo alcance partícula–buraco entre os nucleons. O campo de emparelhamento Δ e seu conjugado $\bar{\Delta}$ representam a correlação de curto alcance e descrevem a formação e destruição dos pares de quase-partículas durante a propagação, respectivamente. Temos assim, uma teoria efetiva para a interação nucleon–nucleon descrita pelos campos médios Σ e Δ originários dos campos mesônicos.

Posteriormente, fazemos uma simplificação na aproximação de Dirac–Hartree–Bogoliubov onde utilizamos funções de onda mais simples de acordo com a teoria de Bardeen–Cooper–Schrieffer (BCS) para a estrutura nuclear [7], mas com um aprimoramento ao desprezarmos a interação do emparelhamento dos nucleons de um modo autoconsistente.

Nesta tese, resolvemos as equações de Dirac–Gorkov e Klein–Gordon seguindo o método da expansão de bases [8]. Em ambos os casos expandimos as funções de onda dos nucleons e dos mésons em bases de oscilador harmônico. A expansão é truncada após um valor finito do número quântico N_{max} da maior camada do oscilador. Designamos de N_F este valor máximo para os espinores fermiônicos da equação de Dirac e N_B para os campos bosônicos determinados pela equações de Klein–Gordon. Os números N_F e N_B são escolhidos de forma que se obtenha uma boa convergência dos cálculos dos observáveis físicos. Nesta expansão a solução da equação de Dirac–Gorkov [9] é reduzida a um problema de diagonalização de uma matriz simétrica, enquanto as equações de Klein–Gordon se reduzem a um conjunto de equações não homogêneas. As soluções fornecem os campos espinoriais e com eles obtemos as densidades bariônicas, a partir das quais todas as propriedades nucleares relevantes do estado fundamental são calculadas.

O sucesso desta teoria na descrição dos núcleos esféricos e deformados à temperatura nula motivou-nos a incluir a temperatura e investigar seu efeito no núcleo finito, tanto esféricos como deformados. Cálculos anteriores para estudar núcleos quentes excitados foram apresentados em [10], onde calcularam quantidades importantes como a energia de excitação, a entropia, as densidades e observaram que à medida que a temperatura aumentava os efeitos de camada e da deformação desapareciam. Eles discutiram e apresentaram alguns resultados, segundo a teoria relativística de campo médio dependente da temperatura (RMF-T), para alguns núcleos esféricos e deformados. A partir das equações da teoria RMF para o caso estático obtiveram as equações dependentes da temperatura pela minimização do potencial termodinâmico. Desta conexão com a termodinâmica do sistema foram capazes de calcular a energia de excitação e a entropia onde a dependência com a temperatura era introduzida através da probabilidade de ocupação estatística de Fermi–Dirac. Neste ponto, esta tese de doutoramento distingue-se do trabalho [10] e tem sua importância destacada. Naquele estudo, no caso de núcleos deformados, o tratamento do emparelhamento não foi feito autoconsistentemente. A função de distribuição de Fermi–Dirac utilizada ao não levar em conta o emparelhamento desprezou os efeitos da temperatura nesta interação dos nucleons. Assim, a principal contribuição desta tese é melhorar este cálculo, considerando o efeito do emparelhamento na distribuição térmica dos nucleons. Estas distribuições afetam as densidades bariônicas e como consequência os campos mesôni-

cos nucleares, a auto-energia Σ e o emparelhamento Δ . Deste modo, vamos obter pela primeira vez um resultado autoconsistente dependente da temperatura para a energia de emparelhamento em núcleos deformados. Grandezas físicas como raios dos nucleons, espectros nucleares, energias de ligação e de excitação, entropia e sua dependência com o aumento da temperatura são apresentados nesta tese para núcleos esféricos e deformados. A dependência com a temperatura do valor médio da interação de emparelhamento e da energia de pares de nêutrons também é obtida. Como vamos ver este efeito é importante, pois para temperaturas baixas na ordem de alguns MeV a interação de emparelhamento e sua contribuição para a energia são quase nulas. Este resultado de fato justifica a aproximação usada em [10] para a distribuição de Fermi-Dirac, e os resultados por nós obtidos para a energia de ligação, raios do nucleon e entropia não são muito diferentes dos obtidos em [10]. Mesmo assim, vale a pena salientar que o valor absoluto para Δ e para a deformação $\tilde{\beta}$ é escolhido pela própria dinâmica relativística à medida que a temperatura aumenta. O efeito da autoconsistência no cálculo do emparelhamento com a temperatura, mesmo pequeno, aparece nos resultados dos raios e na entropia para temperaturas altas no caso dos núcleos deformados.

Uma dificuldade que encontramos no nosso trabalho é a falta de resultados experimentais para núcleos quentes. É muito difícil medir experimentalmente os raios dos nucleons e mesmo energias de excitação e de emparelhamento para núcleos excitados. Os resultados obtidos nesta tese para núcleos quentes são essencialmente comparados com os resultados teóricos obtidos em [10].

Uma grande motivação para este trabalho é também a busca de alguma evidência da transição de fase líquido-gás prevista teoricamente para a matéria nuclear (sistema infinito), onde se espera um aumento grande da entropia e conseqüentemente a existência de um pico no calor específico para uma dada temperatura, conhecida como temperatura crítica [11]. Neste caso, esta temperatura crítica é relativamente alta, $10 \leq T \leq 14$ MeV dependendo do modelo utilizado. Para sistemas finitos, como o núcleo, é sabido que a identificação desta transição é mais complicada. A curva calórica, onde a energia de excitação por nucleon é apresentada em função da temperatura, é um bom modo de procurar um sinal desta transição de fase em sistemas finitos [12]. A existência de uma região onde a energia de excitação é aproximadamente constante com a temperatura seria um sinal desta transição de fase.

Assim, calculamos nesta tese algumas grandezas termodinâmicas como a energia de excitação e a entropia. Apresentamos curvas calóricas para núcleos leves e pesados. Para os núcleos leves comparamos nossos resultados com os obtidos em experiências de fragmentação nuclear, com fragmentos numa faixa de massa 50 – 100 [13] e 200 [14]. No caso de núcleos deformados pesados ($A \sim 160$) vamos comparar as energias de excitação com os dados experimentais obtidos de um núcleo composto de massa

$A = 160$ [15]. Previsões teóricas para estes resultados existem também na aproximação de Thomas–Fermi, onde efeitos de volume constante foram considerados [12]. Neste caso, a temperatura para a qual a energia de excitação varia muito pouco é bem mais baixa que a temperatura crítica nos sistemas infinitos, da ordem de $T \sim 5$ MeV. No nosso trabalho, os efeitos de camada são levados em conta pela primeira vez no estudo da curva calórica. Além disso, como temos um volume fixo, é de se esperar que a energia de excitação cresça mais com a temperatura de acordo com os estudos realizados em [12]. O efeito de camadas faz crescer um pouco mais a energia de excitação com o aumento da temperatura produzindo uma curva calórica relativamente próxima dos resultados experimentais. Esta curva, para a temperatura $T \sim 5$ MeV a $T \sim 6$ MeV, mesmo não apresentando um valor constante para a energia de excitação mostra que esta energia cresce pouco nessa faixa de temperatura, o que seria um indicativo desta transição líquido–gás.

Vale a pena frisar, que para temperaturas da ordem de $T \sim 3$ MeV a $T \sim 4$ MeV começamos a observar a evaporação dos nucleons (energia positiva), e para $T \sim 7$ MeV muitos nucleons já evaporaram. Assim, mesmo tendo o número de nucleons fixos pelos potenciais químicos, os nucleons com energia positiva não seriam ligados por potenciais nucleares. Além disto, devido ao fato de usarmos uma base de osciladores no nosso cálculo, os estados dos nucleons de energia positiva não podem ser eliminados no cálculo de diagonalização necessário para a obtenção dos espinores dos nucleons. Deste modo, os resultados por nós obtidos para temperaturas altas ($T > 4$ MeV) em núcleos pesados devem ser interpretados com cautela. Mesmo assim, é de admirar o razoável acordo da curva calórica obtida com os dados experimentais.

O efeito das correlações de emparelhamento são mais importantes para os níveis de energia próximos à energia de Fermi onde $(\mu - \varepsilon) \sim \Delta$. Ao estudar o efeito da temperatura nos espectros nucleares, novos níveis de energia acima do mar de Fermi começam a ser populados. É conhecido que a $T = 0$ a simetria de pseudospin nuclear [16], uma quase degenerescência vista no espectro nuclear é melhor realizada para os níveis próximos da superfície de Fermi. Assim, vamos investigar também nesta tese o efeito da temperatura e do emparelhamento nesta simetria. Como veremos tanto o aumento da temperatura quanto o emparelhamento não favorecem a simetria de pseudospin nuclear. No entanto, esta simetria é melhor realizada para núcleos deformados.

Esta tese consiste de seis capítulos e dois apêndices. No capítulo 2, apresentamos a lagrangiana do modelo e as equações de campo médio para a auto–energia Σ e emparelhamento Δ na aproximação de DHB à temperatura nula. As equações para Σ e Δ são autoconsistentes nesta aproximação, pois são resolvidas simultaneamente com o cálculo do propagador bariônico generalizado. Em seguida, apresentamos uma

solução estática do estado fundamental destas equações autoconsistentes e fazemos uma simplificação da mesma ao considerar interações de contato para os propagadores mesônicos.

No capítulo 3, mostramos como incluir a temperatura na aproximação de DHB. A partir da analogia existente entre a teoria quântica de campos e a mecânica estatística obtemos as propriedades termodinâmicas do núcleo escrevendo o grande potencial termodinâmico e a partir deste a entropia. Apresentamos a aproximação de BCS com temperatura, onde os espinores de Dirac U e V usados nos cálculos desta tese são idênticos a menos de uma constante multiplicativa.

No capítulo 4, mostramos o efeito da temperatura nos núcleos esféricos e deformados. Primeiramente, discutimos em detalhe o procedimento numérico utilizado para a obtenção dos resultados e, em seguida analisamos de modo quantitativo o efeito da temperatura para diversos núcleos esféricos e deformados abordando como os campos mesônicos e os diversos termos que contribuem para a energia de ligação variam com a temperatura. Apresentamos o papel da temperatura em núcleos esféricos, tanto com camada fechada quanto aberta analisando o seu efeito também no emparelhamento e na deformação em núcleos deformados de diferentes regiões da tabela periódica. Apresentamos os espectros de energia, a energia de excitação, entropia e parâmetros da estrutura nuclear como os raios de carga, nêutron e próton para diversas temperaturas. Discutimos a curva calórica obtida como uma possível indicação da transição de fase líquido-gás.

No capítulo 5, descrevemos a simetria de pseudospin nuclear apresentando sua natureza relativística e as condições físicas em que ela é observada no núcleo de forma aproximada. Em seguida, estudamos como a temperatura afeta a estrutura dos pares de pseudospin no núcleo esférico chumbo ^{208}Pb e finalmente procuramos uma correlação entre o emparelhamento e o pseudospin nuclear no núcleo deformado érbio ^{168}Er .

No capítulo 6, apresentamos nossas conclusões destacando a importância desta tese ao estudar o efeito da temperatura no núcleo finito e seu efeito no emparelhamento e deformação para o caso dos núcleos deformados como também os resultados obtidos para a energia de excitação e entropia na análise da transição de fase líquido-gás.

No apêndice *A* mostramos o cálculo do grande potencial termodinâmico e da entropia e no apêndice *B* apresentamos um caso particular da aproximação de DHB à temperatura finita onde podemos ver de maneira clara como a temperatura é introduzida em nossos cálculos.

2 O formalismo de Dirac–Hartree–Bogoliubov

2.1 A aproximação de DHB à temperatura nula

Como descrevemos anteriormente vamos utilizar uma teoria relativística para o núcleo finito, onde a interação é incorporada via troca de mésons. No caso dos núcleos deformados temos que levar em conta o efeito do emparelhamento. Sendo assim, neste capítulo, apresentamos a lagrangiana do modelo de Walecka não linear e as equações covariantes para a auto-energia e o emparelhamento dos campos médios Σ e Δ . Usando o mesmo formalismo e seguindo a mesma estrutura de apresentação desenvolvida no trabalho de Carlson e Hirata [6].

Os nucleons são designados pelo operador $\psi(x)$ enquanto os mésons σ , ω , ρ e γ pelos operadores $\sigma(x)$, $\omega^\mu(x)$, $\vec{\rho}^\mu(x)$ e $A^\mu(x)$, respectivamente. As constantes de acoplamento que mediam a interação méson–nucleon e as massas são denotados da forma usual (g_s, m_s) , (g_v, m_v) , (g_ρ, m_ρ) para os respectivos campos σ , ω e ρ . A interação eletromagnética mediada pelo campo do fóton que acopla com os prótons é dada pela carga elétrica, e . M é a massa do nucleon e consideramos nesta aproximação que os nucleons e os mésons são pontuais. Os efeitos dos mésons π que são importantes nos termos de troca são incorporados de modo indireto ao usarmos as constantes de acoplamento efetivos dos mésons na aproximação de Hartree que são diferentes das usadas na aproximação de Fock. Os números quânticos (J^π, T) para cada méson com spin J , paridade intrínseca π , isospin T e do fóton são respectivamente

$$\sigma(0^+, 0), \quad \omega(1^-, 0), \quad \rho(1^-, 1), \quad \gamma(1^-, -). \quad (2.1)$$

Para uma melhor interpretação podemos escrever a densidade lagrangiana como uma soma

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}, \quad (2.2)$$

onde \mathcal{L}_0 é a densidade lagrangiana livre que explicitamente contém os campos sem interação

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_0(x) &= \bar{\psi}(x)[i\partial - M]\psi(x) + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma(x)\partial^\mu\sigma(x) - U(\sigma(x)) + \frac{1}{2}m_v^2\omega_\mu(x)\omega^\mu(x) \\ &+ \frac{1}{2}m_\rho^2\vec{\rho}_\mu(x) \cdot \vec{\rho}^\mu(x) - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} - \frac{1}{4}\vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \end{aligned} \quad (2.3)$$

e os tensores dos campos vetoriais

$$\begin{aligned} \Omega_{\mu\nu} &= \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu, \\ \vec{G}_{\mu\nu} &= \partial_\mu\vec{\rho}_\nu - \partial_\nu\vec{\rho}_\mu, \\ F_{\mu\nu} &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \end{aligned} \quad (2.4)$$

O espinoz bariônico $\psi(x)$ tem quatro componentes de Dirac para as duas projeções do isospin, $m_t = +1/2$ para prótons e $m_t = -1/2$ para nêutrons. A energia do potencial não linear $U(\sigma(x))$, que leva em conta as auto-interações do campo escalar $\sigma(x)$, escreve-se

$$U(\sigma(x)) = \frac{1}{2}m_s^2\sigma(x)^2 + \frac{1}{3}g_3\sigma(x)^3 + \frac{1}{4}g_4\sigma(x)^4 \quad (2.5)$$

onde os termos cúbicos e quárticos adicionados na densidade da lagrangiana livre apenas modificam o campo escalar na aproximação de campo médio que vamos usar. Os termos de interação nucleon-nucleon na densidade lagrangiana considerando as estruturas mais simples de Lorentz e isospin são

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}(x) &= g_s\bar{\psi}(x)\sigma(x)\psi(x) - g_v\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\omega^\mu(x)\psi(x) - \frac{1}{2}g_\rho\bar{\psi}(x)\gamma_\mu\vec{\tau} \cdot \vec{\rho}^\mu(x)\psi(x) \\ &- e\bar{\psi}(x)\frac{(1 + \tau_3)}{2}\gamma_\mu A^\mu(x)\psi(x). \end{aligned} \quad (2.6)$$

Em particular, não consideramos os acoplamentos tensoriais dos campos mesônicos vetoriais que numa aproximação não relativística são de ordem superior.

Ao iniciarmos este capítulo mencionamos o desejo de expressar a aproximação de Dirac-Hartree-Bogoliubov em termos dos campos Σ e Δ . Isto é possível se estes campos caracterizarem os efeitos médios das interações nucleon-nucleon numa lagrangiana efetiva de partícula única. Com a intenção de obtê-la utilizamos o método algébrico desenvolvido por Gorkov [9] para a descrição da supercondutividade em metais. Na aproximação de campo médio para a hadrodinâmica quântica o efeito da interação

nucleon–nucleon no propagador de partícula única é dado em termos das auto–energias Σ e Δ . O campo Σ representa o valor esperado no vácuo dos vários campos mesônicos de troca na interação nucleon–nucleon e que descreve as correlações de longo alcance das partículas–buracos entre os nucleons. Δ é o campo de emparelhamento que descreve as correlações de curto alcance que resulta da troca desses mésons. Assim, o campo de emparelhamento Δ e o seu conjugado $\bar{\Delta}$ descrevem, respectivamente, a criação e aniquilação de pares durante a propagação. Seguindo o desenvolvimento de Gorkov [9], introduzimos tais pares através de uma forma estendida dos estados reverso–temporal, que levam em conta o isospin e que designamos por ψ_T . Chamando o operador reverso–temporal por \mathcal{T} , o reverso–temporal conjugado usual $\psi^{(\mathcal{T})}$, do operador campo de Dirac ψ , é dado por [17]

$$\psi^{(\mathcal{T})}(x) = \mathcal{T}\psi(x)\mathcal{T}^{-1} = B\bar{\psi}^T(\tilde{x}) = \gamma_0 B\psi^*(\tilde{x}) \quad (2.7)$$

onde

$$\tilde{x} = (-t, \vec{x}), \quad B = \gamma_5 C, \quad (2.8)$$

e C é o operador conjugação de carga. Definimos ψ_T como

$$\psi_T(x) = \tau_2 \otimes \psi^{(\mathcal{T})}(\tilde{x}) \equiv A\bar{\psi}^T(x), \quad (2.9)$$

onde $A = \tau_2 \otimes B$ e τ_2 é a matriz de Pauli anti–simétrica, que opera no espaço de isospin. Onde $A = A^T$ e $A^* = A^\dagger$. A ação efetiva de partícula–única pode ser reescrita na seguinte forma

$$\begin{aligned} \int dt L_{eff} &= \int d^4x d^4y \left\{ \bar{\psi}(x) [i\partial - M + \gamma_0\mu] \delta(x-y)\psi(y) - \bar{\psi}(x)\Sigma(x,y)\psi(y) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}\bar{\psi}(x)\Delta(x,y)\psi_T(y) + \frac{1}{2}\bar{\psi}_T(x)\bar{\Delta}(x,y)\psi(y) \right\}, \end{aligned} \quad (2.10)$$

sendo $\delta(x-y)$ a função delta de Dirac quadri–dimensional e

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu_p & 0 \\ 0 & \mu_n \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

é a matriz dos potenciais químicos, que são usados como multiplicadores de Lagrange para fixar o número médio de prótons e nêutrons.

As simetrias da ação efetiva de campo médio sob transposição e conjugação hermitiana garantem as seguintes propriedades dos campos médios,

$$\Delta(x,y) = -A \Delta^T(x,y) A^\dagger = -A (\Delta(y,x))^T A^\dagger \quad \text{e} \quad \bar{\Delta}(x,y) = -A \bar{\Delta}^T(x,y) A^\dagger, \quad (2.12)$$

e

$$\Sigma(x, y) = \gamma_0 \Sigma^\dagger(x, y) \gamma_0 \quad \text{e} \quad \Delta(x, y) = \gamma_0 \bar{\Delta}^\dagger(x, y) \gamma_0 . \quad (2.13)$$

A primeira destas condições de simetria requer que as funções de onda pares sejam anti-simétricas sob uma troca enquanto a segunda garante que os autovalores da energia sejam reais e a probabilidade seja conservada.

Podemos reescrever a ação efetiva numa forma mais simétrica notando que

$$\begin{aligned} & \int d^4x d^4y \bar{\psi}(x) [(i\partial - M + \gamma_0 \mu) \delta(x - y) - \Sigma(x, y)] \psi(y) \\ &= \int d^4x d^4y \bar{\psi}_T(x) [(i\partial + M - \gamma_0 \mu) \delta(x - y) + \Sigma_T(x, y)] \psi_T(y) , \end{aligned} \quad (2.14)$$

onde

$$\Sigma_T(x, y) = A \Sigma^T(x, y) A^\dagger , \quad (2.15)$$

Deste modo, a ação efetiva pode ser reescrita numa forma matricial

$$\begin{aligned} \int dt L_{eff} &= \frac{1}{2} \int d^4x d^4y (\bar{\psi}(x), \bar{\psi}_T(x)) \\ &\times \begin{pmatrix} (i\partial - M + \gamma_0 \mu) \delta(x - y) - \Sigma(x, y) & \Delta(x, y) \\ \bar{\Delta}(x, y) & (i\partial + M - \gamma_0 \mu) \delta(x - y) + \Sigma_T(x, y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi(y) \\ \psi_T(y) \end{pmatrix} , \end{aligned} \quad (2.16)$$

que implica nas seguintes equações de movimento acopladas para os campos ψ e ψ_T , que chamaremos de equações de Dirac–Gorkov,

$$\int d^4y \begin{pmatrix} (i\partial - M + \gamma_0 \mu) \delta(x - y) - \Sigma(x, y) & \Delta(x, y) \\ \bar{\Delta}(x, y) & (i\partial + M - \gamma_0 \mu) \delta(x - y) + \Sigma_T(x, y) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi(y) \\ \psi_T(y) \end{pmatrix} = 0 . \quad (2.17)$$

Definindo o operador de campo bariônico generalizado como

$$\Psi(x) = \begin{pmatrix} \psi(x) \\ \psi_T(x) \end{pmatrix} , \quad (2.18)$$

obtemos o propagador bariônico generalizado de quase-partícula

$$S(x, y) = \begin{pmatrix} G(x, y) & F(x, y) \\ \tilde{F}(x, y) & \tilde{G}(x, y) \end{pmatrix} = -i \left\langle \begin{pmatrix} \psi(x) \\ \psi_T(x) \end{pmatrix} (\bar{\psi}(y), \bar{\psi}_T(y)) \right\rangle , \quad (2.19)$$

onde por $\langle \dots \rangle$, representamos o valor esperado do ordenador-temporal na interação do estado fundamental nuclear, $\langle \tilde{0} | T(\dots) | \tilde{0} \rangle$. Assumimos que o estado $|\tilde{0}\rangle$ contém somente nucleons interagindo através da troca de mésons virtuais e não contém nenhum méson real.

Observamos que $G(x, y)$ é o propagador bariônico usual enquanto $\tilde{G}(x, y)$ descreve a propagação dos bárions nos estados reverso-temporal. Os termos fora da di-

agonal da matriz $S(x, y)$ descrevem a propagação dos bárions correlacionados e são generalizações relativísticas dos propagadores anômalos definidos por Gorkov [9].

Para obter as equações de campo médio, primeiramente reescrevemos os termos de interação da densidade lagrangiana \mathcal{L}_{int} ,

$$\mathcal{L}_{int}(x) = - \sum_j \bar{\psi}(x) \Gamma_{j\alpha}(x) \phi_j^\alpha(x) \psi(x), \quad (2.20)$$

onde as letras gregas α, β, \dots representam quaisquer índices necessários para as corretas descrições da propagação e acoplamento dos mésons (índices de Lorentz, isospin etc.). O índice j indica os mésons do modelo σ, ω, π , e ρ , enquanto seus respectivos campos e acoplamentos méson–nucleon são designados por $\phi_j^\alpha(x)$ e o $\Gamma_{j\alpha}(x)$, respectivamente. Como desejamos uma lagrangiana efetiva que dependa apenas dos campos fermiônicos, reescrevemos os campos mesônicos ϕ_j em termos das suas fontes

$$\phi_j^\alpha(x) = \int d^4y D_j^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}(y) \Gamma_{j\beta}(y) \psi(y), \quad (2.21)$$

onde $D_j^{\alpha\beta}(x-y)$ é o propagador de Feynman do j -méson. Aqui, incluímos os termos não lineares do méson– σ no propagador deste méson, mas eles não aparecem como correções dos termos de fonte. Substituindo na Eq. (2.20) e inserindo um fator de $1/2$ por razões de simetria, temos a seguinte expressão para a ação

$$\int dt L_{int} = -\frac{1}{2} \sum_j \int d^4x d^4y \bar{\psi}(x) \Gamma_{j\alpha}(x) \psi(x) D_j^{\alpha\beta}(x-y) \bar{\psi}(y) \Gamma_{j\beta}(y) \psi(y). \quad (2.22)$$

De acordo com Gorkov [9], obtemos as contribuições de campo médio destes termos de interação pela troca de cada um dos possíveis pares dos campos fermiônicos pelos seus valores esperados do vácuo,

$$\begin{aligned} \int dt (L_{int})_{eff} = & -\frac{1}{2} \sum_j \int d^4x d^4y D_j^{\alpha\beta}(x-y) \\ & \times \left\{ 2\bar{\psi}(x) \Gamma_{j\alpha}(x) \psi(x) \langle \bar{\psi}(y) \Gamma_{j\beta}(y) \psi(y) \rangle + 2\bar{\psi}(x) \Gamma_{j\alpha}(x) \langle \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle \Gamma_{j\beta}(y) \psi(y) \right. \\ & \left. - \bar{\psi}(x) \Gamma_{j\alpha}(x) \langle \psi(x) \psi^T(y) \rangle \Gamma_{j\beta}^T(y) \bar{\psi}^T(y) - \psi^T(x) \Gamma_{j\alpha}^T(x) \langle \bar{\psi}^T(x) \bar{\psi}(y) \rangle \Gamma_{j\beta}(y) \psi(y) \right\}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

onde $\langle \dots \rangle$ é novamente o valor esperado por ordenação temporal na interação do estado fundamental da matéria nuclear.

O primeiro termo nesta expressão é o termo de Hartree, o segundo o termo de troca de Fock enquanto os últimos dois, após o uso da definição de ψ_T para trocar o transposto ψ , podem ser reconhecidos como termos de emparelhamento. Comparando as contribuições do campo médio àquela da ação efetiva de quase-partícula, pode-

mos expressar a auto-energia e os campos de emparelhamento em termos dos valores esperados de dois fêrmions como

$$\begin{aligned} \Sigma(x, y) = & \delta(x - y) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) \int d^4z D_j^{\alpha\beta}(x - z) \langle \bar{\psi}(z) \Gamma_{j\beta}(z) \psi(z) \rangle \\ & + \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) D^{\alpha\beta}(x - y) \langle \psi(x) \bar{\psi}(y) \rangle \Gamma_{j\beta}(y), \end{aligned} \quad (2.24)$$

e

$$\Delta(x, y) = \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) D_j^{\alpha\beta}(x - y) \langle \psi(x) \bar{\psi}_T(y) \rangle A \Gamma_\beta^T(y) A^\dagger, \quad (2.25)$$

enquanto a equação para $\bar{\Delta}(x, y)$ pode ser obtida a partir da equação para $\Delta(x, y)$ usando a condição de hermiticidade da Eq. (2.13). Quando calculamos os valores esperados nas expressões acima usando a sua relação com os propagadores bariônicos generalizados Eq. (2.19), obtemos

$$\begin{aligned} \Sigma(x, y) = & -i\delta(x - y) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) \int d^4z D_j^{\alpha\beta}(x - z) \text{Tr} [\Gamma_{j\beta}(z) G(z, z^+)] \\ & + i \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) D^{\alpha\beta}(x - y) G(x, y) \Gamma_{j\beta}(y), \end{aligned} \quad (2.26)$$

e

$$\Delta(x, y) = i \sum_j \Gamma_{j\alpha}(x) D_j^{\alpha\beta}(x - y) F(x, y) A \Gamma_\beta^T(y) A^\dagger. \quad (2.27)$$

O número de prótons Z e nêutrons N são os valores esperados dos operadores número bariônico, $\hat{N} = \bar{\psi}(x) \gamma_0 (1 \pm \tau_3) \psi(x) / 2$, que reescrevemos em termos do propagador bariônico generalizado [18], como

$$\left. \begin{array}{l} Z \\ N \end{array} \right\} = \int d^3x \left\langle \bar{\psi}(x) \gamma_0 \frac{(1 \pm \tau_3)}{2} \psi(x) \right\rangle = -i \int d^3x \text{Tr} \left[\gamma_0 \frac{(1 \pm \tau_3)}{2} G(x, x^+) \right]. \quad (2.28)$$

Os multiplicadores de Lagrange μ_p e μ_n , conforme a Eq. (2.11), são determinados exigindo que estas equações reproduzam os valores desejados de Z e N , respectivamente.

O operador densidade hamiltoniana é dado pela componente \hat{T}^{00} do tensor energia-momento,

$$\hat{H} = \hat{T}^{00} = -\mathcal{L} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_t \psi)} \partial_t \psi + \sum_j \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_t \phi_j^\alpha)} \partial_t \phi_j^\alpha. \quad (2.29)$$

Negligenciando os termos de retardo associados às derivadas temporais dos campos

mesônicos da Eq. (2.29), a densidade de energia pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(x) = \langle \hat{H} \rangle &= i\text{Tr} \left[(i\vec{\gamma} \cdot \vec{\partial} - M)G(x, x^+) \right] - \frac{1}{6} g_3 \sigma(x)^3 - \frac{1}{4} g_4 \sigma(x)^4 \quad (2.30) \\ &\quad - \frac{i}{2} \int d^4y \text{Tr} \left[\Sigma(x, y)G(y, x^+) - \Delta(x, y)\tilde{F}(y, x) \right]. \end{aligned}$$

A energia total é obtida pela integração desta densidade sobre todo o espaço.

2.2 As soluções estáticas

Vamos desenvolver uma solução estática do estado fundamental das equações autoconsistentes. Escrevemos a transformação de Fourier temporal para o propagador DHB completo como

$$\begin{aligned} S(\vec{x}, \vec{y}; \omega) &= \begin{pmatrix} G(\vec{x}, \vec{y}; \omega) & F(\vec{x}, \vec{y}; \omega) \\ \tilde{F}(\vec{x}, \vec{y}; \omega) & \tilde{G}(\vec{x}, \vec{y}; \omega) \end{pmatrix} \\ &= \sum_{\alpha} \begin{pmatrix} U_{\alpha}(\vec{x}) \\ V_{\alpha}(\vec{x}) \end{pmatrix} \frac{1}{\omega - \varepsilon_{\alpha} + i\eta} \begin{pmatrix} \bar{U}_{\alpha}(\vec{y}) & \bar{V}_{\alpha}(\vec{y}) \end{pmatrix} \\ &\quad + \sum_{\beta} \begin{pmatrix} U_{\beta}(\vec{x}) \\ V_{\beta}(\vec{x}) \end{pmatrix} \frac{1}{\omega + \varepsilon_{\beta} - i\eta} \begin{pmatrix} \bar{U}_{\beta}(\vec{y}) & \bar{V}_{\beta}(\vec{y}) \end{pmatrix}. \quad (2.31) \end{aligned}$$

As componentes $U_{\alpha, \beta}$ e $V_{\alpha, \beta}$ são os espinores de Dirac correspondendo as componentes normal e reverso-temporal, respectivamente, de frequência positiva ε_{α} e negativa ε_{β} , e que são soluções da equação Dirac–Gorkov Eq. (2.17)

$$\int d^3y \begin{pmatrix} \gamma_0((\varepsilon + \mu)\delta(\vec{x} - \vec{y}) - h(\vec{x}, \vec{y})) & \Delta(\vec{x}, \vec{y}) \\ \bar{\Delta}(\vec{x}, \vec{y}) & ((\varepsilon - \mu)\delta(\vec{x} - \vec{y}) + h_{\text{T}}(\vec{x}, \vec{y}))\gamma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(\vec{y}) \\ V(\vec{y}) \end{pmatrix} = 0, \quad (2.32)$$

onde introduzimos a hamiltoniana de partícula–única $h(\vec{x}, \vec{y})$, dada por

$$h(\vec{x}, \vec{y}) = (-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M)\delta(\vec{x} - \vec{y}) + \beta\Sigma(\vec{x}, \vec{y}), \quad (2.33)$$

com

$$h_{\text{T}}(\vec{x}, \vec{y}) = Ah^T(\vec{x}, \vec{y})A^{\dagger} \quad \text{e} \quad h(\vec{x}, \vec{y}) = h^{\dagger}(\vec{x}, \vec{y}). \quad (2.34)$$

Após a multiplicação no lado esquerdo pela matriz $\begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, a equação de Dirac–Gorkov Eq. (2.32), pode ser escrita na forma hamiltoniana como uma auto-equação hermitiana,

$$\int d^3y \begin{pmatrix} (\varepsilon + \mu)\delta(\vec{x} - \vec{y}) - h(\vec{x}, \vec{y}) & \bar{\Delta}^{\dagger}(\vec{x}, \vec{y}) \\ \bar{\Delta}(\vec{x}, \vec{y}) & (\varepsilon - \mu)\delta(\vec{x} - \vec{y}) + h_{\text{T}}(\vec{x}, \vec{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U(\vec{y}) \\ \gamma_0 V(\vec{y}) \end{pmatrix} = 0. \quad (2.35)$$

Então, concluímos que os autovalores ε são reais.

Após a multiplicação da matriz $\gamma_0 A \otimes \tau_1$ pelo lado esquerdo do complexo conjugado da Eq. (2.32), obtemos uma equação cuja forma é idêntica a equação original, exceto pelo sinal de ε . Podemos concluir que as soluções da equação de Dirac–Gorkov ocorrem em pares com autovalores reais de sinal oposto e autovetores da forma,

$$\varepsilon = \varepsilon_\alpha : \begin{pmatrix} U(\vec{y}) \\ V(\vec{y}) \end{pmatrix}, \quad \varepsilon = -\varepsilon_\alpha : \begin{pmatrix} \gamma_0 A V^*(\vec{y}) \\ \gamma_0 A U^*(\vec{y}) \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Usando as propriedades acima das auto-soluções, podemos reescrever o propagador DHB completo da Eq. (2.31) como uma soma sobre os autovalores positivos ε_α somente. Porém, continuaremos a usar a forma dada na Eq. (2.31), distinguindo as soluções de frequências positiva e negativa através de uma referência explícita a uma ou outra.

Na representação da frequência, as equações autoconsistentes tomam a forma

$$\begin{aligned} \Sigma(\vec{x}, \vec{y}; \omega) = & -i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) \int d^3z D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{z}; 0) \int \frac{d\omega}{2\pi} \text{Tr} [\Gamma_{j\beta}(\vec{z}) G(\vec{z}, \vec{z}; \omega^+)] \\ & + i \sum_j \int \frac{d\omega'}{2\pi} \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}; \omega - \omega') G(\vec{x}, \vec{y}; \omega') \Gamma_{j\beta}(\vec{y}), \end{aligned} \quad (2.37)$$

e

$$\Delta(\vec{x}, \vec{y}; \omega) = i \sum_j \int \frac{d\omega'}{2\pi} \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}; \omega - \omega') F(\vec{x}, \vec{y}; \omega') A \Gamma_{j\beta}^T(\vec{y}) A^\dagger, \quad (2.38)$$

onde consideramos que os vértices sejam independentes do tempo e assumimos uma dependência temporal da forma $t - t'$ em todas as outras quantidades. Calculamos as equações no limite estático dos propagadores mesônicos,

$$D^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}; \omega) \longrightarrow D^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}; 0) \equiv D^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}). \quad (2.39)$$

Então, neste limite as equações autoconsistentes são escritas como

$$\begin{aligned} \Sigma(\vec{x}, \vec{y}) = & -i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) \int d^3z D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{z}) \int \frac{d\omega}{2\pi} \text{Tr} [\Gamma_{j\beta}(\vec{z}) G(\vec{z}, \vec{z}; \omega^+)] \\ & + i \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \int \frac{d\omega}{2\pi} G(\vec{x}, \vec{y}; \omega) \Gamma_{j\beta}(\vec{y}), \end{aligned} \quad (2.40)$$

e

$$\Delta(\vec{x}, \vec{y}) = i \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \int \frac{d\omega}{2\pi} F(\vec{x}, \vec{y}; \omega) A \Gamma_{j\beta}^T(\vec{y}) A^\dagger. \quad (2.41)$$

Finalmente, calculamos a integral da frequência pelo fechamento do contorno no semi-

plano superior (SPS), de tal modo que

$$\begin{aligned} \Sigma(\vec{x}, \vec{y}) &= \delta(\vec{x} - \vec{y}) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) \int d^3z D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{z}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} \bar{U}_\gamma(\vec{z}) \Gamma_{j\beta}(\vec{z}) U_\gamma(\vec{z}) \\ &\quad - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} U_\gamma(\vec{x}) \bar{U}_\gamma(\vec{y}) \Gamma_{j\beta}(\vec{y}), \end{aligned} \quad (2.42)$$

e

$$\Delta(\vec{x}, \vec{y}) = - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}) A \Gamma_{j\beta}^T(\vec{y}) A^\dagger. \quad (2.43)$$

As equações anteriores podem ser colocadas numa forma mais compacta

$$\begin{aligned} \Sigma(\vec{x}, \vec{y}) &= \delta(\vec{x} - \vec{y}) \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) \int d^3z D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{z}) \text{Tr} [\Gamma_{j\beta}(\vec{z}) \rho(\vec{z}, \vec{z})] \\ &\quad - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \rho(\vec{x}, \vec{y}) \Gamma_{j\beta}(\vec{y}), \end{aligned} \quad (2.44)$$

e

$$\Delta(\vec{x}, \vec{y}) = \gamma_0 \bar{\Delta}^\dagger(\vec{x}, \vec{y}) \gamma_0 = - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \kappa(\vec{x}, \vec{y}) A \Gamma_{j\beta}^T(\vec{y}) A^\dagger, \quad (2.45)$$

onde

$$\begin{pmatrix} \rho(\vec{x}, \vec{y}) & \kappa(\vec{x}, \vec{y}) \\ \tilde{\kappa}(\vec{x}, \vec{y}) & \tilde{\rho}(\vec{x}, \vec{y}) \end{pmatrix} = \int_{SPS} \frac{d\omega}{2\pi i} S(\vec{x}, \vec{y}; \omega) = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} \begin{pmatrix} U_\gamma(\vec{x}) \\ V_\gamma(\vec{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_\gamma(\vec{y}) & \bar{V}_\gamma(\vec{y}) \end{pmatrix}, \quad (2.46)$$

e a soma é tomada sobre as soluções de frequência negativa $\varepsilon_\gamma < 0$ da Eq. (2.32). Identificando os elementos da matriz da Eq. (2.46) obtemos as equações componentes das densidades normal e anômala,

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} U_\gamma(\vec{x}) \bar{U}_\gamma(\vec{y}), \quad (2.47)$$

$$\kappa(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}). \quad (2.48)$$

A densidade anômala representa o par de função de onda, que deve ser anti-simétrica sob uma troca de duas partículas. Esta propriedade pode ser garantida fazendo

$$\kappa(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}) - \gamma_0 A V_\gamma^*(\vec{x}) U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger). \quad (2.49)$$

As expressões para o número de prótons e nêutrons podem ser escritas similar-

mente como

$$\left. \begin{array}{l} Z \\ N \end{array} \right\} = \int d^3x \text{Tr} \left[\frac{(1 \pm \tau_3)}{2} \gamma_0 \rho(\vec{x}, \vec{x}) \right] = \int d^3x \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} U_\gamma^\dagger(\vec{x}) \frac{(1 \pm \tau_3)}{2} U_\gamma(\vec{x}). \quad (2.50)$$

Neste caso, a expressão para a energia pode ser reduzida a

$$\begin{aligned} E = & \int d^3x \left(\text{Tr} \left[\sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (\varepsilon_\gamma + \mu) \gamma_0 U_\gamma(\vec{x}) \bar{U}_\gamma(\vec{x}) \right] - \frac{1}{6} g_3 \sigma(\vec{x})^3 - \frac{1}{4} g_4 \sigma(\vec{x})^4 \right) \\ & - \frac{1}{2} \int d^3x d^3y \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (\text{Tr} [\Sigma(\vec{x}, \vec{y}) \rho(\vec{y}, \vec{x})] U_\gamma(\vec{y}) - \text{Tr} [\bar{\Delta}^\dagger(\vec{x}, \vec{y}) \kappa(\vec{y}, \vec{x})]) , \end{aligned} \quad (2.51)$$

Note que o último termo é real devido a hermiticidade da equação de Dirac–Gorkov.

A soma sobre as soluções de frequências negativas na Eq. (2.44) deve-se a que na Eq. (2.51) levamos em conta a ocupação de todos estados, tantos aqueles no mar de Fermi (onde a superfície é agora difusa devido ao emparelhamento) quanto os do mar de Dirac. Estas expressões podem precisar de uma normalização para garantir resultados finitos. Em vez disso, simplesmente truncamos a soma pela exclusão das soluções correspondendo aos estados de quase-partícula no mar de Dirac. Esta aproximação, conhecida como *no-sea* devido à exclusão das contribuições do mar de Dirac, tem permitido encontrar resultados razoáveis na matéria nuclear [19].

2.3 A redução das equações autoconsistentes

Iniciaremos pela análise da estrutura de isospin da auto-energia e do campo de emparelhamento sob a consideração do emparelhamento puro de próton–próton e nêutron–nêutron. Neste caso, as soluções da equação de Dirac–Gorkov serão puramente soluções de próton partícula–buraco Ψ_p , ou soluções de nêutron partícula–buraco Ψ_n , da forma

$$\Psi_p = \begin{pmatrix} U_p \\ 0 \\ 0 \\ V_p \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Psi_n = \begin{pmatrix} 0 \\ U_n \\ V_n \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

onde cada um dos elementos nos vetores coluna são os espinores de Dirac com quadri-componentes. Substituindo-os nas equações autoconsistentes obtemos as estruturas de

isospin dos campos médios na forma

$$\Sigma(\vec{x}, \vec{y}) = \begin{pmatrix} \Sigma_p(\vec{x}, \vec{y}) & 0 \\ 0 & \Sigma_n(\vec{x}, \vec{y}) \end{pmatrix} \quad \text{and} \quad \Delta(\vec{x}, \vec{y}) = \begin{pmatrix} 0 & \Delta_p(\vec{x}, \vec{y}) \\ \Delta_n(\vec{x}, \vec{y}) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

onde cada um dos elementos da matriz são matrizes 4x4. A equação de Dirac–Gorkov dependente do isospin, neste caso, se desacopla em equações independentes para nêutrons e prótons. Na sua forma hamiltoniana, elas são

$$\int d^3y \begin{pmatrix} (\varepsilon + \mu_t)\delta(\vec{x} - \vec{y}) - h_t(\vec{x}, \vec{y}) & \bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}, \vec{y}) \\ \bar{\Delta}_t(\vec{x}, \vec{y}) & (\varepsilon - \mu_t)\delta(\vec{x} - \vec{y}) + h_t(\vec{x}, \vec{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_t(\vec{y}) \\ \gamma_0 V_t(\vec{y}) \end{pmatrix} = 0, \quad (2.54)$$

onde nós escrevemos os respectivos operadores da hamiltoniana de Dirac como

$$h_t(\vec{x}, \vec{y}) = (-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M)\delta(\vec{x} - \vec{y}) + \beta \Sigma_t(\vec{x}, \vec{y}) \quad t = p, n \quad (2.55)$$

e os multiplicadores de Lagrange como $\mu_p = \mu + \delta\mu$ e $\mu_n = \mu - \delta\mu$. As densidades normal e anômala para nêutrons e prótons são

$$\rho_t(\vec{x}, \vec{y}) = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} U_{t\gamma}(\vec{x}) \bar{U}_{t\gamma}(\vec{y}) \quad (2.56)$$

$$\kappa_t(\vec{x}, \vec{y}) = \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} (U_{t\gamma}(\vec{x}) \bar{V}_{t\gamma}(\vec{y}) + \gamma_0 B V_{t\gamma}^*(\vec{x}) U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger). \quad (2.57)$$

Notamos que cada um dos pares de vetores de onda $\begin{pmatrix} U(\vec{x}) \\ V(\vec{x}) \end{pmatrix}$ e $\begin{pmatrix} BU^*(\vec{x}) \\ BV^*(\vec{x}) \end{pmatrix}$, possuem a estrutura reverso-temporal de Dirac da outra. Quando

$$\sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} U_{t\gamma}(\vec{x}) U_{t\gamma}^\dagger(\vec{y}) = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} BU_{t\gamma}^*(\vec{x}) U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger \quad (2.58)$$

e

$$\sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} U_{t\gamma}(\vec{x}) V_{t\gamma}^\dagger(\vec{y}) = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} BU_{t\gamma}^*(\vec{x}) V_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger, \quad (2.59)$$

isto é dizer que se estes estados são igualmente ocupados eles satisfazem a mesma equação de DHB com o mesmo autovalor. Nós assumimos isto para caso seguinte. Nós notamos que é também o caso de

$$\sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} BV_{t\gamma}^*(\vec{x}) U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} V_{t\gamma}(\vec{x}) U_{t\gamma}^\dagger(\vec{y}). \quad (2.60)$$

Desejamos obter as equações acopladas para o caso de núcleos deformados axi-

almente. Neste caso, a simetria rotacional é quebrada e, portanto o momento angular total j não é um bom número quântico. Contudo, as densidades ainda serão invariantes com respeito a uma rotação em torno do eixo de simetria, que assumimos ser o eixo- z . Vamos usar coordenadas cilíndricas

$$x = r_{\perp} \cos \varphi, \quad y = r_{\perp} \sin \varphi \quad e \quad z. \quad (2.61)$$

Para esses núcleos a equação de Dirac pode ser reduzida a um conjunto de equações diferenciais acopladas nas duas variáveis z e r_{\perp} . Em particular, o espinor Ψ_i com o índice γ agora caracterizado pelos números quânticos

$$\Omega_{\gamma}, \pi_{\gamma}, t_{\gamma}, \quad (2.62)$$

onde $\Omega_{\gamma} = m_{l_{\gamma}} + m_{s_{\gamma}}$ é o autovalor do operador de simetria J_z , π_{γ} é a paridade e t_{γ} é o isospin. Desse modo, a projeção ao longo do eixo de simetria Ω_{γ} , como a paridade π_{γ} e, certamente, as projeções de isospin, que denotamos por t_{γ} serão bons números quânticos. Escrevemos cada uma das quadri-componentes espinoriais da função de onda como

$$U_{t_{\gamma}}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} u f_{t_{\gamma}}(\vec{x}) \\ i u g_{t_{\gamma}}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} u f_{t_{\gamma}}^{+}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}-1/2)\varphi} \\ u f_{t_{\gamma}}^{-}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}+1/2)\varphi} \\ i u g_{t_{\gamma}}^{+}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}-1/2)\varphi} \\ i u g_{t_{\gamma}}^{-}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}+1/2)\varphi} \end{pmatrix}, \quad (2.63)$$

e

$$\gamma_0 V_{t_{\gamma}}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} v f_{t_{\gamma}}(\vec{x}) \\ i v g_{t_{\gamma}}(\vec{x}) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} v f_{t_{\gamma}}^{+}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}-1/2)\varphi} \\ v f_{t_{\gamma}}^{-}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}+1/2)\varphi} \\ i v g_{t_{\gamma}}^{+}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}-1/2)\varphi} \\ i v g_{t_{\gamma}}^{-}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}+1/2)\varphi} \end{pmatrix}, \quad (2.64)$$

nas quais as funções $u f_{t_{\gamma}}^{\pm}$, $u g_{t_{\gamma}}^{\pm}$, $v f_{t_{\gamma}}^{\pm}$, e $v g_{t_{\gamma}}^{\pm}$ são reais. Para cada solução com valor positivo da projeção do momento angular Ω_{γ} , temos uma solução reverso-temporal com a mesma energia, mas um valor negativo da projeção do momento angular $-\Omega_{\gamma}$, dada por $B U_{t_{\gamma}}^{*}(\vec{x})$ e $\gamma_0 B V_{t_{\gamma}}^{*}(\vec{x})$.

As densidades que entram nos termos de Hartree da auto-energia, onde somente consideramos os estados do mar de Fermi, podem ser escritas como

$$\begin{aligned} \rho_s(r_{\perp}, z) &= 2 \sum_{\omega_{t_{\gamma}} < 0, t, \Omega_{\gamma} > 0} U_{t_{\gamma}}^{\dagger} \gamma_0 U_{t_{\gamma}}, \\ \rho_B(r_{\perp}, z) &= 2 \sum_{\omega_{t_{\gamma}} < 0, t, \Omega_{\gamma} > 0} U_{t_{\gamma}}^{\dagger} U_{t_{\gamma}}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned}\rho_3(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\omega_{t\gamma} < 0, t, \Omega_\gamma > 0} 2m_t U_{t\gamma}^\dagger U_{t\gamma}, \\ \rho_c(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\omega_{t\gamma} < 0, t, \Omega_\gamma > 0} (m_t + 1/2) U_{t\gamma}^\dagger U_{t\gamma},\end{aligned}$$

onde $m_t = +1/2$ para prótons e $m_t = -1/2$ para nêutrons e a soma sobre estados de paridades diferentes está implícita na soma sobre os estados de energias diferentes. A contribuição local de Hartree para a auto-energia pode ser escrita em termos destas densidades como

$$\begin{aligned}\beta\Sigma_H(\vec{x}, \vec{y}) &= \delta(\vec{x} - \vec{y}) \int d^3z \left(-\beta g_\sigma^2 d_\sigma(\vec{x} - \vec{z}) \rho_s(\vec{z}) + g_\omega^2 d_\omega^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_B(\vec{z}) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{g_\rho}{2}\right)^2 \tau_3 d_\rho^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_3(\vec{z}) + e^2 \frac{(1 + \tau_3)}{2} d_\gamma^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_c(\vec{z}) \right),\end{aligned}\quad (2.66)$$

onde os propagadores mesônicos são reduzidos à expressão local e estática

$$d_j^0(\vec{x} - \vec{z}) = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(-m_j |\vec{x} - \vec{z}|)}{|\vec{x} - \vec{z}|},\quad (2.67)$$

com exceção do propagador do méson- σ , que contém termos não lineares. É costume escrever as contribuições de Hartree para a auto-energia em termos dos campos médios associados com cada um dos mésons, como

$$\beta\Sigma_H(\vec{x}) = -\beta g_\sigma \sigma(\vec{x}) + g_\omega \omega^0(\vec{x}) + \frac{g_\rho}{2} \tau_3 \rho^{00}(\vec{x}) + e \frac{(1 + \tau_3)}{2} A^0(\vec{x}),\quad (2.68)$$

com

$$\begin{aligned}\omega^0(\vec{x}) &= g_\omega \int d^3z d_\omega^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_B(\vec{z}), \\ \rho^{00}(\vec{x}) &= \frac{g_\rho}{2} \int d^3z d_\rho^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_3(\vec{z}), \\ A^0(\vec{x}) &= e \int d^3z d_\gamma^0(\vec{x} - \vec{z}) \rho_c(\vec{z}), \\ \sigma(\vec{x}) &= g_\sigma \int d^3z d_\sigma(\vec{x} - \vec{z}) \rho_s(\vec{z}) \\ &= \int d^3z d_\sigma^0(\vec{x} - \vec{z}) (g_\sigma \rho_s(\vec{z}) - g_3 \sigma(\vec{x})^2 - g_4 \sigma(\vec{x})^3).\end{aligned}\quad (2.69)$$

Na última expressão, escrevemos o campo médio σ em termos do seu propagador livre, dado como na Eq. (2.67), e incluímos os termos não lineares explicitamente. Os campos médios mesônicos possuem a mesma simetria axial que as densidades.

Os termos de troca de Fock da auto-energia têm a forma

$$\Sigma_F(\vec{x}, \vec{y}) = - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \Omega_\gamma > 0} \chi_t \chi_t^\dagger \left(U_{t\gamma}(\vec{x}) U_{t\gamma}^\dagger(\vec{y}) + B U_{t\gamma}^*(\vec{x}) U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger \right) \gamma_0 \Gamma_{j\beta}(\vec{y}), \quad (2.70)$$

onde escrevemos a dependência no isospin dos estados intermediários em termos do isoespinor χ_t . Como tem sido discutido na literatura [5, 18], os efeitos mais importantes dos termos de Fock devido as trocas de curto alcance dos mésons σ , ω e ρ podem ser levados em conta pelo uso de ajustes nos termos de Hartree. Isto pode ser melhor entendido olhando para o limite de alcance zero dos propagadores mesônicos, para o qual os termos de Fock se reduzem a combinações lineares dos termos de Hartree. Sendo assim, aproximamos a auto-energia considerando apenas as contribuições de Hartree com os respectivos parâmetros para as constantes de acoplamento.

O campo de emparelhamento surge a partir de um termo de troca, similar na forma aos termos de Fock da auto-energia. Podemos escrevê-lo como

$$\begin{aligned} \Delta(\vec{x}, \vec{y}) = & - \sum_j \Gamma_{j\alpha}(\vec{x}) D_j^{\alpha\beta}(\vec{x} - \vec{y}) \\ & \times \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \Omega_\gamma > 0} \chi_t \chi_{\bar{t}} \left(U_{t\gamma}(\vec{x}) V_{t\gamma}^\dagger(\vec{y}) + B U_{t\gamma}^*(\vec{x}) V_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger \right) \gamma_0 A \Gamma_{j\beta}^T(\vec{y}) A^\dagger, \end{aligned} \quad (2.71)$$

onde $\chi_{\bar{p}, \bar{n}} = \chi_{n, p}$ são os isoespinores reverso-temporal e as matrizes $A = \tau_2 \otimes B$ e $B = \gamma_5 C$ já foram definidas anteriormente.

Desprezamos as contribuições de Coulomb nos campos de emparelhamento e aproximamos as contribuições dos outros mésons usando o limite de alcance zero (massa infinita) dos propagadores mesônicos. Também desprezamos apenas no propagador do méson- σ as contribuições dos termos σ não lineares. Esta aproximação de alcance zero simplifica imensamente os cálculos numéricos. O campo de emparelhamento é, neste caso, dado por

$$\begin{aligned} \bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}, \vec{y}) & = \gamma_0 \Delta_t(\vec{x}, \vec{y}) \gamma_0 \\ & = \delta(\vec{x} - \vec{y}) c_{pair} \left(\frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \gamma_0 \kappa_t(\vec{x}) \gamma_0 - \left(\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} + \frac{(g_\rho/2)^2}{m_\rho^2} \right) \gamma_0 \gamma^\mu \kappa_t(\vec{x}) \gamma_\mu \gamma_0 \right), \end{aligned} \quad (2.72)$$

onde a densidade anômala $\kappa_t(\vec{x})$ é

$$\kappa_t(\vec{x}) = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} \left(U_{t\gamma}(\vec{x}) V_{t\gamma}^\dagger(\vec{x}) + B U_{t\gamma}^*(\vec{x}) V_{t\gamma}^T(\vec{x}) B^\dagger \right) \gamma_0 \quad t = p, n. \quad (2.73)$$

O campo de emparelhamento, na forma dada, não necessariamente satisfaz a condição de anti-simetria da Eq. (2.12). Aplicando a condição de anti-simetria ao campo de

emparelhamento, obtemos uma condição para a densidade anômala,

$$\kappa_t(\vec{x}) = B\kappa_t^T(\vec{x})B^\dagger. \quad (2.74)$$

Para assegurar que esta condição seja satisfeita, exigimos que a densidade anômala seja dada por

$$\begin{aligned} \kappa_t(\vec{x}) &\rightarrow \frac{1}{2} (\kappa_t(\vec{x}) + B\kappa_t^T(\vec{x})B^\dagger) & t = p, n \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} \left(U_{t\gamma}(\vec{x})V_{t\gamma}^\dagger(\vec{x})\gamma_0 + BU_{t\gamma}^*(\vec{x})V_{t\gamma}^T(\vec{x})B^\dagger\gamma_0 \right. \\ &\quad \left. + \gamma_0 V_{t\gamma}(\vec{x})U_{t\gamma}^\dagger(\vec{x}) + \gamma_0 BV_{t\gamma}^*(\vec{x})U_{t\gamma}^T(\vec{x})B^\dagger \right). \end{aligned} \quad (2.75)$$

Assim, as componentes do campo de emparelhamento podem ser escritos como

$$\bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \delta_{1t}(r_\perp, z) & 0 & i\delta_{3t}(r_\perp, z) & i\delta_{4t}(r_\perp, z)e^{-i\varphi} \\ 0 & \delta_{1t}(r_\perp, z) & i\delta_{4t}(r_\perp, z)e^{i\varphi} & -i\delta_{3t}(r_\perp, z) \\ -i\delta_{3t}(r_\perp, z) & -i\delta_{4t}(r_\perp, z)e^{-i\varphi} & \delta_{2t}(r_\perp, z) & 0 \\ -i\delta_{4t}(r_\perp, z)e^{i\varphi} & i\delta_{3t}(r_\perp, z) & 0 & \delta_{2t}(r_\perp, z) \end{pmatrix}, \quad (2.76)$$

onde as quatro funções reais δ_{jt} são

$$\begin{aligned} \delta_{1t}(r_\perp, z) &= (c_s - c_v)\kappa_{1t}(r_\perp, z) - 3c_v\kappa_{2t}(r_\perp, z), \\ \delta_{2t}(r_\perp, z) &= (c_s - c_v)\kappa_{2t}(r_\perp, z) - 3c_v\kappa_{1t}(r_\perp, z), \\ \delta_{3t}(r_\perp, z) &= (c_s + 2c_v)\kappa_{3t}(r_\perp, z), \\ \delta_{4t}(r_\perp, z) &= (c_s + 2c_v)\kappa_{4t}(r_\perp, z), \end{aligned} \quad (2.77)$$

$$c_s = c_{pair} \frac{g_\sigma^2}{m_\sigma^2} \quad \text{e} \quad c_v = c_{pair} \left(\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} + \frac{(g_\rho/2)^2}{m_\rho^2} \right). \quad (2.78)$$

Na expressão da Eq. (2.76) as quatro componentes da densidade anômala são escritas como

$$\begin{aligned} \kappa_{1t}(r_\perp, z) &= \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} (uf_{t\gamma}^+ v f_{t\gamma}^+ + uf_{t\gamma}^- v f_{t\gamma}^-), \\ \kappa_{2t}(r_\perp, z) &= \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} (ug_{t\gamma}^+ v g_{t\gamma}^+ + ug_{t\gamma}^- v g_{t\gamma}^-), \\ \kappa_{3t}(r_\perp, z) &= \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} (uf_{t\gamma}^+ v g_{t\gamma}^+ - uf_{t\gamma}^- v g_{t\gamma}^- + ug_{t\gamma}^+ v f_{t\gamma}^+ - ug_{t\gamma}^- v f_{t\gamma}^-), \\ \kappa_{4t}(r_\perp, z) &= \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, \Omega_\gamma > 0} (uf_{t\gamma}^+ v g_{t\gamma}^- + uf_{t\gamma}^- v g_{t\gamma}^+ + ug_{t\gamma}^+ v f_{t\gamma}^- + ug_{t\gamma}^- v f_{t\gamma}^+). \end{aligned} \quad (2.79)$$

A estrutura de Dirac dos campos de emparelhamento são muito similares à dos campos de emparelhamento 1S_0 na matéria nuclear simétrica, onde

$$\Delta_{nm}(k) = \gamma_0 \Delta_{nm}^{-\dagger}(k) \gamma_0 = \Delta_S(k) - \gamma_0 \Delta_0(k) - i\gamma_0 \vec{\gamma} \cdot \vec{k} \Delta_T(k). \quad (2.80)$$

As componentes diagonais superior e inferior do campo de emparelhamento, δ_{1t} e δ_{2t} podem ser diretamente associados com as combinações lineares $\Delta_S \pm \Delta_0$ das componentes da matéria nuclear, enquanto as componentes remanescentes, δ_{3t} e δ_{4t} são mais relacionados as contribuições do termo tensorial da matéria nuclear Δ_T .

Introduzimos uma constante c_{pair} nas expressões para o campo de emparelhamento no sentido de compensar a interação obtida pelas constantes de acoplamento do modelo. A interação de emparelhamento na matéria nuclear é fraca, conforme estudos realizados em cálculos não relativísticos [21, 22, 23] e relativísticos [3]. Esta interação de emparelhamento é denominada pelo estado virtual 1S_0 de dois nucleons, e foi mostrado em [3] que para produzir bons valores para a interação de emparelhamento é necessário usar um valor grande para o parâmetro de corte no momento, de tal modo que o estado virtual de dois nucleons possua a energia correta. Na base de osciladores harmônicos que usamos nos nossos cálculos este problema é resolvido multiplicando o campo de emparelhamento por uma constante. Vale a pena salientar que este é um problema que qualquer cálculo de DHFB possui, visto usar um espaço limitado de estados e uma interação efetiva para realizar os cálculos de núcleo finito.

Com as simplificações acima nos campos de auto-energia e emparelhamento, as equações de Dirac–Gorkov para nêutrons e prótons se reduzem a equações diferenciais locais. Suas formas hamiltonianas são

$$\begin{pmatrix} \varepsilon + \mu_t - h_t(\vec{x}) & \bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}) \\ \bar{\Delta}_t(\vec{x}) & \varepsilon - \mu_t + h_t(\vec{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_t(\vec{x}) \\ \gamma_0 V_t(\vec{x}) \end{pmatrix} = 0, \quad (2.81)$$

com

$$h_t(\vec{x}) = -i\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} + \beta M^*(\vec{x}) + V_t(\vec{x}) \quad t = p, n, \quad (2.82)$$

onde

$$M^*(\vec{x}) = M - g_\sigma \sigma(\vec{x}) \quad (2.83)$$

é a massa efetiva e o potencial vetorial é

$$V_t(\vec{x}) = g_\omega \omega^0(\vec{x}) + \frac{g_\rho}{2} 2m_t \rho^{00}(\vec{x}) + e(1/2 + m_t) A^0(\vec{x}), \quad (2.84)$$

com $\bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x})$ é dado pela Eq. (2.76).

A energia total pode agora ser escrita em termos dos campos médios como

$$\begin{aligned}
E = \int d^3x & \left(\sum_{\varepsilon_\gamma < 0} |U_\gamma(\vec{x})|^2 (\varepsilon_\gamma + \mu) - \frac{1}{6} g_3 \sigma(\vec{x})^3 - \frac{1}{4} g_4 \sigma(\vec{x})^4 + \frac{1}{2} g_\sigma \sigma(\vec{x}) \rho_s(\vec{x}) \right. \\
& - \frac{1}{2} g_\omega \omega^0(\vec{x}) \rho_B(\vec{x}) - \frac{1}{2} \frac{g_\rho}{2} \rho^{00}(\vec{x}) \rho_3(\vec{x}) - \frac{1}{2} e A^0(\vec{x}) \rho_c(\vec{x}) \\
& \left. + \frac{1}{2} \sum_t \text{Tr}[\bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}) \kappa_t(\vec{x})] \right) - E_{cm}. \quad (2.85)
\end{aligned}$$

Na expressão acima, subtraímos o movimento do centro de massa do oscilador harmônico,

$$E_{cm} = \frac{3}{4} \hbar \omega_0 = \frac{3}{4} \frac{41}{A^{1/3}} \text{ MeV}, \quad (2.86)$$

para obter a energia interna total dos núcleos.

O raio de carga é calculado usando a seguinte definição [8]

$$r_c = \sqrt{r_p^2 + 0.64}, \quad (2.87)$$

onde r_p é o raio quadrático médio do próton e o fator 0.64 na Eq. (2.87) leva em conta o efeito do tamanho finito do próton. Os momentos de quadrupolo $Q_{n,p}$ e hexadecapolo $H_{n,p}$ para nêutrons e prótons [8] são calculados usando as expressões

$$Q_{n,p} = \langle 2r^2 P_2(\cos\theta) \rangle_{n,p} = \langle 2z^2 - x^2 - y^2 \rangle_{n,p} \quad (2.88)$$

e

$$H_{n,p} = \langle 8r^4 P_4(\cos\theta) \rangle_{n,p} = \langle 8z^4 - 24z^2(x^2 + y^2) + 3(x^2 y^2)^2 \rangle_{n,p}. \quad (2.89)$$

Eles estão relacionados aos valores esperados dos harmônicos esféricos por

$$\langle r^2 Y_{20}(\theta, 0) \rangle_{n,p} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{4\pi}} Q_{n,p}, \quad (2.90)$$

$$\langle r^4 Y_{40}(\theta, 0) \rangle_{n,p} = \frac{1}{8} \sqrt{\frac{9}{4\pi}} H_{n,p}. \quad (2.91)$$

O parâmetro de deformação $\tilde{\beta}$ de acordo com [8] é obtido a partir dos momentos de quadrupolo através da seguinte equação

$$Q = Q_n + Q_p = \sqrt{\frac{16\pi}{5}} \frac{3}{4\pi} A R_0^2 \tilde{\beta} \quad (2.92)$$

com $R_0 = 1.2A^{1/3}$ é o raio do núcleo.

3 A inclusão da temperatura na aproximação DHB

O formalismo que desenvolvemos até agora foi limitado ao sistema de muitos corpos sem temperatura. Se desejamos incluir os efeitos da temperatura devemos estudar a termodinâmica deste sistema. Isto pode ser feito através da analogia existente entre a teoria quântica de campos e a mecânica estatística. A base desta analogia é devida ao físico Matsubara [24], que percebeu que a função de partição da mecânica estatística pode ser interpretada como um operador evolução temporal no tempo imaginário.

3.1 O formalismo de Matsubara para sistema de muitos corpos

Como dissemos a função de partição da mecânica estatística é relacionada ao operador evolução temporal da mecânica quântica. Podemos mostrar essa relação escrevendo o traço desse operador como

$$Z(t_f, t_i; \mu) \equiv Tr[\hat{U}(t_f, t_i)] = Tr[e^{-i(t_f - t_i)\hat{H}}], \quad (3.1)$$

onde $\hat{U}(t_f, t_i)$ é o operador evolução temporal que evolui o sistema de um tempo inicial t_i até um tempo final t_f . A observação de Matsubara permite reformular a física de muitos corpos à temperatura finita ao levar a evolução temporal no intervalo $t_f - t_i$ a um tempo imaginário através da simples relação

$$t_f - t_i \equiv -i\tau, \quad (3.2)$$

onde a variável τ representa o intervalo $0 < \tau < \beta'$ e $\beta' = T^{-1}$. Assim, uma teoria quântica à temperatura nula que é construída num espaço que se estende infinitamente de $t_i = -\infty$ a $t_f = +\infty$ é levada numa teoria quântica à temperatura finita construída num espaço que se estende de $t_i = 0$ a $t_f = -i\tau$. Desse modo, a função partição de um sistema quântico é simplesmente o traço do operador evolução temporal, mas calculado no tempo imaginário $t = -i\beta'$,

$$Z(\beta', \mu) \equiv Tr[\hat{U}(-i\beta')] = Tr[e^{-\beta' \hat{H}}]. \quad (3.3)$$

A hamiltoniana define-se como $\hat{H} = \hat{H}_0 - \mu \hat{N}$ para levar em conta o potencial químico, pois temos um sistema contendo N corpos em contato com um reservatório onde o número de partículas é fixo e caracterizado pelo potencial químico μ . Segundo a mecânica estatística, esse sistema é definido através da gran função de partição

$$Z(\beta', \mu) = Tr[e^{-\beta'(\hat{H} - \mu \hat{N})}]. \quad (3.4)$$

No caso em que a temperatura é nula, as propriedades do sistema são determinadas pelo seu estado fundamental. Quando a temperatura torna-se finita, temos uma média das propriedades do sistema sob um ensemble, neste caso o ensemble gran canônico, que inclui o estado fundamental e todos os estados excitados do sistema.

A generalização para uma teoria de quântica de campos vem da integral funcional de Feynman que na forma lagrangiana fornece a amplitude de transição do auto-estado $|\varphi_0\rangle$ em $t = 0$ ao $|\varphi_1\rangle$ em $t = t_1$ e escreve-se

$$\langle \varphi_1 | e^{-iH t_1} | \varphi_0 \rangle = \int [\mathcal{D}\varphi(x)] e^{i \int d^3x \int_0^{t_1} dt \mathcal{L}[\varphi]}, \quad (3.5)$$

onde $\int [\mathcal{D}\varphi(x)]$ é a integral funcional sobre os campos e x denota o espaço quadri-dimensional de Minkowski: x^μ ($\mu = 0, 1, 2, 3$). A conexão com a termodinâmica é possível trocando as componentes do espaço de Minkowski pelo espaço quadri-dimensional euclidiano: $x_E^\mu = (x^0 = -ix^0, x^1, x^2, x^3)$. Dessa forma a relação entre os dois espaços quadri-dimensionais é $t = -i\tau$. Fazendo a mudança de variável $it_1 = \beta'$, onde β' é o inverso da temperatura no limite de integração e $it = \tau$ no integrando podemos escrever

$$\langle \varphi_1 | e^{-\beta' H} | \varphi_0 \rangle = \int [\mathcal{D}\varphi] e^{\int d^3x \int_0^{\beta'} d\tau \mathcal{L}_E[\varphi]}, \quad (3.6)$$

onde \mathcal{L}_E é a lagrangiana euclidiana. Desse modo, o operador $e^{-\beta' H}$ pode ser interpretado como o operador evolução temporal para o tempo imaginário.

Agora, é possível fazer a analogia com gran função partição

$$\mathcal{Z}(\beta', \mu) = \text{Tr} e^{-\beta' \hat{H}}, \quad (3.7)$$

visto que o traço é inicialmente calculado usando um conjunto completo de autovetores de $\hat{H} \equiv \hat{H}_0 - \mu \hat{N}$, assim também é possível escrevê-la como

$$\text{Tr} e^{-\beta' \hat{H}} = \sum_{\varphi} \langle \varphi | e^{-\beta' \hat{H}} | \varphi \rangle = \int_{\pm} [\mathcal{D}\varphi] e^{\int d^3x \int_0^{\beta'} d\tau \mathcal{L}_E[\varphi]}. \quad (3.8)$$

Neste ponto, devemos garantir que $\int [\mathcal{D}\varphi]$ seja calculada sobre todas as trajetórias e esteja sujeita as condições de contorno $\varphi(0) = \pm\varphi(\beta')$. O sinal \pm representa a periodicidade e antiperiodicidade das trajetórias e é uma consequência do cálculo do traço da função partição e das regras de comutação e anticomutação para bósons e férmions, respectivamente [25].

Finalmente, a gran função partição para uma teoria de campos à temperatura finita é dada por

$$\mathcal{Z}(\beta', \mu) = \int_{\pm} [\mathcal{D}\varphi] e^{-\mathcal{S}_E[\varphi]} \quad (3.9)$$

onde $\mathcal{S}_E[\varphi]$ é a ação euclidiana e representa a energia de um campo de configuração. O integrando desempenha o papel de um fator de Boltzman e dá a probabilidade relativa para esta configuração ocorrer num ensemble termodinâmico.

O cálculo desta integral funcional é do tipo Gaussiana e quando discretizada tem a forma básica

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \prod_{i=1}^{i=N} d\varphi_i e^{\frac{\alpha}{2} \sum_{i,j} \varphi_i A_{ij}^{-1} \varphi_j} = (\det A)^{\frac{\alpha}{2}} = e^{\frac{\alpha}{2} \text{Tr} \ln A} \quad (3.10)$$

com α assumindo os valores -1 para bósons e 2 para férmions. Na equação anterior usamos a seguinte identidade para uma matriz A com autovalores a_i

$$\ln(\det A) = \ln \left(\prod_i a_i \right) = \sum_i \ln(a_i) = \text{Tr} \ln A \Rightarrow \det A = e^{\text{Tr} \ln A}. \quad (3.11)$$

Na próxima secção e no apêndice A, veremos que a aplicação destas propriedades nos permitirá obter as variáveis termodinâmicas calculadas a partir do gran potencial termodinâmico

$$\Omega(\beta', \mu) = -\beta'^{-1} \ln(\mathcal{Z}(\beta', \mu)) = -\beta'^{-1} \ln(\det A) = \beta'^{-1} \frac{\alpha}{2} \text{Tr} \ln A, \quad (3.12)$$

onde a matriz A é interpretada como o inverso do propagador do campo fermiônico.

3.2 A aproximação DHB à temperatura finita

Terminamos a secção anterior escrevendo o gran potencial termodinâmico obtido a partir do formalismo das integrais funcionais. Vimos que para determiná-lo é necessário calcular o traço do logaritmo de um operador Eq. (3.12). Portanto, na aproximação DHB à temperatura finita o gran potencial termodinâmico tem a forma

$$\Omega(T, \mu) = -T \sum_k \sum_m \frac{1}{2} \text{Tr} \ln \left(\frac{1}{T} S(i\omega_m, \vec{k})^{-1} \right), \quad (3.13)$$

onde $S(i\omega_m, \vec{k})^{-1}$ é o inverso do propagador do campo fermiônico e $i\omega_m$ são as frequências de Matsubara. Utilizando as propriedades da Eq. (3.11) podemos reescrever $\Omega(T, \mu)$ como

$$\Omega(T, \mu) = -T \sum_k \sum_m \frac{1}{2} \ln \det \left[\frac{1}{T} S(i\omega_m, \vec{k})^{-1} \right]. \quad (3.14)$$

Devemos inicialmente obter o propagador na aproximação de DHB que é imediata a partir da Eq. (2.17) e que no espaço dos momentos escreve-se como

$$\begin{pmatrix} \not{k} - M + \mu\gamma_0 - \Sigma(k) & \Delta(k) \\ \bar{\Delta}(k) & \not{k} + M - \mu\gamma_0 + \Sigma(k) \end{pmatrix} S(k) = I, \quad (3.15)$$

onde $\not{k} = i\gamma_i \partial^i = \gamma_0 k^0 - \gamma_i k^i$. Como podemos ver a matriz no lado esquerdo da Eq. (3.15) é o inverso do propagador $S(k)$ e satisfaz a condição $S(k)^{-1} S(k) = I$. Vamos reescrever esta equação de movimento na forma hamiltoniana

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k^0 - \gamma_0 \gamma_i k^i - \gamma_0 M + \mu - \gamma_0 \Sigma(k) & \gamma_0 \Delta(k) \\ \gamma_0 \bar{\Delta}(k) & k^0 - \gamma_0 \gamma_i k^i + \gamma_0 M - \mu + \gamma_0 \Sigma(k) \end{pmatrix}}_{S^{-1}(k)} S(k) = I, \quad (3.16)$$

com as matrizes γ_0 multiplicando os campos de emparelhamento na equação anterior para permitir que o propagador generalizado seja escrito como

$$S(k) = \begin{pmatrix} k^0 - \gamma_0 \gamma_i k^i - \gamma_0 M + \mu - \gamma_0 \Sigma(k) & \gamma_0 \Delta(k) \\ \gamma_0 \bar{\Delta}(k) & k^0 - \gamma_0 \gamma_i k^i + \gamma_0 M - \mu + \gamma_0 \Sigma(k) \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \gamma_0 & 0 \\ 0 & \gamma_0 \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

e a condição $S(k)^{-1} S(k) = I$ ainda seja satisfeita.

Deste modo, devemos calcular o determinante do inverso do propagador dado pela equação

$$\det[S(\omega, \vec{k})^{-1}] = \det \left[\begin{pmatrix} \gamma_0 \omega & 0 \\ 0 & \gamma_0 \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\vec{\alpha} \cdot \vec{k} - \gamma_0 M^*(k) + \mu & \gamma_0 \Delta(k) \\ \gamma_0 \bar{\Delta}(k) & -\vec{\alpha} \cdot \vec{k} + \gamma_0 M^*(k) - \mu \end{pmatrix} \right] \quad (3.18)$$

onde $k^0 = \omega$ é a energia do quase-nucleon e $M^*(k)$ é a massa efetiva dada pela

Eq. (2.83). Numa forma compacta podemos expressar esse cálculo na forma usual

$$\det[S(\omega, \vec{k})^{-1}] = \det[\tilde{\omega} - \tilde{H}]. \quad (3.19)$$

onde $\tilde{\omega}$ e \tilde{H} representam as matrizes na equação anterior. As raízes desta equação $\det[\tilde{\omega} - \tilde{H}] = 0$ são determinadas na aproximação DHB apenas numericamente em virtude dos termos vários termos que aparecem na auto-energia Eq. (2.66) e no emparelhamento Eq. (2.72). Contudo, para efeito de exemplo, podemos mostrar que para um caso particular onde a interação de emparelhamento é nula as raízes da Eq. (3.19) são

$$\det \left[\begin{pmatrix} \omega & 0 \\ 0 & \omega \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \varepsilon^+ & 0 \\ 0 & \varepsilon^- \end{pmatrix} \right] = 0 \Rightarrow \omega_{\pm} = \pm \varepsilon^{\pm} \quad (3.20)$$

onde

$$\varepsilon^{\pm} = \varepsilon \pm \mu \quad \text{e} \quad \varepsilon = \pm \sqrt{k^2 + M(k)^{\star 2}} \quad (3.21)$$

são os autovalores da hamiltoniana de DHB. Um caso para emparelhamento não nulo será visto na próxima secção quando consideramos a aproximação BCS relativística. Para a matéria nuclear é possível obter uma forma algébrica para as raízes da Eq. (3.19) [19].

Finalmente podemos resolver a Eq. (3.13) do gran potencial termodinâmico de acordo com os procedimentos anteriores e utilizando as identidades da álgebra linear já apresentadas

$$\Omega(T, \mu) = -T \sum_k \sum_m \frac{1}{2} \ln \left\{ \det \left[\frac{1}{T} \begin{pmatrix} i\omega_m + \varepsilon_k^+ & 0 \\ 0 & i\omega_m + \varepsilon_k^- \end{pmatrix} \right] \right\}, \quad (3.22)$$

onde ε_k^{\pm} são os autovalores e representam as soluções que são quatro vezes degeneradas e trocamos as freqüências (energia do quase-nucleon) por uma soma dos termos contendo as freqüências de Matsubara para férmions $\omega \rightarrow i\omega_m$. Considerando que o logaritmo do determinante pode ser escrito como o logaritmo do produtório, temos

$$\begin{aligned} \Omega(T, \mu) &= -2T \sum_k \sum_m \frac{1}{2} \ln \left[\prod_j \left(\frac{i\omega_m + \varepsilon_k^+}{T} \right)_j \left(\frac{i\omega_m + \varepsilon_k^-}{T} \right)_j \right] \\ \Omega(T, \mu) &= -2T \sum_k \sum_m \frac{1}{2} \ln \left[\left(\frac{i\omega_m + \varepsilon_k^+}{T} \right) \left(\frac{i\omega_m - \varepsilon_k^+}{T} \right) \left(\frac{i\omega_m + \varepsilon_k^-}{T} \right) \left(\frac{i\omega_m - \varepsilon_k^-}{T} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Considerando o fator 2 que multiplica o gran potencial termodinâmico devido à degenerescência de spin e de que a soma é sobre valores positivos das auto-energias podemos reescrever $\Omega(T, \mu)$ numa forma mais compacta

$$\Omega(T, \mu) = -T \sum_k \sum_m \left[\ln \left(\frac{\omega_m^2 + \varepsilon_k^{2+}}{T^2} \right) + \ln \left(\frac{\omega_m^2 + \varepsilon_k^{2-}}{T^2} \right) \right]. \quad (3.24)$$

Mostraremos no apêndice A que calculando o somatório sobre as frequências de Matsubara ω_m , o gran potencial termodinâmico dado na equação anterior pode ser escrito como

$$\Omega(T, \mu) = - \sum_k [2\varepsilon^+ + 2T \ln(e^{-\beta'\varepsilon^+} + 1) + 2\varepsilon^- + 2T \ln(e^{-\beta'\varepsilon^-} + 1)] - \Omega(T \rightarrow 0, \mu) + \Omega(0, \mu), \quad (3.25)$$

onde tiramos a contribuição divergente da temperatura nula, um procedimento que será justificado posteriormente no apêndice B. Deste modo, o gran potencial é finito e possui o limite correto $\Omega(0, \mu)$ para a temperatura nula. Na Eq. (3.25) estamos apenas considerando o gran potencial termodinâmico referente a parte da aproximação DHB. A expressão total do nosso sistema nuclear tem que incluir as contribuições das energias potenciais mesônicas, coulombiana e de emparelhamento apresentadas na Eq. (2.85). Considerando que estas contribuições não dependem explicitamente da temperatura podemos determinar a entropia do nosso sistema termodinâmico

$$\mathcal{S} = - \frac{\partial \Omega(T, \mu)}{\partial T} \Big|_{\mu}. \quad (3.26)$$

Calculando esta derivada e após alguma álgebra encontramos a expressão para a entropia

$$\mathcal{S} = 2 \sum_k [n_k^+ \ln(n_k^+) + (1 - n_k^+) \ln(1 - n_k^+) + n_k^- \ln(n_k^-) + (1 - n_k^-) \ln(1 - n_k^-)], \quad (3.27)$$

onde

$$n_k^\pm = n(\varepsilon^\pm, T) = \frac{1}{1 + e^{\varepsilon^\pm/T}}. \quad (3.28)$$

é a função de distribuição de Fermi–Dirac. Como podemos ver a Eq. (3.27) é a expressão para a entropia de um gás Fermi livre com energias ε^\pm . Este resultado justifica o procedimento que descreveremos em seguida para incluir a temperatura em nossos cálculos.

Para incluir a temperatura nos nossos cálculos, a integral que fornece as densidades normal e anômala, Eq. (2.31), torna-se uma soma sobre as frequências de Matsubara, que pode ser escrita como

$$\begin{pmatrix} \rho(\vec{x}, \vec{y}; T) & \kappa(\vec{x}, \vec{y}; T) \\ \tilde{\kappa}(\vec{x}, \vec{y}; T) & \tilde{\rho}(\vec{x}, \vec{y}; T) \end{pmatrix} = \sum_\gamma \begin{pmatrix} U_\gamma(\vec{x}) \\ V_\gamma(\vec{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_\gamma(\vec{y}) & \bar{V}_\gamma(\vec{y}) \end{pmatrix} n(\varepsilon_\gamma, T), \quad (3.29)$$

com

$$\frac{1}{\omega - \varepsilon_\gamma \pm i\eta} \rightarrow T \sum_n \frac{1}{\omega_n - \varepsilon_\gamma} = -\frac{1}{2} \tanh\left(\frac{\varepsilon_\gamma}{2T}\right), \quad (3.30)$$

após a renormalização que vem da correta expressão a $T = 0$. Esta substituição feita na

Eq.(3.29) para incluir a temperatura no formalismo DHB será justificada no apêndice B num caso mais simples onde a matriz de emparelhamento $\Delta(k)$ da Eq.(3.15) é diagonal.

Usando a relação entre as soluções de frequências positivas ($\varepsilon_\gamma \rightarrow \varepsilon_k^+$) e negativas ($-\varepsilon_\gamma \rightarrow \varepsilon_k^-$), podemos somar somente sobre as frequências negativas e escrever as densidades como

$$\begin{pmatrix} \rho(\vec{x}, \vec{y}; T) & \kappa(\vec{x}, \vec{y}; T) \\ \tilde{\kappa}(\vec{x}, \vec{y}; T) & \tilde{\rho}(\vec{x}, \vec{y}; T) \end{pmatrix} = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} \left(\begin{pmatrix} U_\gamma(\vec{x}) \\ V_\gamma(\vec{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{U}_\gamma(\vec{y}) & \bar{V}_\gamma(\vec{y}) \end{pmatrix} n(\varepsilon_\gamma, T) \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} \gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) \\ \gamma_0 AU_\gamma^*(\vec{x}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger & U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger \end{pmatrix} n(-\varepsilon_\gamma, T) \right). \quad (3.31)$$

As densidades normal e anômala são então dadas por

$$\rho(\vec{x}, \vec{y}; T) = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (U_\gamma(\vec{x}) \bar{U}_\gamma(\vec{y}) n(\varepsilon_\gamma, T) + \gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) V_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger n(-\varepsilon_\gamma, T)) \quad (3.32)$$

e

$$\kappa(\vec{x}, \vec{y}; T) = \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}) n(\varepsilon_\gamma, T) + \gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger n(-\varepsilon_\gamma, T)). \quad (3.33)$$

Vimos anteriormente, que a densidade anômala deve ser anti-simétrica sob a troca de duas partículas, e isto é garantido ao escrevê-la na forma da Eq.(2.49) a $T = 0$. Do mesmo modo para $T \neq 0$ a densidade anômala deve ser escrita como

$$\begin{aligned} \kappa(\vec{x}, \vec{y}; T) &= \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} = \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} ((U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}) - \gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger) n(\varepsilon_\gamma, T) \\ &\quad + (\gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger - U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y})) n(-\varepsilon_\gamma, T)) \\ &= \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_\gamma < 0} (U_\gamma(\vec{x}) \bar{V}_\gamma(\vec{y}) - \gamma_0 AV_\gamma^*(\vec{x}) U_\gamma^T(\vec{y}) A^\dagger) (n(\varepsilon_\gamma, T) - n(-\varepsilon_\gamma, T)). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Na secção 2.3, vimos que para o emparelhamento puro de próton-próton e nêutron-nêutron as soluções da equação de Dirac-Gorkov são

$$\Psi_p = \begin{pmatrix} U_p \\ U_p \\ V_p \\ V_p \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} U_p \\ 0 \\ 0 \\ V_p \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \Psi_n = \begin{pmatrix} U_n \\ U_n \\ V_n \\ V_n \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ U_n \\ V_n \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.35)$$

e usando novamente as relações entre as soluções de frequências positiva e negativa,

temos

$$\begin{pmatrix} \gamma_0 AV_p^* \\ \gamma_0 AU_p^* \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -i\gamma_0 BV_p^* \\ 0 \\ 0 \\ i\gamma_0 BU_p^* \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} \gamma_0 AV_n^* \\ \gamma_0 AU_n^* \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ i\gamma_0 BV_n^* \\ -i\gamma_0 BU_n^* \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

de modo que as Eqs. (3.31) podem ser reescritas incluindo o isospin. Assim, podemos realizar uma soma para prótons ou nêutrons sobre o índice de isospin t , de tal modo que

$$\begin{pmatrix} \rho_t(\vec{x}, \vec{y}; T) & \kappa_t(\vec{x}, \vec{y}; T) \\ \tilde{\kappa}_t(\vec{x}, \vec{y}; T) & \tilde{\rho}_t(\vec{x}, \vec{y}; T) \end{pmatrix} = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} \left(\begin{pmatrix} U_{t\gamma}(\vec{x}) \\ V_{t\gamma}(\vec{x}) \end{pmatrix} \left(\bar{U}_{t\gamma}(\vec{y}), \bar{V}_{t\gamma}(\vec{y}) \right) n(\varepsilon_{t\gamma}, T) \right. \\ \left. + \begin{pmatrix} \gamma_0 BV_{t\gamma}^*(\vec{x}) \\ -\gamma_0 BU_{t\gamma}^*(\vec{x}) \end{pmatrix} \left(V_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger, -U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger \right) n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right). \quad (3.37)$$

Deste modo, podemos calcular as densidades normal e anômala para nêutrons e prótons à temperatura finita conforme

$$\rho_t(\vec{x}, \vec{y}; T) = \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} \left(U_{t\gamma}(\vec{x}) \bar{U}_{t\gamma}(\vec{y}) n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + \gamma_0 BV_{t\gamma}^*(\vec{x}) V_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right) \quad (3.38)$$

e

$$\kappa_t(\vec{x}, \vec{y}; T) = \frac{1}{2} \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0} \left(U_{t\gamma}(\vec{x}) \bar{V}_{t\gamma}(\vec{y}) + \gamma_0 BV_{t\gamma}^*(\vec{x}) U_{t\gamma}^T(\vec{y}) B^\dagger \right) \left(n(\varepsilon_{t\gamma}, T) - n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right). \quad (3.39)$$

As densidades que entram nos termos de Hartree da auto-energia são calculados à temperatura finita da mesma forma e são escritas como

$$\begin{aligned} \rho_s(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \varepsilon_\gamma > 0} \left(U_{t\gamma}^\dagger \gamma_0 U_{t\gamma} n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + V_{t\gamma}^\dagger \gamma_0 V_{t\gamma} n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right), \\ \rho_B(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \varepsilon_\gamma > 0} \left(U_{t\gamma}^\dagger U_{t\gamma} n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + V_{t\gamma}^\dagger V_{t\gamma} n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right), \\ \rho_3(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \varepsilon_\gamma > 0} 2m_t \left(U_{t\gamma}^\dagger U_{t\gamma} n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + V_{t\gamma}^\dagger V_{t\gamma} n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right), \\ \rho_c(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\varepsilon_{t\gamma} < 0, t, \varepsilon_\gamma > 0} (m_t + 1/2) \left(U_{t\gamma}^\dagger U_{t\gamma} n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + V_{t\gamma}^\dagger V_{t\gamma} n(-\varepsilon_{t\gamma}, T) \right). \end{aligned} \quad (3.40)$$

Neste momento, uma rápida comparação pode ser feita entre estas equações para as densidades a $T \neq 0$ e aquelas obtidas na secção 2.3 a $T = 0$, Eqs. (2.65). Como podemos notar a diferença existente entre ambos conjuntos de equações são justamente as funções de distribuição de Fermi, $n(\varepsilon_{t\gamma}, T)$ e $n(-\varepsilon_{t\gamma}, T)$, que surgem multiplicando

as densidades, além das contribuições dos espinores $V_{t\gamma}$ que representam as partículas acima do mar de Fermi.

A energia total como função da temperatura pode ser reescrita em termos dos campos médios e das densidades de acordo com

$$\begin{aligned}
 E = \int d^3x \left[2 \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, t, \varepsilon_\gamma > 0} (|U_{t\gamma}(\vec{x})|^2 (\varepsilon_{t\gamma} + \mu) n(\varepsilon_{t\gamma}, T) + |V_{t\gamma}(\vec{x})|^2 (-\varepsilon_{t\gamma} + \mu) n(-\varepsilon_{t\gamma}, T)) \right. \\
 - \frac{1}{6} g_3 \sigma(\vec{x})^3 - \frac{1}{4} g_4 \sigma(\vec{x})^4 + \frac{1}{2} g_\sigma \sigma(\vec{x}) \rho_s(\vec{x}) - \frac{1}{2} g_\omega \omega^0(\vec{x}) \rho_B(\vec{x}) \quad (3.41) \\
 \left. - \frac{1}{2} \frac{g_\rho}{2} \rho^{00}(\vec{x}) \rho_3(\vec{x}) - \frac{1}{2} e A^0(\vec{x}) \rho_c(\vec{x}) + \frac{1}{2} \sum_t \text{Tr}[\bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}) \kappa_t(\vec{x})] \right] - E_{cm}.
 \end{aligned}$$

que é a expressão que será utilizada para calcular a energia do núcleo em função da temperatura.

3.3 A aproximação BCS relativística

Vamos fazer uma aproximação adicional às equações de DHB para colocá-las numa forma que mais se assemelhe às equações BCS não relativísticas. Primeiramente, utilizamos a forma Hamiltoniana da equação de DHB para construir um funcional variacional que será minimizado quando a equação de DHB for satisfeita. Isto é,

$$\begin{aligned}
 W = \int d^3x d^3y \sum_{t\gamma} (U_{t\gamma}^\dagger(\vec{x}), V_{t\gamma}^\dagger(\vec{x}) \gamma_0) \quad (3.42) \\
 \times \begin{pmatrix} (\omega_{t\gamma} + \mu_t) \delta(\vec{x} - \vec{y}) - h_t(\vec{x}, \vec{y}) & \bar{\Delta}_t^\dagger(\vec{x}, \vec{y}) \\ \bar{\Delta}_t(\vec{x}, \vec{y}) & (\omega_{t\gamma} - \mu_t) \delta(\vec{x} - \vec{y}) + h_t(\vec{x}, \vec{y}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_{t\gamma}(\vec{y}) \\ \gamma_0 V_{t\gamma}(\vec{y}) \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

Então, aproximamos as funções de onda de quase-partícula $U_{t\gamma}(\vec{x})$ e $V_{t\gamma}(\vec{x})$ na base $\Psi_{t\gamma}(\vec{x})$,

$$\begin{pmatrix} U_{t\gamma}(\vec{x}) \\ \gamma_0 V_{t\gamma}(\vec{x}) \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u_{t\gamma} \psi_{t\gamma}(\vec{x}) \\ v_{t\gamma} \psi_{t\gamma}(\vec{x}) \end{pmatrix} \quad (3.43)$$

onde $u_{t\gamma}$ e $v_{t\gamma}$ são quantidades escalares e $\psi_{t\gamma}(\vec{x})$ é a função de onda de campo médio de Hartree e satisfaz a equação de autovalor

$$\int d^3y h_t(\vec{x}, \vec{y}) \psi_{t\gamma}(\vec{y}) = \varepsilon_{t\gamma} \psi_{t\gamma}(\vec{x}), \quad (3.44)$$

com $\varepsilon_{t\gamma}$ sendo o autovalor de energia de partícula-única. Quando a função de onda aproximada é substituída no funcional variacional, este é reduzido a seguinte forma matricial

$$W(\{u_{t\gamma}, v_{t\gamma}\}) = \sum_{t\gamma} (u_{t\gamma}^*, v_{t\gamma}^*) \begin{pmatrix} \omega_{t\gamma} + \mu_t - \varepsilon_{t\gamma} & \Delta_{t\gamma}^* \\ \Delta_{t\gamma} & \omega_{t\gamma} - \mu_t + \varepsilon_{t\gamma} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{t\gamma} \\ v_{t\gamma} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

onde $\Delta_{t\gamma}$ é o valor esperado do campo de emparelhamento no estado $t\gamma$,

$$\Delta_{t\gamma} = \int d^3x d^3y \psi_{t\gamma}^\dagger(\vec{x}) \bar{\Delta}_t(\vec{x}, \vec{y}) \psi_{t\gamma}(\vec{y}). \quad (3.46)$$

A aproximação BCS é conseguida ignorando-se as componentes fora da diagonal da equação de $\Delta_{t\gamma}$, na Eq. (3.45). As equações resultantes são fáceis de serem resolvidas e suas soluções são as bem conhecidas soluções BCS. Consideramos que $\Delta_{t\gamma}$ são reais e que os coeficientes de Bogoliubov, $u_{t\gamma}$ e $v_{t\gamma}$, também são reais. Além disso, as funções de onda de campo médio de Hartree são normalizadas, de tal modo que

$$u_{t\gamma}^2 + v_{t\gamma}^2 = 1. \quad (3.47)$$

Então, podemos escrever o funcional variacional como

$$W(\{u_{t\gamma}, v_{t\gamma}\}) = \sum_{t,\gamma} [\omega_{t\gamma} + (\mu_t - \varepsilon_{t\gamma}) (u_{t\gamma}^2 - v_{t\gamma}^2) + 2\Delta_{t\gamma} u_{t\gamma} v_{t\gamma}]. \quad (3.48)$$

Exigindo que a variação de W com respeito a cada um dos coeficientes $u_{t\gamma}$ seja um extremo, e usando a condição de normalização da Eq. (3.47) para relacionar a variação de $v_{t\gamma}$ com a de $u_{t\gamma}$, conforme a Eq. (3.47), nós obtemos

$$\frac{\partial W}{\partial u_{t\gamma}} = \frac{2}{v_{t\gamma}} (2u_{t\gamma} v_{t\gamma} (\mu_t - \varepsilon_{t\gamma}) - \Delta_{t\gamma} (u_{t\gamma}^2 - v_{t\gamma}^2)) = 0. \quad (3.49)$$

A solução da equação anterior é bem conhecida no caso não relativístico. Há duas soluções para esta equação. A solução correspondendo a $\omega_{t\gamma} < 0$ é

$$u_{t\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{\mu_t - \varepsilon_{t\gamma}}{\sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}}} \quad (3.50)$$

e

$$v_{t\gamma} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{\mu_t - \varepsilon_{t\gamma}}{\sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}}} \quad (3.51)$$

de tal modo que

$$2u_{t\gamma}v_{t\gamma} = \frac{\Delta_{t\gamma}}{\sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}} \quad \text{e} \quad u_{t\gamma}^2 - v_{t\gamma}^2 = \frac{\mu_t - \varepsilon_{t\gamma}}{\sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}}. \quad (3.52)$$

Definindo $\omega_{t\gamma}$ de forma a anular o funcional W completamente, obtemos a solução para $\omega_{t\gamma} < 0$,

$$\omega_{t\gamma} = -(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})(u_{t\gamma}^2 - v_{t\gamma}^2) - 2\Delta_{t\gamma}u_{t\gamma}v_{t\gamma} = -\sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}. \quad (3.53)$$

A outra solução correspondendo a $\omega_{t\gamma} = \sqrt{(\mu_t - \varepsilon_{t\gamma})^2 + \Delta_{t\gamma}^2}$, pode ser obtida nas Eqs. (3.50) e (3.51) com as substituições

$$u_{t\gamma} \rightarrow v_{t\gamma} \quad \text{e} \quad v_{t\gamma} \rightarrow -u_{t\gamma}. \quad (3.54)$$

À temperatura zero, somente as soluções de frequência negativa entram nas equações autoconsistentes.

A aproximação BCS consiste em resolver as equações autoconsistentes usando a aproximação da função de onda BCS e não a função de onda DHB que seria obtida minimizando o funcional da Eq.(3.42). Todos os resultados que vamos apresentar no próximo capítulo foram obtidos na aproximação BCS. Nesta aproximação, a relação das frequências $\omega_{t\gamma}$ com as energias de partícula única $\varepsilon_{t\gamma}$ e o emparelhamento $\Delta_{t\gamma}$ é simples e dada pela Eq. (3.53), o que não é o caso na aproximação DHB.

4 O efeito da temperatura em núcleos esféricos e deformados

4.1 A solução numérica da equação de DHB

Vamos apresentar a solução numérica no caso sem temperatura. Para o caso da temperatura finita apenas estendemos o método incluindo os espinores V e as funções de distribuição térmicas nas densidades bariônicas de acordo com o apresentado no capítulo 3.

Resolvemos as equações de Dirac–Gorkov e Klein–Gordon expandindo os campos mesônicos e os espinores fermiônicos no conjunto completo das autofunções dos potenciais do oscilador harmônico. Ao proceder os cálculos, a expansão é truncada num número finito de camadas, com o número quântico da última camada dado por N_F no caso dos férmions e N_B para os bósons. Os valores máximos são selecionados para assegurar a convergência dos resultados obtidos. O mesmo procedimento foi usado por muitos pesquisadores, entre eles, por Vautherin [26] nas aproximações de Hartree–Fock não relativísticas, por Ghambir et al. [8] na aproximação de campo médio relativístico + BCS e por Lalazissis et al. [5, 27, 28] na aproximação RHB.

Os espinores das equações de Dirac–Gorkov são expandidos em termos das autofunções de um potencial de oscilador harmônico deformado axialmente,

$$V_{osc}(r_{\perp}, z) = \frac{1}{2}M\omega_z^2 z^2 + \frac{1}{2}M\omega_{\perp}^2 r^2. \quad (4.1)$$

Levando em conta a conservação do volume, as duas frequências do oscilador ω_z e ω_{\perp} podem ser colocadas em termos de um parâmetro de deformação $\tilde{\beta}_0$ e da frequência do

potencial esfericamente simétrico ω_0 ,

$$\hbar\omega_z = \hbar\omega_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{5}{\gamma}}(4\pi)\tilde{\beta}_0\right) \quad (4.2)$$

$$\hbar\omega_{\perp} = \hbar\omega_0 \exp\left(+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{\gamma}}(4\pi)\right) \quad (4.3)$$

$\tilde{\beta}_0$).

As constantes do oscilador são escritas como

$$\tilde{\beta}_z = \frac{1}{b_z} = \sqrt{\frac{M\omega_z}{\hbar}} \quad \tilde{\beta}_{\perp} = \frac{1}{b_{\perp}} = \sqrt{\frac{M\omega_{\perp}}{\hbar}}. \quad (4.4)$$

com a conservação do volume relacionando as duas constantes àquela do potencial esfericamente simétrico $b_{\perp}^2 b_z = b_0^3$. A base é agora determinada por duas constantes $\hbar\omega_0$ e $\tilde{\beta}_0$ na expansão dos espinores de Dirac e dos campos mesônicos.

As autofunções do oscilador harmônico deformado podem ser escritas explicitamente como,

$$\Phi_{\alpha}(\vec{r}) = \psi_{n_r}^{m_l}(r_{\perp}) \psi_{n_z}(z) \frac{e^{i m_l \varphi}}{\sqrt{2\pi}} \chi_{m_s} \chi_{m_t} \quad (4.5)$$

onde α denota o conjunto completo de números quânticos (n_r , m_l , n_z , m_s e m_t) e

$$\begin{aligned} \psi_{n_r}^{m_l}(r_{\perp}) &= \frac{N_{n_r}^{m_l}}{b_{\perp}} \sqrt{2} \eta^{m_l/2} L_{n_r}^{m_l}(\eta) e^{-\eta/2} & \text{com} & \quad \eta = \left(\frac{r}{b_{\perp}}\right)^2 \\ \psi_{n_z}(z) &= \frac{N_{n_z}}{\sqrt{b_z}} H_{n_z}(\xi) e^{-\xi^2/2} & \text{com} & \quad \xi = \frac{z}{b_z}. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Nas Eqs. (4.6), $L_{n_r}^{m_l}(\eta)$ e $H_{n_z}(\xi)$ são os polinômios associados de Laguerre e de Hermite [29], com as constantes de normalização, $N_{n_r}^{m_l}$ e N_{n_z} , dadas em [8]. Nestas equações, n_r e n_z são os números de nós nas direções r e z enquanto m_l e m_s são as projeções do momento angular e spin no eixo- z . A terceira componente do momento angular total Ω_{γ} e a paridade π são então definidas como,

$$\Omega_{\gamma} = m_l + m_s \quad \text{e} \quad \pi = (-1)^{n_z + m_l}. \quad (4.7)$$

Expandimos os espinores de Dirac, $u f_{t\gamma}(r_{\perp}, z)$, $u g_{t\gamma}(r_{\perp}, z)$, $v f_{t\gamma}(r_{\perp}, z)$, e $v g_{t\gamma}(r_{\perp}, z)$, em termos das autofunções do oscilador como

$$u f_{t\gamma}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} u f_{t\gamma}^{+}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}-1/2)\varphi} \\ u f_{t\gamma}^{-}(r_{\perp}, z) e^{i(\Omega_{\gamma}+1/2)\varphi} \end{pmatrix} = \sum_{\alpha}^{\alpha_{max}} u f_{\alpha}^{t\gamma} \Phi_{\alpha}(\vec{r}),$$

$$\begin{aligned}
ug_{t\gamma}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} ug_{t\gamma}^+(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma-1/2)\varphi} \\ ug_{t\gamma}^-(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma+1/2)\varphi} \end{pmatrix} = \sum_{\tilde{\alpha}}^{\tilde{\alpha}_{max}} ug_{\tilde{\alpha}}^{t\gamma} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}), \\
vf_{t\gamma}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} vf_{t\gamma}^+(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma-1/2)\varphi} \\ vf_{t\gamma}^-(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma+1/2)\varphi} \end{pmatrix} = \sum_{\alpha}^{\alpha_{max}} vf_{\alpha}^{t\gamma} \Phi_{\alpha}(\vec{r}), \\
vg_{t\gamma}(\vec{r}) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \begin{pmatrix} vg_{t\gamma}^+(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma-1/2)\varphi} \\ vg_{t\gamma}^-(r_\perp, z) e^{i(\Omega_\gamma+1/2)\varphi} \end{pmatrix} = \sum_{\tilde{\alpha}}^{\tilde{\alpha}_{max}} vg_{\tilde{\alpha}}^{t\gamma} \Phi_{\tilde{\alpha}}(\vec{r}),
\end{aligned} \tag{4.8}$$

onde os números quânticos α_{max} e $\tilde{\alpha}_{max}$ devem ser suficientemente grandes para a convergência na expansão dos coeficientes. Inserindo as expansões das Eqs. (4.8) na equação de Dirac–Gorkov Eq. (2.81), novamente podemos reduzir esta equação ao problema de diagonalização de uma matriz simétrica

$$\begin{bmatrix} \mathcal{A}_{\alpha\alpha'} - \mu & \mathcal{C}_{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'} & \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} & \mathcal{F}_{\alpha\tilde{\alpha}'} \\ \mathcal{C}_{\tilde{\alpha}\alpha'} & -\mathcal{B}_{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'} - \mu & \mathcal{F}_{\tilde{\alpha}\alpha'} & \mathcal{E}_{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'} \\ \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} & \mathcal{F}_{\alpha\tilde{\alpha}'} & -\mathcal{A}_{\alpha\alpha'} + \mu & -\mathcal{C}_{\alpha\alpha'} \\ \mathcal{F}_{\tilde{\alpha}\alpha'} & \mathcal{E}_{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'} & -\mathcal{C}_{\tilde{\alpha}\alpha'} & \mathcal{B}_{\tilde{\alpha}\tilde{\alpha}'} + \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} uf_{\alpha'}^{t\gamma} \\ ug_{\tilde{\alpha}'}^{t\gamma} \\ vf_{\alpha'}^{t\gamma} \\ vg_{\tilde{\alpha}'}^{t\gamma} \end{bmatrix} = \varepsilon_{t\gamma} \begin{bmatrix} uf_{\alpha}^{t\gamma} \\ ug_{\tilde{\alpha}}^{t\gamma} \\ vf_{\alpha}^{t\gamma} \\ vg_{\tilde{\alpha}}^{t\gamma} \end{bmatrix} \tag{4.9}$$

Os elementos de matriz são dados por,

$$\left. \begin{matrix} \mathcal{A}_{\alpha\alpha'} \\ \mathcal{B}_{\alpha\alpha'} \end{matrix} \right\} = \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_s m_s'} \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) [M^*(r_\perp, z) \pm V_t(r_\perp, z)] \Phi_{\alpha'}(\vec{x}), \tag{4.10}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{C}_{\alpha\alpha'} &= \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_s m_s'} \delta_{n_r n_r'} \frac{(-1)^{(1/2-m_s)}}{b_z} (\delta_{n_z' n_z+1} \sqrt{n_z'/2} - \delta_{n_z n_z'+1} \sqrt{n_z/2}) \\
&+ \delta_{n_z n_z'} (\delta_{m_l m_l'+1} \delta_{m_s' m_s+1} \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) [\partial_{r_\perp} - \frac{m_l'}{r_\perp}] \Phi_{\alpha'}(\vec{x}) \\
&+ \delta_{m_l' m_l+1} \delta_{m_s m_s'+1} \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) [\partial_{r_\perp} + \frac{m_l'}{r_\perp}] \Phi_{\alpha'}(\vec{x})),
\end{aligned} \tag{4.11}$$

$$\begin{pmatrix} \mathcal{D}_{\alpha\alpha'} \\ \mathcal{E}_{\alpha\alpha'} \end{pmatrix} = \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_s m_s'} \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) \begin{pmatrix} \delta_{1t}(r_\perp, z) \\ \delta_{2t}(r_\perp, z) \end{pmatrix} \Phi_{\alpha'}(\vec{x}), \tag{4.12}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\alpha\alpha'} &= \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_s m_s'} (-1)^{(1/2-m_s)} \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) \delta_{3t}(r_\perp, z) \Phi_{\alpha'}(\vec{x}) \\
&+ (\delta_{m_l' m_l+1} \delta_{m_s m_s'+1} + \delta_{m_l m_l'+1} \delta_{m_s' m_s+1}) \int d^3x \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{x}) \delta_{4t}(r_\perp, z) \Phi_{\alpha'}(\vec{x}).
\end{aligned} \tag{4.13}$$

No próximo passo, podemos calcular as densidades de Hartree da Eq. (2.65) como

$$\rho_s(r_\perp, z) = 2 \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m_l'} \delta_{m_s m_s'} \Phi_{\alpha}^{\dagger}(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (uf_{\alpha}^{t\gamma} uf_{\alpha'}^{t\gamma} - ug_{\alpha}^{t\gamma} ug_{\alpha'}^{t\gamma}),$$

$$\begin{aligned}
\rho_B(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (u f_\alpha^{t\gamma} u f_{\alpha'}^{t\gamma} + u g_\alpha^{t\gamma} u g_{\alpha'}^{t\gamma}), \quad (4.14) \\
\rho_3(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} 2m_t (u f_\alpha^{t\gamma} u f_{\alpha'}^{t\gamma} + u g_\alpha^{t\gamma} u g_{\alpha'}^{t\gamma}), \\
\rho_3(r_\perp, z) &= 2 \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \\
&\quad \times \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (m_t + 1/2) (u f_\alpha^{t\gamma} u f_{\alpha'}^{t\gamma} + u g_\alpha^{t\gamma} u g_{\alpha'}^{t\gamma}).
\end{aligned}$$

As componentes das densidades anômalas da Eq. (2.80) podem ser calculadas similarmente como,

$$\begin{aligned}
\kappa_{1t}(r_\perp, z) &= \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (u f_\alpha^{t\gamma} v f_{\alpha'}^{t\gamma}), \\
\kappa_{2t}(r_\perp, z) &= \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (u g_\alpha^{t\gamma} v g_{\alpha'}^{t\gamma}), \quad (4.15) \\
\kappa_{3t}(r_\perp, z) &= \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \alpha'} \delta_{m_l m'_l} \delta_{m_s m'_s} \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \sigma_3 \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} 2m_t (u f_\alpha^{t\gamma} v g_{\alpha'}^{t\gamma} + u g_\alpha^{t\gamma} v f_{\alpha'}^{t\gamma}), \\
\kappa_{4t}(r_\perp, z) &= \sum_{\alpha, \alpha'} (\delta_{m_l m'_l + 1} \delta_{m'_s m_s + 1} + \delta_{m'_l m_l + 1} \delta_{m_s m'_s}) \Phi_\alpha^\dagger(\vec{r}) \sigma_1 \Phi_{\alpha'}(\vec{r}) \\
&\quad \sum_{\varepsilon_\gamma < 0, r, \Omega_\gamma > 0} (u f_\alpha^{t\gamma} v g_{\alpha'}^{t\gamma} + u g_\alpha^{t\gamma} v f_{\alpha'}^{t\gamma}),
\end{aligned}$$

onde σ_1 e σ_3 são as matrizes de Pauli usuais.

Como em [8], os campos dos mésons massivos são expandidos de uma forma similar à expansão dos férmions,

$$\phi(r_\perp, z) = \frac{e^{(-\xi/2 + \eta/2)}}{b_B^{3/2}} \sum_{n_z, n_r} \phi_{n_z, n_r} N_{n_z}(\xi) \sqrt{2} L_{n_r}^0(\eta) \quad (4.16)$$

como o mesmo parâmetro de deformação $\tilde{\beta}_0$, mas um comprimento do oscilador menor, $b_B = b_0/\sqrt{2}$. As coordenadas ξ e η são escaladas por

$$\xi = \frac{\sqrt{2}z}{b_z} \quad \text{e} \quad \eta = \frac{2r_\perp^2}{b_\perp^2}. \quad (4.17)$$

A equação de Klein–Gordon para cada campo médio mesônico,

$$\left[-\frac{1}{r_\perp} \partial_{r_\perp} (r_\perp \partial_{r_\perp}) - \partial_z^2 + m_\sigma^2 \right] \Phi(r_\perp, z) = s_\phi(r_\perp, z), \quad (4.18)$$

comporta-se como um conjunto de equações lineares não homogêneas,

$$\sum_{n'_z n'_r} \mathcal{H}_{n_z n_r n'_z n'_r} \phi_{n'_z n'_r} = s_{n_z n_r}^{\phi} \quad (4.19)$$

com os elementos de matriz,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{n_z n_r n'_z n'_r} = & \left(- \frac{1}{b_z^2} (2n_z + 1) - \frac{1}{b_{\perp}^2} (2n_r + 1) + m_{\phi}^2 \right) \delta_{n_r n'_r} \delta_{n_z n'_z} \\ & + \frac{1}{b_z^2} (\sqrt{(n_z + 1)n'_z} \delta_{n'_z n_z + 2} + \sqrt{(n'_z + 1)n_z}) \delta_{n_z n'_z} \\ & - \frac{2}{b_{\perp}^2} (n'_r \delta_{n'_r n_r + 1} + n_r \delta_{n_r n'_r + 1}). \end{aligned} \quad (4.20)$$

Os termos do lado direito são os elementos de matriz correspondentes as fontes dos campos médios mesônicos,

$$s_{\phi} = \begin{cases} g_{\sigma} \rho_s(r_{\perp}, z) - g_3 \sigma(r_{\perp}, z)^2 - g_4 \sigma(r_{\perp}, z)^4, \\ g_{\omega} \rho_B(r_{\perp}, z), \\ g_{\rho} \rho_3(r_{\perp}, z), \end{cases} \quad (4.21)$$

para os campos σ , ω e ρ , respectivamente. O campo coulombiano é calculado diretamente no espaço de configuração.

4.2 Os núcleos esféricos

Nesta secção vamos analisar o efeito da temperatura nos núcleos esféricos com camada fechada ^{40}Ca , ^{100}Sn , ^{208}Pb e ^{56}Ni e com camada aberta ^{90}Zr e ^{140}Ce abrangendo assim diferentes regiões da tabela periódica. Estes núcleos diferem não somente nas suas massas, mas também na razão do número de nêutrons e prótons. Para este estudo usamos os parâmetros do modelo NL3 para as massas dos nucleons e dos mésons e para as constantes de acoplamento, conforme a Tab. 4.1. Fixamos a base da maior camada

Tabela 4.1: Constantes de acoplamento e massas dos campos mesônicos do modelo NL3.

	σ	ω	ρ	σ_3	σ_4
g	10.2169	12.8675	4.4744	-10.4307	-28.8851
m [MeV]	508.1941	782.5010	763.0000	-	-

do oscilador em $N_B = 20$ para os bósons e variamos os valores de $N_F = 8$ a $N_F = 20$ para os férmions que obedecem à equação de Dirac–Gorkov. O mesmo procedimento foi realizado para $N_B = 24$, mas os resultados não mudaram significativamente para este valor. Deste modo, usamos $N_B = 20$ e $N_F = 12$, não somente porque obtemos uma boa convergência no cálculo numérico como também reproduzimos melhor os resultados experimentais à temperatura nula e os dados teóricos da literatura obtidos neste modelo. A frequência do oscilador foi tomada segundo a expressão $\hbar\omega = 41A^{-1/3}\text{MeV}$, a deformação $\tilde{\beta} = 0$ e o fator que multiplica as interações de emparelhamento $c_{pair} = 0.01$ para o caso dos núcleos esféricos. Este valor para c_{pair} não nulo foi escolhido apenas para fins do cálculo numérico e não modificaram os resultados para os núcleos esféricos, pois o próprio cálculo autoconsistente garantiu uma interação de emparelhamento nula, como veremos mais adiante em nossos resultados.

Primeiramente, mostraremos o efeito da temperatura nos potenciais de campo médio V_σ , V_ω , V_ρ e para o potencial coulombiano V_{coul} no núcleo do chumbo ^{208}Pb . Os resultados são apresentados na Fig. 4.1 para três valores da temperatura. Nessa figura, os potenciais V_ρ e V_{coul} estão multiplicados pelos fatores (-20) e (4) , respectivamente. Os potenciais V_σ e V_ω apresentam o mesmo comportamento com o aumento da temperatura de $T = 0$ a $T = 3$ MeV, onde vemos uma diminuição do potencial em magnitude até um raio da ordem de $r = 5$ fm, sendo que na superfície do núcleo o efeito da temperatura é imperceptível. Além disso, podemos notar que na região central do núcleo, quando a temperatura aumenta, o potencial escalar V_σ varia aproximadamente de 50 MeV e o potencial vetorial V_ω em torno de 45 MeV. Para o potenciais V_ρ e V_{coul} não há um efeito tão pronunciado com o aumento da temperatura.

Podemos analisar também o comportamento da massa efetiva do nucleon M^* , à medida que a temperatura aumenta, conforme a Fig. 4.2 para o núcleo do ^{208}Pb . Quanto a temperatura aumenta de $T = 0$ a $T = 3$ MeV observamos que a massa efetiva M^* aumenta no interior e aproxima-se do valor da massa bariônica livre na superfície, mas para grandes valores do raio. Este comportamento dos potenciais e da massa efetiva são diretamente relacionados ao decréscimo da densidade escalar e bariônica com o aumento do raio do núcleo.

Os diversos termos que contribuem para a energia de ligação dos núcleos ^{40}Ca , ^{100}Sn e ^{208}Pb são apresentados nas Tabs. 4.2, 4.3 e 4.4, respectivamente. A partir da Eq. (3.41) podemos ver que a contribuição para a energia dos termos mesônicos surgem para cancelar a contribuição do termo de partícula única (Hartree). Se desejamos saber o valor médio das energias potenciais mesônicas vetoriais e coulombiana basta trocar o sinal nas colunas das Tabs. 4.2, 4.3 e 4.4 para cada valor da temperatura. Para

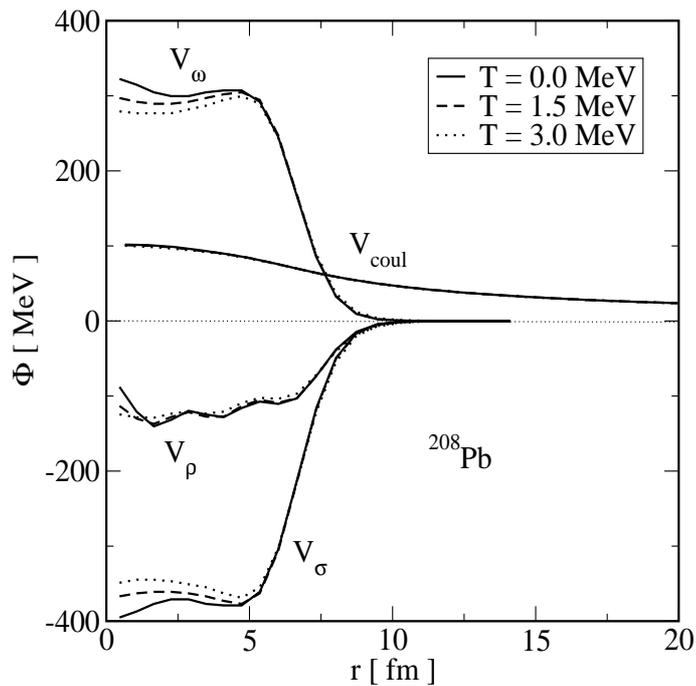


Figura 4.1: Efeito da temperatura nos potenciais de campo médio V_σ , V_ω , V_ρ e V_{coul} no ^{208}Pb para $T = 0$ a $T = 3$ MeV. Os potenciais V_ρ e V_{coul} estão multiplicados pelos fatores (-20) e (4), respectivamente.

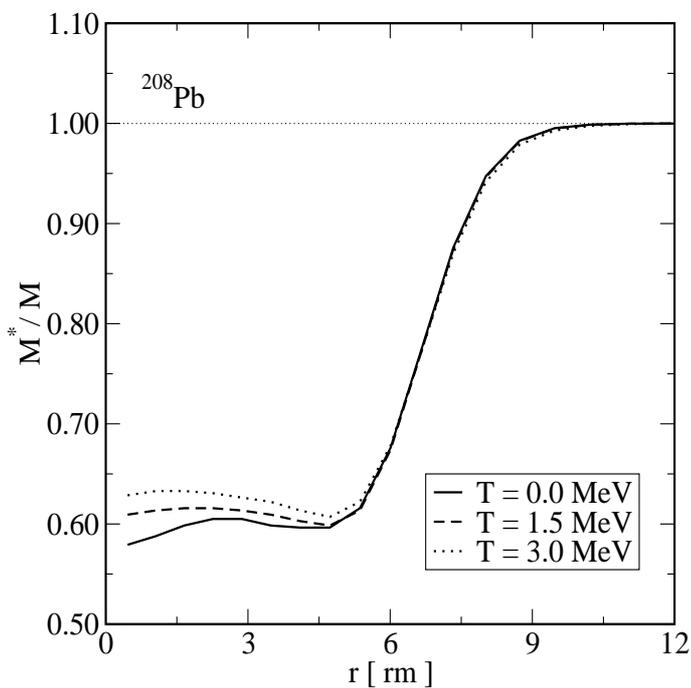


Figura 4.2: Efeito da temperatura na massa efetiva M^*/M do núcleo ^{208}Pb .

a energia potencial escalar, devido aos termos não lineares, este simples procedimento não se aplica. Esta energia é obtida por $U(\sigma(x))$, de acordo com a Eq. (2.5). Portanto, não é possível inferir com facilidade o seu valor através dessas tabelas.

Tabela 4.2: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{40}Ca para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$.

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-974.99	-964.83	-878.26
E_{σ}	5184.21	5153.42	4783.65
$E_{\sigma NL}$	-102.46	-102.66	-99.19
E_{ω}	-4358.88	-4321.84	-3985.75
E_{ρ}	-0.10	-0.10	-0.13
E_{coul}	-80.89	-80.51	-77.56
E_{pair}	0.00	0.00	0.00
E_{cm}	-8.99	-8.99	-8.99
E	-342.11	-325.52	-266.23
E/A	-8.55	-8.14	-6.66
<i>exp</i>	-8.55	-	-

Tabela 4.3: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{100}Sn para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$.

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-2477.11	-2393.84	-2162.86
E_{σ}	14657.35	14167.97	13067.05
$E_{\sigma NL}$	-278.81	-283.91	-281.03
E_{ω}	-12339.93	-11898.54	-10915.29
E_{ρ}	-0.59	-0.63	-0.78
E_{coul}	-383.75	-379.12	-366.51
E_{pair}	0.00	0.00	0.00
E_{cm}	-6.63	-6.63	-6.63
E	-829.46	-794.70	-666.04
E/A	-8.30	-7.95	-6.66
<i>exp</i>	-8.26	-	-

Ao analisarmos estas tabelas observamos que a soma das contribuições parciais oferece um decréscimo da energia de ligação E , quando a temperatura aumenta de $T = 0$ a $T = 4$ MeV. Para uma determinada temperatura as maiores contribuições para a energia de ligação surgem dos termos relacionados aos mésons σ e ω , mas suas energias se cancelam fortemente devido aos seus sinais opostos. O aumento da temperatura faz com que ambas as contribuições desses mésons diminuam em magnitude, mas a diferença entre elas é quase constante. O méson ρ quase não contribui para os núcleos ^{40}Ca e ^{100}Sn onde $N = Z$, mas para o ^{208}Pb esta contribuição é bem maior e diminui com o aumento da temperatura. A energia do termo de correção do centro de massa não depende da temperatura e a do emparelhamento é nula, pois todos

Tabela 4.4: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{208}Pb para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-4869.39	-4750.76	-4394.20
E_{σ}	29523.86	28936.77	27294.78
$E_{\sigma NL}$	-624.17	-632.79	-623.55
E_{ω}	-24733.92	-24193.83	-22715.90
E_{ρ}	-104.29	-101.13	-89.68
E_{coul}	-827.97	-819.25	-806.43
E_{pair}	0.00	0.00	0.00
E_{cm}	-5.19	-5.19	-5.19
E	-1641.08	-1566.19	-1340.18
E/A	-7.89	-7.53	-6.44
<i>exp</i>	-7.87	-	-
Ref. [10]	-7.89	-7.54	-6.35

estes núcleos são de camada fechada. Em nossos cálculos há uma evaporação de dois prótons para o ^{40}Ca a $T = 4$ MeV, quatro prótons para o ^{100}Sn a $T = 2$ MeV e cinco prótons para o ^{208}Pb a $T = 4$ MeV. Esta evaporação refere-se aos estados com energia positiva na base de osciladores que usamos em nossos cálculos. Ao levarmos em conta os estados populados com energia positiva o número de partículas permanece fixo devido aos potenciais químicos dos nêutrons e dos prótons Eq. (2.28), que são calculados numericamente para cada temperatura de modo autoconsistente. Por este motivo, não mostramos nossos resultados para temperaturas mais altas, pois observamos uma evaporação significativa dos nucleons. Ainda nas três tabelas podemos comparar os nossos resultados da energia de ligação por nucleon com os dados experimentais à temperatura nula e os resultados teóricos em [10]. À temperatura nula, nossos resultados mostram que a energia de ligação por nucleon é muito próxima aos valores experimentais para os três núcleos. Para temperatura não nula, a comparação é possível apenas para o ^{208}Pb , onde notamos uma ótima concordância com os resultados teóricos em [10], no intervalo de temperaturas de $T = 0$ a $T = 4$ MeV.

Vamos estudar agora, o espectro de energia desses núcleos esféricos para temperaturas finitas. No espectro dos nêutrons do ^{40}Ca apresentado na Fig. 4.3 (a), notamos um decréscimo da energia quando a temperatura aumenta de $T = 0$ a $T = 3$ MeV, mas para temperaturas acima de $T = 3$ MeV a energia cresce. Há um exceção para os níveis $2s_{1/2}$ e $1f_{7/2}$ que apresentam um acréscimo na energia à medida que a temperatura aumenta. Para o espectro dos prótons, Fig. 4.3 (b), os mesmos efeitos são observados, mas a energia dos níveis é maior em consequência do potencial repulsivo

coulombiano. O espectro dos nêutrons do núcleo ^{100}Sn , Fig. 4.4 (a), tem um acréscimo na energia quando a temperatura aumenta de $T = 0$ a $T = 4$ MeV, exceto os níveis $2s_{1/2}$, $2p_{3/2}$, $2d_{5/2}$, $2d_{3/2}$ e $3s_{1/2}$ que têm um decréscimo na energia à medida que a temperatura aumenta. O mesmo ocorre para o espectro dos prótons desse

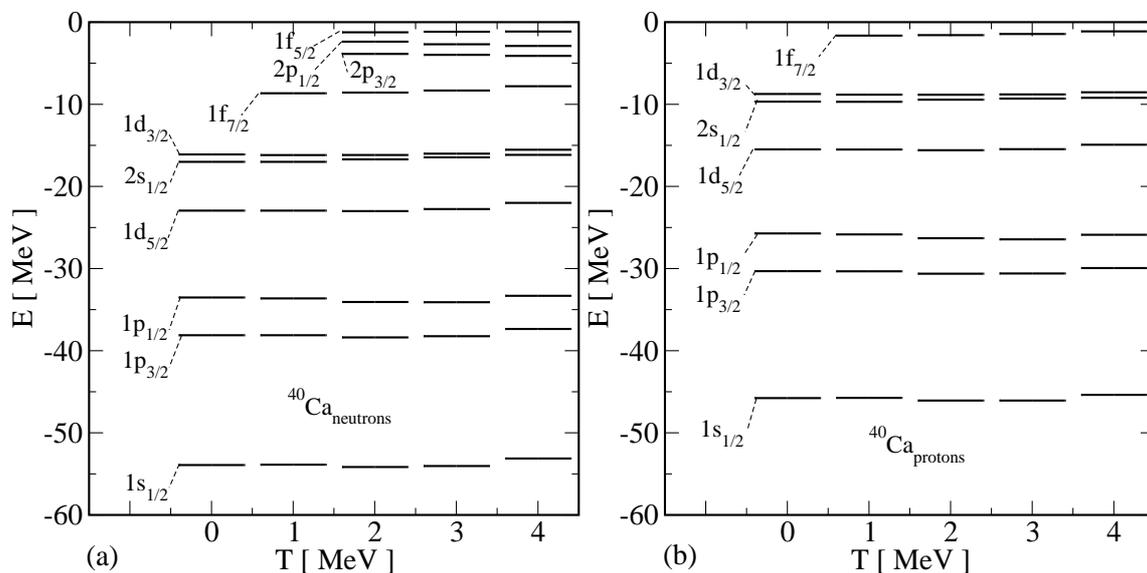


Figura 4.3: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{40}Ca .

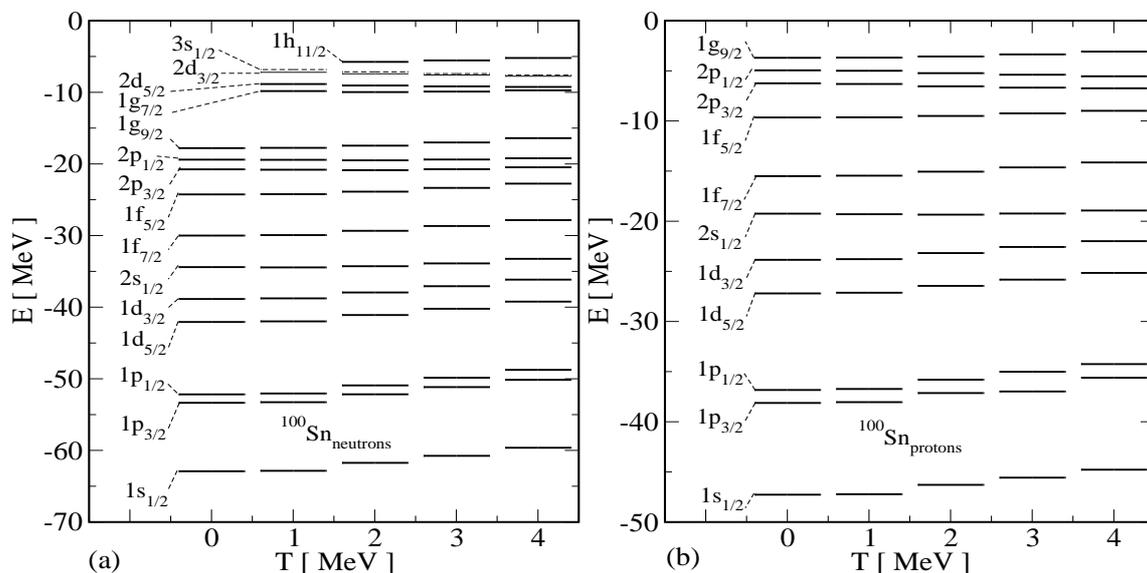


Figura 4.4: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{100}Sn .

núcleo, Fig. 4.4 (b), e os níveis que são exceções são $2s_{1/2}$, $2p_{3/2}$ e $2p_{1/2}$. Na Fig. 4.5 (a), mostramos o espectro de energia dos nêutrons para o núcleo do ^{208}Pb que possui

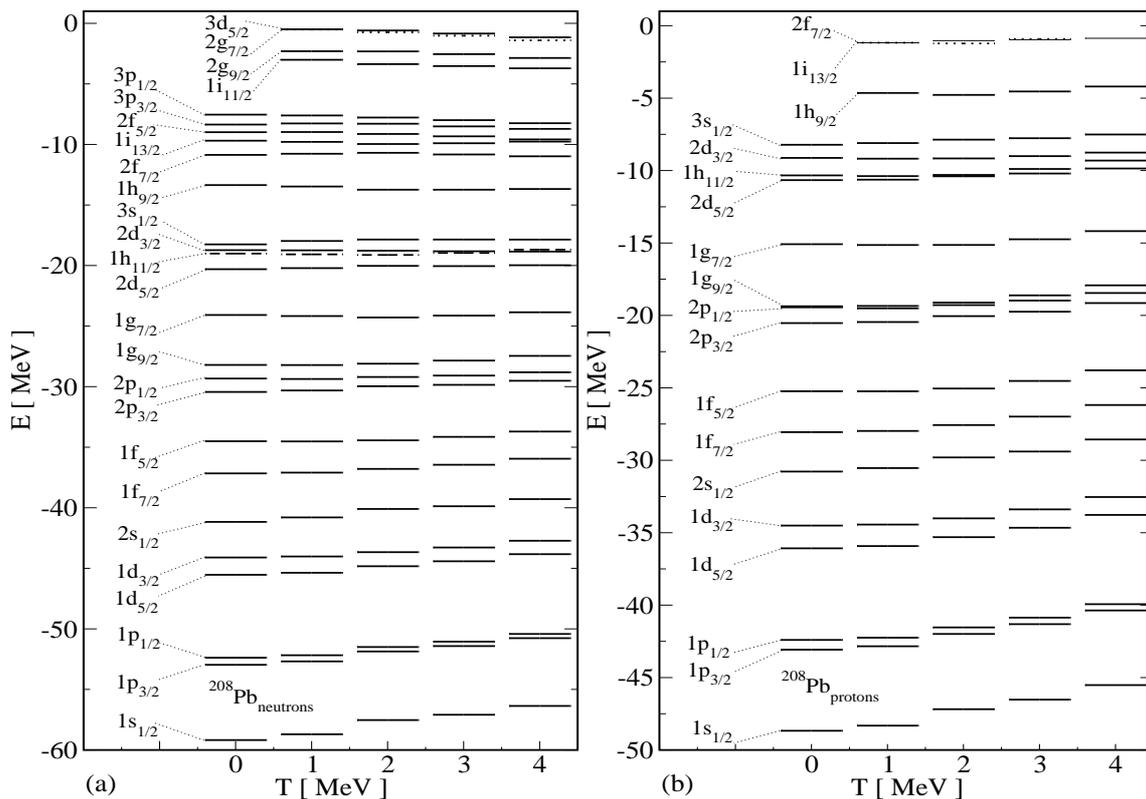


Figura 4.5: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{208}Pb .

um acréscimo da energia com o aumento da temperatura bem evidenciado até o nível $1g_{9/2}$. Acima desse nível apenas os níveis $2d_{5/2}$, $3s_{1/2}$, $2f_{7/2}$, $3p_{3/2}$ têm um acréscimo da energia quando a temperatura aumenta. Os outros níveis, mais superficiais têm um decréscimo da energia quanto a temperatura aumenta. Na Fig. 4.5 (b), o espectro dos prótons do ^{208}Pb tem o mesmo comportamento que dos nêutrons, com exceção dos níveis $1g_{7/2}$ e $1h_{11/2}$ que apresentarem um decréscimo da energia com o aumento da temperatura. Alguns dos níveis citados, que são uma exceção para o comportamento geral do espectro de energia com o aumento da temperatura, formam uma estrutura de pares de pseudospin [30, 31]. Deste modo, faremos uma análise do comportamento da simetria de pseudospin nuclear com a temperatura no próximo capítulo.

De um modo geral, o efeito da temperatura no espectro de energias para prótons e nêutrons é muito pequeno. Isto é fácil de entender, pois as temperaturas são baixas, ou seja, a energia térmica $E \sim K_B T$ é de apenas alguns MeV em comparação com a energia dos níveis de energia que envolvem dezenas de MeV. Os níveis superficiais de menor energia são os mais afetados, mesmo que os potenciais escalares e vetoriais diminuam em módulo quando a temperatura aumenta tornando o potencial de ligação menos atrativo. Vemos um efeito da temperatura devido à distribuição de Fermi que

se manifesta na população de alguns níveis bem superficiais que não existiam para a temperatura nula. Na aproximação de Thomas-Fermi surgem dificuldades de convergência numérica quando é necessário a integração das funções de distribuição de Fermi a baixas temperaturas. No nosso caso, como estamos utilizando somas, estas dificuldades de convergência não ocorrem quando as temperaturas são baixas e da ordem da energia térmica.

Mostraremos agora, os resultados do comportamento da energia de ligação por nucleon E/A , entropia S , raio de nêutron r_n , raio de carga r_{ch} , raio de próton r_p e raio quadrático médio r_{rms} com o aumento da temperatura de $T = 0$ a $T = 4$ MeV. Estes resultados para os núcleos esféricos com camada fechada ^{40}Ca , ^{100}Sn e ^{208}Pb estão apresentados nas Tabs. 4.5, 4.6 e 4.7, respectivamente. Os dados experimentais são apresentados na última linha de cada uma das tabelas e são para a temperatura nula. Para o núcleo do ^{208}Pb fazemos uma comparação com os resultados teóricos à temperatura finita da referência [10] que são apresentadas entre parênteses.

Tabela 4.5: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{40}Ca para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$.

T [MeV]	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}
0.0	-8.55	0.00	3.32	3.46	3.37	3.34
1.0	-8.50	2.96	3.33	3.47	3.37	3.35
2.0	-8.14	12.30	3.34	3.48	3.39	3.36
3.0	-7.57	21.41	3.38	3.54	3.45	3.41
4.0	-6.66	31.82	3.48	3.67	3.58	3.53
exp ($T = 0$)	-8.55	-		3.45	-	-

Tabela 4.6: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{100}Sn para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$.

T [MeV]	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}
0.0	-8.29	0.00	4.32	4.46	4.39	4.35
1.0	-8.26	4.55	4.32	4.47	4.40	4.36
2.0	-7.95	25.52	4.36	4.52	4.45	4.41
3.0	-7.42	46.68	4.42	4.61	4.54	4.48
4.0	-6.66	68.20	4.50	4.72	4.65	4.57
exp ($T = 0$)	-8.26	-	-	-	-	-

Para estes três núcleos que estamos estudando, como já dissemos anteriormente, a energia de ligação por nucleon diminui em magnitude à medida que a temperatura aumenta. A entropia aumenta com a temperatura como era esperado. Os raios de nêutron

Tabela 4.7: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{208}Pb para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Os dados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.

T [MeV]	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}
0.0	-7.89 (-7.88)	0.00 (0.00)	5.73 (5.74)	5.51 (5.52)	5.45	5.63 (5.63)
1.0	-7.83 (-7.82)	17.75 (17.70)	5.74 (5.75)	5.53 (5.54)	5.47	5.64 (5.65)
2.0	-7.53 (-7.54)	58.29 (57.01)	5.79 (5.83)	5.57 (5.57)	5.51	5.68 (5.70)
3.0	-7.09 (-7.06)	95.20 (96.35)	5.86 (5.98)	5.60 (5.61)	5.55	5.74 (5.82)
4.0	-6.44 (-6.35)	133.60 (138.75)	5.96 (6.22)	5.67 (5.72)	5.61	5.82 (6.00)
exp ($T = 0$)	-7.87	-	-	-	5.50	-

r_n , carga r_{ch} , próton r_p e raio quadrático médio r_{rms} aumentam com a temperatura. A comparação com os dados experimentais, quando disponíveis para temperatura nula indica o bom resultado do nosso estudo. Para temperatura não nula, nossos resultados para o ^{208}Pb são similares aos resultados obtidos em [10], mas podemos notar uma pequena diferença não apenas na entropia como também nos raios quadráticos médios.

Para completar nosso estudo com os núcleo esféricos vamos mostrar alguns resultados para os núcleos ^{56}Ni e ^{90}Zr , onde o último tem camada aberta. Atribuiremos outros valores ao fator que multiplica as interações de emparelhamento c_{pair} , de tal modo que as correlações de emparelhamento reproduzam os gaps de emparelhamento para nêutrons Δ_n , e prótons Δ_p , tomados a partir das diferenças de massas ímpar-par experimentais [32, 33]. Os valores usados serão indicados para cada um dos núcleos citados, à medida que se faça necessária uma discussão da importância da interação de emparelhamento. Usaremos o parâmetro $c_{pair} = 0.525$ baseando-nos no estudo realizado em [6] na rede de isótopos do núcleo ^{48}Ni . Este estudo mostra que este valor para a constante de emparelhamento é o que melhor reproduzia os resultados da literatura na região dos isótopos do ^{56}Ni ($Z = 28$) com número de massa maior que $A = 56$. Os resultados obtidos para o gap de emparelhamento em [6] estavam em desacordo com os valores experimentais abaixo desta região sugerindo, então, que o emparelhamento nêutron-próton poderia ser importante quando $N \approx Z$. Dessa forma, diferentemente do estudo realizado para os núcleos esféricos com camada fechada ^{40}Ca , ^{100}Sn , ^{208}Pb com o parâmetro $c_{pair} = 0.01$, vamos estudar o núcleo esférico com camada duplamente fechada ^{56}Ni com $c_{pair} = 0.525$. Adiantamos que a escolha do parâmetro c_{pair} para o ^{56}Ni produz uma energia de emparelhamento nula e que a escolha desse valor

é importante apenas se fôssemos estudar os efeitos do emparelhamento numa rede de isótopos deste núcleo, tal como foi feito em [6] para o núcleo ^{48}Ni . Por exemplo, com o parâmetro $c_{pair} = 0.01$ os resultados obtidos diferem em menos de 0.1% dos resultados com $c_{pair} = 0.525$ para o núcleo ^{56}Ni . Este estudo mostrou que em nossos cálculos autoconsistentes o valor de c_{pair} não nulo para os núcleos esféricos com camada fechada garante uma energia de emparelhamento nula, como era de se esperar para esses núcleos.

Na Tab. 4.8, apresentamos os resultados para o núcleo ^{56}Ni com o parâmetro $c_{pair} = 0.525$ e observamos os mesmos efeitos da temperatura nos diferentes termos que contribuem para a energia de ligação quando comparados com outros núcleos esféricos estudados até o momento. Acima da temperatura de $T = 4$ MeV observa-se uma evaporação de 4 prótons para o núcleo do ^{56}Ni .

Tabela 4.8: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{56}Ni para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental da E/A a $T = 0$.

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-1479.73	-1408.34	-1249.47
E_{σ}	8181.04	7782.41	6997.76
$E_{\sigma NL}$	-142.61	-147.44	-146.20
E_{ω}	-6887.33	-6535.35	-5839.52
E_{ρ}	-0.17	-0.18	-0.24
E_{coul}	-146.70	-144.10	-137.86
E_{pair}	0.00	0.00	0.00
E_{cm}	-8.04	-8.04	-8.04
E	-483.52	-461.05	-383.57
E/A	-8.63	-8.23	-6.85
exp	-8.64	-	-

Para o núcleo esférico com camada aberta a escolha do parâmetro c_{pair} é importante, pois como vamos mostrar temos uma energia de emparelhamento não nula, mesmo que pequena. Em [8] foi realizado um estudo do efeito do emparelhamento para vários núcleos a temperatura nula, dentre os quais o núcleo ^{90}Zr . Foram obtidos os seguintes valores para o gap do emparelhamento $\Delta_n = 0.20$ e $\Delta_p = 0.92$ para este núcleo, mas utilizando o conjunto de parâmetros dos modelos NL1 e NL2. Procuramos reproduzir estes valores, mas com o conjunto de parâmetros do modelo NL3 para o gap de emparelhamento à temperatura nula, afim de estudarmos o efeito da temperatura neste núcleo esférico com camada aberta. O parâmetro que melhor reproduziu os dados experimentais à temperatura nula para a energia de ligação por nucleon E/A e raio de carga r_{ch} para ambos os núcleo foi $c_{pair} = 0.50$.

Tabela 4.9: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{90}Zr para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$.

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-2279.43	-2230.24	-2049.67
E_{σ}	12681.57	12517.43	11677.11
$E_{\sigma NL}$	-253.42	-253.64	-249.55
E_{ω}	-10660.97	-10511.26	-9756.13
E_{ρ}	-12.92	-11.85	-10.18
E_{coul}	-257.45	-256.29	-250.52
E_{pair}	6.46	0.00	0.00
E_{cm}	-6.86	-6.86	-6.86
E	-783.02	-752.72	-645.81
E/A	-8.70	-8.36	-7.18
exp	-8.71	-	-

Apresentamos na Tab. 4.9 os resultados para o núcleo ^{90}Zr ($N = 50$ e $Z = 40$) dos diversos termos que contribuem para a energia de ligação onde vemos uma energia de emparelhamento $E_{pair} = 6.46$ MeV à $T = 0$. Além do ^{90}Zr estudamos outros núcleos que apresentaram o mesmo comportamento como o ^{136}Xe ($N = 82$ e $Z = 54$) e ^{140}Ce ($N = 82$ e $Z = 58$). Na Fig. 4.6, vemos como a temperatura afeta o espectro de energia do núcleo ^{90}Zr . Novamente, podemos notar que os níveis superficiais são mais sensíveis à temperatura, em virtude de nesta região a energia térmica $K_B T$ ser da ordem de magnitude da energia dos níveis próximos à superfície de Fermi.

Para finalizar, na Tab. 4.10 apresentamos os resultados da energia de ligação por nucleon E/A , entropia S , raio de nêutron r_n , raio de carga r_{ch} , raio de próton r_p e raio quadrático médio r_{rms} com o aumento da temperatura de $T = 0$ a $T = 4$ MeV. Analisando os resultados notamos que estes apresentam o mesmo comportamento com o aumento da temperatura em comparação com os outros núcleos esféricos estudados anteriormente.

Preferimos omitir os resultados do ^{56}Ni , pois o nosso interesse neste núcleo foi somente mostrar que para um núcleo esférico com camada duplamente fechada um valor para o parâmetro c_{pair} pode ser não nulo, pois o nosso cálculo autoconsistente fornece uma energia de emparelhamento nula como era de se esperar. Além disso, o espectro, as variáveis que descrevem a estrutura e a termodinâmica deste núcleo tem o mesmo comportamento dos outros núcleos esféricos já estudados.

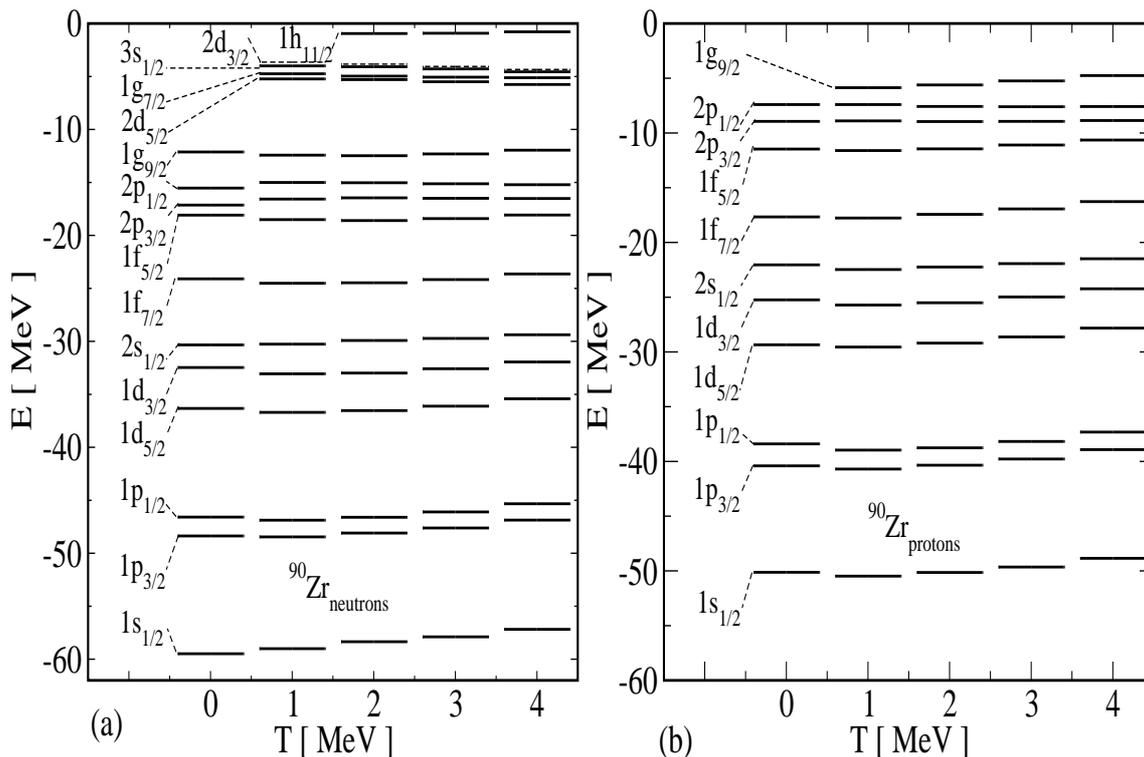


Figura 4.6: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{90}Zr .

Tabela 4.10: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{90}Zr para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para $T = 0$.

T [MeV]	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}
0.0	-8.70	0.00	4.30	4.27	4.20	4.25
1.0	-8.62	11.39	4.30	4.27	4.19	4.25
2.0	-8.36	26.67	4.34	4.29	4.21	4.28
3.0	-7.91	43.17	4.40	4.33	4.23	4.33
4.0	-7.18	62.00	4.50	4.41	4.34	4.43
exp ($T = 0$)	-8.71	-	-	4.26	-	-

4.3 Os núcleos deformados

Nesta secção analisaremos os núcleos deformados Samário ^{150}Sm e Érbio ^{168}Er . Os valores da maior camada dos osciladores usados são $N_b = 20$ e $N_f = 12$. Nas Tabs. 4.11 e 4.12 mostramos os resultados obtidos para estes núcleos deformados. Escolhemos o parâmetro $c_{pair} = 0.59$ para nêutrons e $c_{pair} = 0.57$ para prótons reproduzindo os gaps de emparelhamento que são obtidos das tabelas de massas [32, 33] para o ^{168}Er . O mesmo procedimento foi feito para o ^{150}Sm onde utilizamos o parâmetro $c_{pair} = 0.56$

para nêutrons e prótons. Para ambos os núcleos, notamos um decréscimo na energia de ligação a partir da soma das contribuições parciais quando a temperatura aumenta de $T = 0$ a $T = 4$ MeV. O parâmetro de deformação $\tilde{\beta}$ é calculado autoconsistentemente a partir dos momentos de quadrupolo Eq. (2.88) e hexadecapolo Eq. (2.89) mostradas na secção 2.3. Para uma determinada temperatura as maiores contribuições para a

Tabela 4.11: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{150}Sm para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-3643.87	-3562.46	-3301.03
E_{σ}	21110.07	20885.53	19715.62
$E_{\sigma NL}$	-445.91	-445.52	-438.04
E_{ω}	-17699.56	-17493.58	-16444.66
E_{ρ}	-49.66	-48.09	-42.30
E_{coul}	-520.94	-520.98	-513.60
E_{pair}	16.37	0.00	0.00
E_{cm}	-5.79	-5.79	-5.79
E	-1239.30	-1190.90	-1029.80
E/A	-8.26	-7.94	-6.87
<i>exp</i>	-8.24	-	-
Ref. [10]	-8.26	-7.94	-

Tabela 4.12: Contribuições parciais para a energia de ligação do ^{168}Er para três valores da temperatura. Na última linha o valor experimental para E/A a $T = 0$ e os valores teóricos a $T \neq 0$ da Ref. [10].

T [MeV]	0	2	4
E_{part}	-4051.40	-3940.21	-3650.72
E_{σ}	23717.26	23362.83	22060.72
$E_{\sigma NL}$	-500.95	-502.34	-494.93
E_{ω}	-19874.90	-19555.99	-18387.32
E_{ρ}	-65.36	-65.07	-57.42
E_{coul}	-602.47	-602.43	-595.74
E_{pair}	20.71	0.00	0.00
E_{cm}	-5.57	-5.57	-5.57
E	-1364.67	-1308.78	-1130.99
E/A	-8.12	-7.79	-6.73
<i>exp</i>	-8.13	-	-
Ref. [10]	-8.13	-7.79	-

energia de ligação são os termos relacionados aos mésons σ e ω , mas suas energias se

cancelam fortemente devido aos seus sinais opostos, como no caso dos núcleos esféricos. O aumento da temperatura faz com que ambas as contribuições desses mésons diminuam em magnitude, mas a diferença entre elas é quase constante. A energia do termo de correção do centro de massa não depende da temperatura, mas diferente do que ocorre para os núcleos esféricos a contribuição da energia de emparelhamento é grande diminuindo bruscamente para baixas temperaturas. Para os núcleos ^{150}Sm (^{168}Er), a energia de emparelhamento $E_{pair} = 16.37(20.71)$ MeV a $T = 0$, diminui para $E_{pair} = 9.85(13.93)$ MeV a $T = 0.5$ MeV e para $E_{pair} = 0.02(0.02)$ MeV a $T = 1$ MeV. Em nossos cálculos até $T = 4$ MeV não há nenhuma evaporação de nucleons para o ^{150}Sm enquanto para o ^{168}Er temos a evaporação de quatro nêutrons e três prótons a esta temperatura.

Mostramos nas Tabs. 4.11 e 4.12 uma comparação dos nossos resultados para a energia de ligação por nucleon destes dois núcleos deformados com os dados experimentais à temperatura nula e os resultados teóricos obtidos em [10]. À temperatura nula, nossos resultados mostram que a energia de ligação por nucleon é muito próxima dos valores experimentais para ambos os núcleos. Para temperatura finita os nossos resultados não diferem dos obtidos em [10].

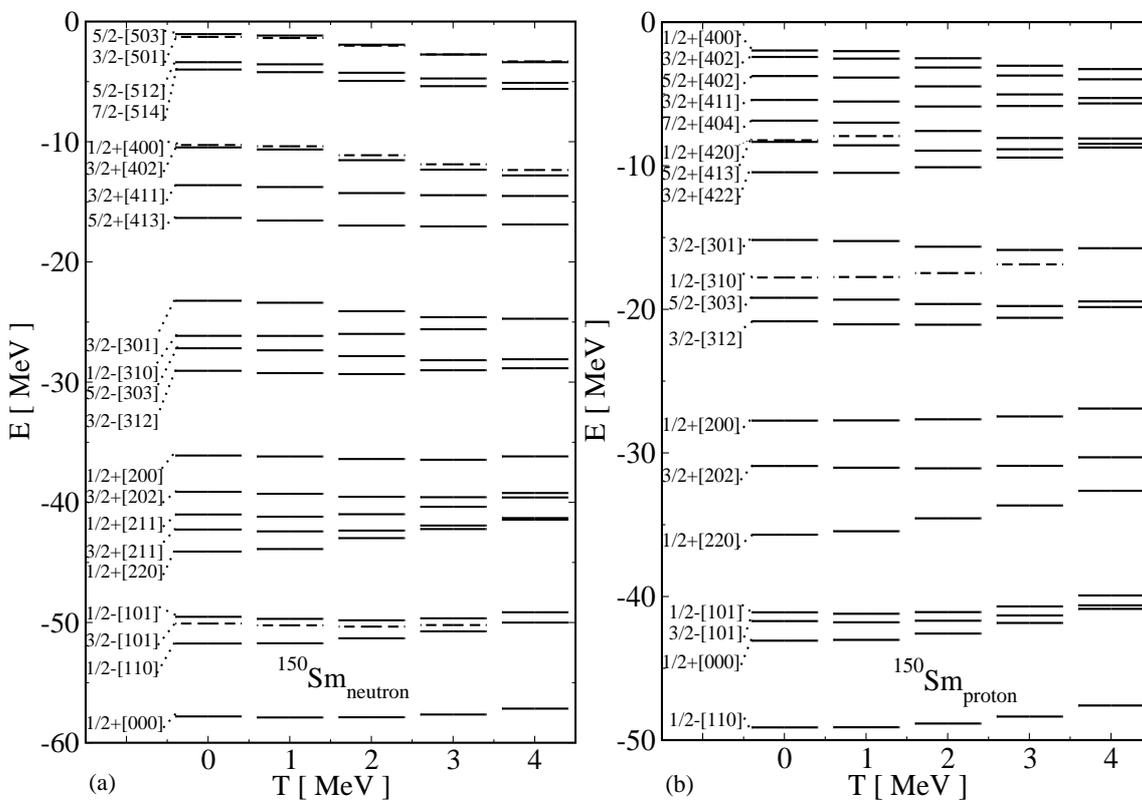


Figura 4.7: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{150}Sm .

Seguindo a mesma seqüência da análise dos resultados dos núcleos esféricos vamos abordar o efeito da temperatura no espectro de energia destes núcleos deformados nas Figs. 4.7 e 4.8. Enquanto que para os núcleos esféricos observamos degenerescências devido ao esquema de Nilson para a representação do espectro de camadas, no caso dos núcleos deformados há um maior número de níveis no espectro de energia e portanto, mostraremos apenas alguns destes níveis. Como podemos ver nas Figs. 4.7 e 4.8 para os núcleos ^{150}Sm e ^{168}Er , respectivamente, os espectros de energia de ambos os núcleos têm um comportamento muito parecido entre si com o aumento da temperatura.

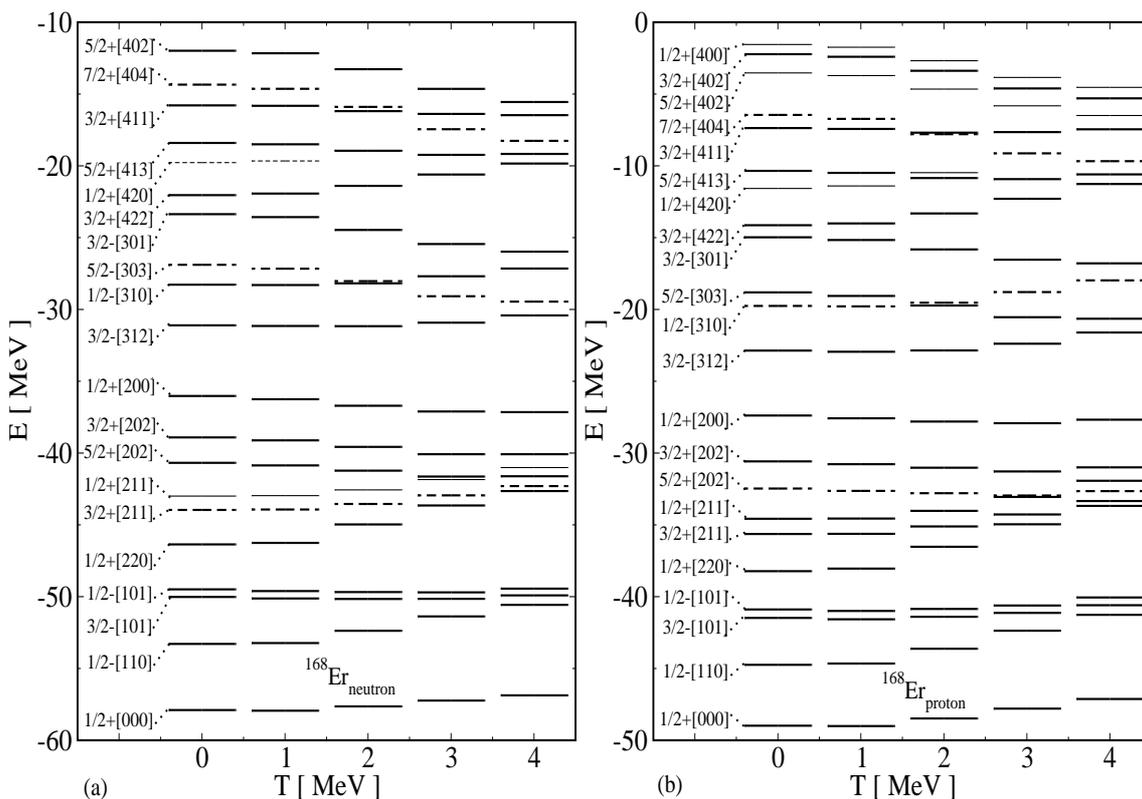


Figura 4.8: O efeito da temperatura no espectro de energia para (a) nêutrons e (b) prótons do ^{168}Er .

Para os núcleos deformados os resultados obtidos sem temperatura para a energia de ligação por nucleon, raio de carga e o parâmetro de deformação são muito similares aos dados experimentais à temperatura nula, como podemos notar nas Tabs. 4.13 e 4.14. Os dados experimentais apresentados em [10] também foram bem reproduzidos. Naquele trabalho a deformação $\tilde{\beta}$ diminuía lentamente com o aumento da temperatura. Na temperatura de $T \sim 3$ MeV a deformação cancelava-se e o núcleo aparentava uma forma esférica, justificado pelos valores mínimos que os raios de carga e quadrático médio assumiam nesta temperatura. Neste ponto, há uma diferença quando analisamos nossos resultados, pois a deformação $\tilde{\beta}$ não se cancela no intervalo de temperaturas que trabalhamos, mas diminui lentamente até $T = 4$ MeV. Mesmo assim, para estas

Tabela 4.13: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{150}Sm para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Dados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.

T	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}	$\tilde{\beta}$
0.0	-8.26	00.00	5.18	5.05	4.99	5.10	0.20
	(-8.26)	(00.00)	(5.19)	(5.05)		(5.10)	(0.20)
1.0	-8.17	21.87	5.18	5.04	4.97	5.09	0.18
	(-8.17)	(21.70)	(5.18)	(5.04)		(5.10)	(0.19)
2.0	-7.93	45.30	5.19	5.03	4.97	5.10	0.12
	(-7.94)	(45.41)	(5.18)	(5.02)		(5.09)	(-0.02)
3.0	-7.52	70.26	5.24	5.06	4.99	5.14	0.06
3.5	-7.22	83.93	5.28	5.08	5.01	5.17	0.04
4.0	-6.87	98.49	5.33	5.11	5.05	5.22	0.03
exp	-8.24	-	-	5.05	-	-	0.19

temperaturas a deformação é muito pequena e o núcleo torna-se esférico. Nos nossos cálculos os raios de carga e quadrático médio assumem um valor mínimo a temperatura de $T \sim 2$ MeV quando tornam a aumentar. Neste intervalo de temperaturas a energia de ligação por nucleon diminui e a entropia aumentam com a temperatura.

Tabela 4.14: Energia de ligação [MeV], entropia [K_B^{-1}] e raios [fm] do ^{168}Er para diversos valores da temperatura. Os dados experimentais são para temperatura nula. Os resultados teóricos da Ref. [10] são apresentados entre parênteses.

T	E/A	S	r_n	r_{ch}	r_p	r_{rms}	$\tilde{\beta}$
0.0	-8.12	00.00	5.44	5.28	5.22	5.35	0.34
	(-8.13)	(00.00)	(5.45)	(5.28)		(5.36)	(0.35)
1.0	-8.04	22.27	5.43	5.27	5.21	5.34	0.32
	(-8.05)	(21.99)	(5.44)	(5.28)		(5.35)	(0.33)
2.0	-7.79	50.53	5.44	5.25	5.20	5.34	0.24
	(-7.79)	(50.50)	(5.43)	(5.25)		(5.34)	(0.23)
3.0	-7.37	78.90	5.47	5.26	5.19	5.36	0.14
	(-7.41)	(76.39)	(5.45)	(5.24)		(5.34)	(0.00)
3.5	-7.08	93.82	5.50	5.27	5.21	5.39	0.10
	(-7.19)	(87.74)	(5.48)	(5.25)		(5.36)	(0.01)
4.0	-6.73	109.71	5.55	5.29	5.23	5.42	0.07
exp	-8.55			5.31			0.34

4.4 A energia de excitação, entropia e emparelhamento em função da temperatura

Um dos objetivos desta tese apresentado na introdução é obter o efeito da temperatura no emparelhamento através de um cálculo autoconsistente de DHB. Nas Figs. 4.9 (a) e (b) apresentamos a dependência com a temperatura do valor médio do parâmetro de gap para os nêutrons $\langle \Delta_n \rangle$ e também a energia de emparelhamento para a cadeia de isótopos do Estanho ^{50}Sn , respectivamente. A diferença de massa par-ímpar à temperatura nula obtida pela compilação das massas por Audi–Wapstra [32] (círculos pretos) e por Moller–Nix [33] (quadrados vazios) para os isótopos deste núcleo são mostradas na Fig. 4.9 (a). O valor médio do parâmetro do gap para os nêutrons é calculado numericamente como a diferença entre as energias de ligação de núcleos par-par e da vizinhança de massa ímpar, como

$$\langle \Delta_n(Z, A) \rangle = B(Z, A) - \frac{1}{2}[B(Z, A - 1) + B(Z, A + 1)]. \quad (4.22)$$

Os nossos resultados mostram que o valor médio do parâmetro do gap para os nêutrons a $T = 0$ está em bom acordo com os valores experimentais e que diminui com o aumento da temperatura. Para um aumento de temperatura bem pequeno ($T \sim 1$ MeV) o valor médio do gap de emparelhamento dos nêutrons $\langle \Delta_n \rangle$ já é quase nulo. A energia de emparelhamento também está de acordo com os dados experimentais para $A = 132$. O efeito da temperatura na energia de emparelhamento é similar ao produzido no gap de emparelhamento, ou seja, esta energia diminui com o aumento da temperatura e se anula para os valores de A onde este núcleo é esférico.

Nesta secção, vamos também investigar algumas grandezas termodinâmicas dos nossos sistemas nucleares. Como discutimos na introdução a baixas temperaturas o núcleo deve passar por uma transição de fase líquido-gás. Esta transição foi recentemente observada em experiências de fragmentação nuclear, onde se observou um patamar na curva calórica em torno de $T \sim 5$ MeV [13, 15], depois da curva ter sofrido um certo aumento da temperatura. A variação da entropia com a temperatura também poderá indicar a existência desta transição, onde na temperatura crítica se espera um aumento na entropia [11]. Estudos desta transição foram feitos para a matéria nuclear na aproximação de Thomas–Fermi conforme discutimos na introdução [12]. Estes indicativos de uma transição de fase de primeira ordem nos levaram a estudar a energia de excitação em função da temperatura, ou seja, a obter a curva calórica para os núcleos estudados. Nesta tese, a energia de excitação é definida como

$$\frac{E^*(T)}{A} = \frac{E(T)}{A} - \frac{E(0)}{A}. \quad (4.23)$$

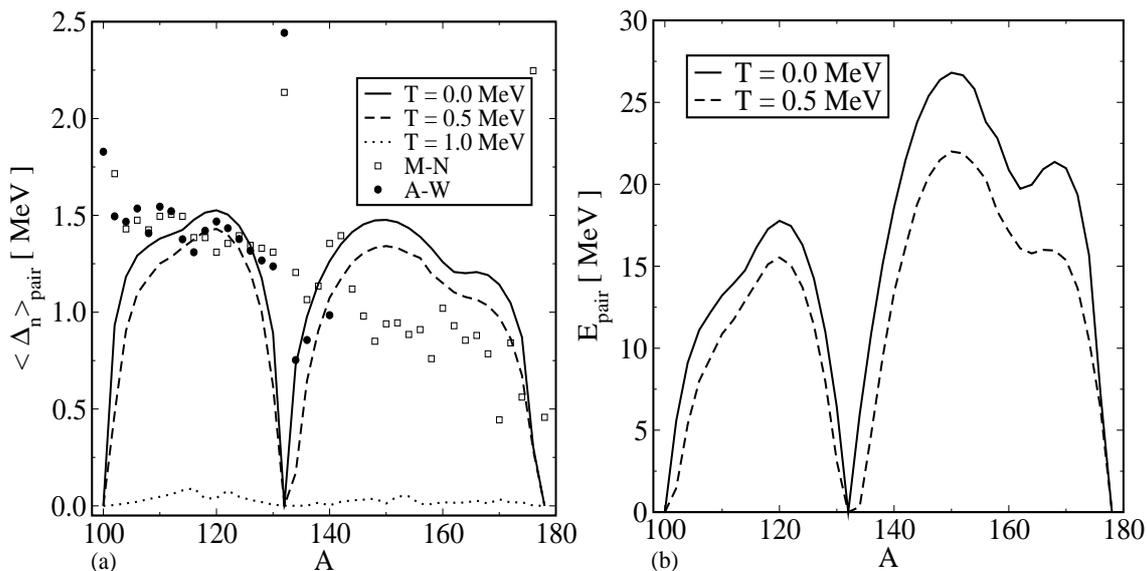


Figura 4.9: O gap de (a) nêutrons e (b) a energia de emparelhamento para o ^{50}Sn . Os valores experimentais são obtidos a partir de tabelas de massa par-ímpar a $T = 0$ conforme Audi-Wapstra [32] (círculos pretos) e por Moller-Nix [33] (quadrados vazios).

A seguir apresentamos as curvas calóricas por nucleon $E^*(T)/A$, para os núcleos não muito pesados até o ^{100}Sn na Fig. 4.10 (a) e para os núcleos pesados na Fig. 4.10 (b). Podemos observar que a energia de excitação aumenta bastante até $T = 3$ MeV a $T = 4$ MeV e depois cresce mais lentamente com a temperatura. Este aumento é mais pronunciado para os núcleos leves. Ao aumentarmos bastante a temperatura até $T = 7$ MeV vemos que a energia de excitação cresce pouco com a temperatura sinalizando uma possível transição de fase. Na Fig. 4.10 (a) apresentamos uma comparação da curva calórica para os núcleos mais leves até o ^{100}Sn com dados experimentais da colisão de íons pesados a altas energias para massas 50 – 100 [13] (triângulos) e 200 [14] (quadrados). Na Fig. 4.10 (b) comparamos os nossos resultados para núcleos pesados com os dados experimentais obtidos a energias intermediárias para um núcleo composto de massa ~ 160 [15] (estrelas). Nesta mesma figura os resultados teóricos obtidos em [12] para o ^{166}Sm indicam que a energia de excitação aumenta com a temperatura para uma fração de prótons fixa $Y_p = 0.37$. Quando o volume de *freeze-out* varia de $6V_0$ para $9V_0$ (V_0 é o volume a $T = 0$) a fração de prótons aumenta ($Y_p \geq 0.37$) devido à evaporação de nêutrons com o aumento da temperatura e a curva calórica aproxima-se dos dados experimentais das referências [13] e [14]. Como podemos ver as curvas calóricas por nós obtidas estão em bom acordo com os resultados experimentais para os núcleos mais leves, enquanto as obtidas em [12] estão em acordo para o núcleo pesado ^{166}Sm .

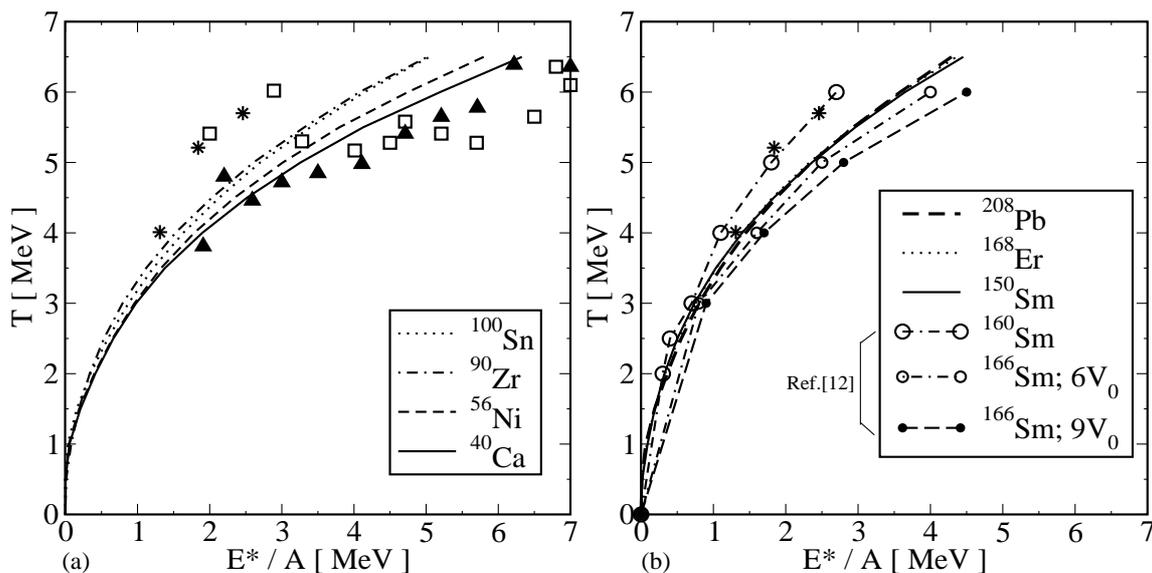


Figura 4.10: A curva calórica para os (a) núcleos esféricos leves e (b) deformados pesados. Na figura (a) os dados experimentais obtidos a partir da colisão de íons pesados no intervalo de massa de 50 – 100 [13] (triângulos) a 200 [14] (quadrados) e para ~ 160 [15] (estrelas). Na figura (b) são apresentados os resultados teóricos para o ^{166}Sm obtidos em [12] para fração de prótons fixa $Y_p = 0.37$ (círculo grande vazio) e volumes fixos $6V_0$ (círculo médio vazio) e $9V_0$ (círculo pequeno cheio).

Como já fizemos referência na introdução, o cálculo que realizamos usa uma base de osciladores e com o aumento da temperatura os nucleons evaporados (com energia positiva) continuam sendo levados em conta nas funções de onda dos osciladores usados para diagonalizar a hamiltoniana de Dirac-Gorkov. Acreditamos que esta limitação imposta pelos nossos cálculos nos leva a ver com cautela os resultados obtidos para a energia de excitação devido aos nucleons que são evaporados com o aumento da temperatura. Para obtermos uma melhor descrição desta transição de fase teríamos que levar em conta os estados do contínuo no nosso cálculo.

A variação da entropia em função da temperatura para os núcleos estudados nesta tese é mostrada na Fig. 4.11. Como era esperado para os núcleos mais pesados (com maiores graus de liberdade) a entropia aumenta mais com a temperatura. A variação da entropia com a temperatura é aproximadamente linear conforme o esperado para um gás de Fermi a baixas temperaturas. Caso utilizássemos uma base de Hartree no cálculo da entropia observaríamos que na Fig. 4.11 a entropia não seria nula para $T = 0$ para os núcleos deformados. Por exemplo, para o núcleo ^{150}Sm teríamos $S = 20.24[K_B^{-1}]$ e para o núcleo ^{168}Er teríamos $S = 24.50[K_B^{-1}]$. Para remover estes valores não nulos da entropia em $T = 0$, nós a calculamos numa base de estados de Bogoliubov (quase-partícula) de forma que nos núcleos deformados o efeito do emparelhamento no cálculo da entropia não é levado em conta em $T = 0$, isto é, uma entropia

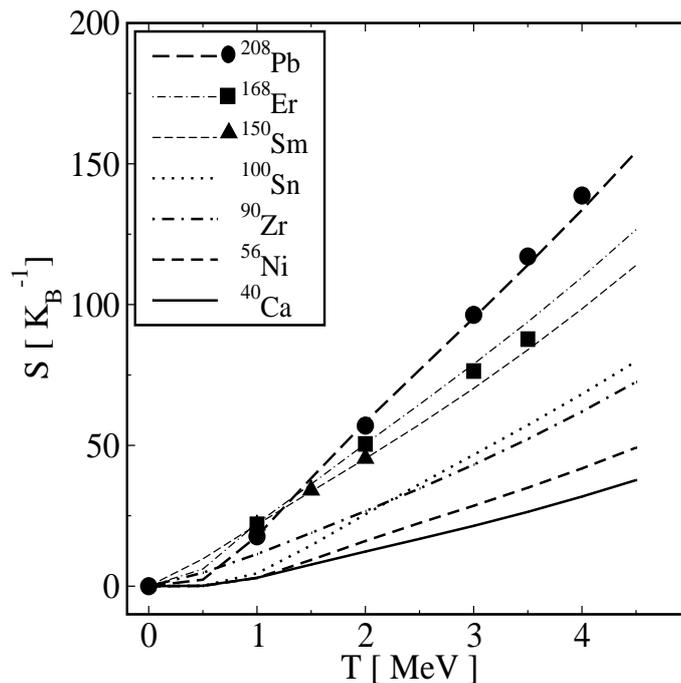


Figura 4.11: A entropia [K_B^{-1}] para os núcleos esféricos e deformados estudados nesta tese. Os círculos (^{208}Pb), quadrados (^{168}Er) e triângulos (^{150}Sm) são os resultados teóricos obtidos na Ref. [10].

não nula para núcleos deformados poderia ser entendida como um efeito do emparelhamento em $T = 0$. O calor específico que pode ser identificado com a inclinação deste gráfico para temperaturas acima de 1.0 MeV varia pouco com a temperatura e é maior para os núcleos pesados. Nesta mesma figura, há uma comparação da entropia obtida nesta tese com [10] (quadrados cheios), onde a função de distribuição térmica usada foi a de Fermi–Dirac para os nucleons com massa efetiva M^* , mas desprezando o efeito de emparelhamento nas frequências (relação de dispersão). Como se pode constatar os resultados são bastante similares o que justifica a aproximação seguida em [10].

Conforme discutimos na introdução, a ausência de uma variação grande da entropia para uma dada temperatura (a temperatura crítica) se deve ao cálculo para sistemas finitos que estamos tratando.

5 O efeito da temperatura no pseudospin nuclear

5.1 A simetria de pseudospin nuclear

O conceito de pseudospin foi introduzido há cerca de trinta anos [34, 35] para levar em conta a quase degenerescência dos estados com números quânticos $(n, \ell, j = \ell + 1/2)$ e $(n - 1, \ell + 2, j = \ell + 3/2)$ onde n, ℓ e j são os números quânticos radial, orbital e momento angular total, respectivamente. A estrutura desses pares é expressa em termos de um pseudo-momento angular orbital $\tilde{\ell} = \ell + 1$ acoplado ao número quântico pseudospin $\tilde{s} = 1/2$, com $j = \tilde{\ell} \pm \tilde{s}$. Por exemplo, no modelo de camadas os pares quase degenerados são da forma $[ns_{1/2}, (n-1)d_{3/2}]$ com $\tilde{\ell} = 1$ e $[np_{3/2}, (n-1)f_{5/2}]$ com $\tilde{\ell} = 2$.

A simetria de pseudospin foi inicialmente analisada em modelos não relativísticos em diversos trabalhos [36, 37, 38]. A interpretação relativística surgiu há alguns anos quando Ginocchio [16] mostrou que esta simetria estava relacionada ao número quântico $\tilde{\ell}$ que é o número quântico do momento angular da componente inferior do espinor de Dirac para potenciais esféricos. Além disso, este trabalho mostrou que $\tilde{\ell}$ era um bom número quântico na teoria relativística para o nucleon com potenciais escalares S e vetoriais V com sinais opostos e de mesma magnitude, isto é, $\Sigma = S + V = 0$. Atualmente, é aceito que somente a derivada do potencial Σ sendo nula é suficiente para a existência desta simetria [39], mas se Σ tende a zero no infinito, ambas as condições são equivalentes. Estes estudos estão de acordo com a fenomenologia obtida nas teorias relativísticas de campo médio, onde os potenciais escalar e vetorial nucleares, embora grandes, cancelam-se dando um valor relativamente pequeno para o potencial de ligação Σ na escala da massa do nucleon [40].

Trabalhos posteriores tentaram explicar como a simetria de pseudospin é realizada no núcleo, mais precisamente porque os pares de pseudospin no núcleo são quase-degenerados. Nos trabalhos [41, 42] foi mostrado que a degenerescência não somente depende do poço do potencial nuclear Σ , mas também da forma deste potencial, isto é, do raio e da difusividade. Usando uma decomposição de energia baseada numa equação tipo de Schrödinger para a componente radial inferior do espinor de Dirac, foi possível concluir que a quase-degenerescência de alguns pares de pseudospin surgem de um cancelamento entre os termos da decomposição. Na verdade o termo de pseudospin orbital é em geral maior do que a energia de separação entre os pares de pseudospin. Isto estava de acordo com os resultados obtidos nos trabalhos [43, 44] onde o foi mostrado que o acoplamento pseudospin-órbita é uma quantidade não perturbativa. A conclusão foi que a simetria de pseudospin no núcleo tem um caráter dinâmico [41, 42].

Ginocchio [16], enfatizou que a simetria de pseudospin na hamiltoniana de Dirac era certamente uma simetria relativística da natureza. Esta declaração ficou bastante clara nos nossos trabalhos [45, 46] onde apresentamos o oscilador harmônico relativístico generalizado para partículas de spin $1/2$ com potenciais escalar S , vetorial V e tensorial U , isto é potenciais esféricamente simétricos. O estudo desses potenciais do tipo oscilador harmônico, onde os potenciais $\Sigma = V + S$ e $\Delta = V - S$ são quadráticos e o potencial tensorial U linear na coordenada radial r levaram a alguns resultados importantes no estudo da simetria de pseudospin nuclear e, serviram como um fortalecimento da declaração de Ginocchio. Na presença destes potenciais nucleares a simetria de pseudospin é quebrada no núcleo não perturbativamente, mas quando satisfazem a relação $S = -V$ ($\Sigma = 0$) e o potencial tensorial $U = 0$, então observa-se uma degenerescência $(2\tilde{n} + \tilde{l})$, que significa que não somente os estados com os mesmos (\tilde{n}, \tilde{l}) (pares de pseudospin) são degenerados, isto é a exata simetria de pseudospin, mas também estados com $(\tilde{n} - 1, \tilde{l} + 2)$ ou $(\tilde{n} + 1, \tilde{l} - 2)$ têm a mesma energia (degenerescência do pseudo-oscilador harmônico) [46]. Neste caso, $\Delta = V - S$ é um potencial de oscilador harmônico que atua como um potencial de ligação o que permite somente estados ligados de energia positiva. Quando o potencial tensorial é não nulo, então os estados de energia negativa são observados no espectro de energia e há uma quebra perturbativa na degenerescência do oscilador $(2\tilde{n} + \tilde{l})$. Por outro lado, quando a relação satisfeita pelos potenciais é $S = V$ ($\Delta = 0$) e o potencial tensorial $U = 0$, a degenerescência observada é entre os pares de spin órbita, ou seja, a degenerescência usual $(2n + l)$ observada no espectro do oscilador harmônico não relativístico. Quando o potencial tensorial é ligado a degenerescência spin-órbita é quebrada de novo perturbativamente.

O acoplamento tensorial foi inicialmente usado por Furnstahl [47] nos estudos das propriedades nucleares com lagrangianas efetivas incluindo teorias de campo médio relativísticas, e por Mao [48] no modelo da aproximação relativística de Hartree. Estes

trabalhos avaliaram suas influências nos observáveis nucleares, a separação spin-órbita dos níveis de partícula única no núcleo, e concluíram que o acoplamento tensorial, mesmo sendo um termo de ordem superior na expansão relativística, aumentava significativamente o acoplamento spin-órbita. Isto sugeriu que o acoplamento tensorial poderia ter também uma contribuição significativa nas separações da energia dos pares de pseudospin no núcleo visto este acoplamento também afetar o acoplamento spin-órbita da componente inferior do espinor de Dirac. Esperava-se que esta contribuição fosse de particular relevância para os níveis próximos da superfície de Fermi, pois o acoplamento tensorial em teorias de campo médio depende da derivada do potencial vetorial que possui um pico próximo da superfície de Fermi. A interação tensorial foi também considerada para explicar como o termo spin-órbita pode ser pequeno para Λ -núcleos e grande no caso nucleon-núcleos [49]. Foi assumido que no setor estranho (o caso do híperon- Λ) o acoplamento tensorial era grande e o termo spin-órbita obtido a partir desta interação podia ser cancelado em parte pela contribuição vinda das interações escalar e vetorial. A interação tensorial podia mudar fortemente o termo spin-órbita.

Neste espírito, investigamos se esta interação podia afetar o termo pseudospin-órbita. Realizamos um cálculo de campo médio para os níveis de nêutrons no núcleo ^{208}Pb [50], onde usamos potenciais de campo médio vetorial e escalar de Lorentz da forma de potenciais de Woods-Saxon incluindo o termo do acoplamento tensorial. Encontramos que o potencial tensorial tinha um notável efeito na separação do pseudospin, em especial para os pares de pseudospin próximos ao nível de Fermi. Podemos perceber claramente, a partir da Fig. 5.1 que ligando o acoplamento tensorial há uma diminuição na energia de separação dos pares de pseudospin próximos ao nível de Fermi. Para $f_v = 1.3$ o par $[2f_{5/2} - 3p_{3/2}]$ torna-se quase degenerado enquanto o par $[1i_{11/2} - 2g_{9/2}]$ inverte a sua ordem. O interessante é que os valores experimentais da energia para estes dois pares têm a sua ordem invertida, algo que não é reproduzido pelos modelos relativísticos sem o acoplamento tensorial. A Fig. 5.1 também mostra que quando aumentamos o acoplamento tensorial f_v a energia dos pares de pseudospin com $\kappa < 0$ tornam-se mais profundos e $\kappa > 0$ não ligados. Esta sistemática é um indicativo que a simetria de pseudospin é melhorada pela interação tensorial ao mostrar que os pares de pseudospin superficiais são afetados pelo acoplamento tensorial e que este acoplamento reduz a separação entre os níveis de energia destes. Esta redução pode ser significativa ao ponto de inverter a ordem dos níveis, onde os estados com spin alinhado ($j = l + 1/2$) possuem uma energia maior que a dos estados com spin não-alinhado ($j = l - 1/2$).

Como vimos, observa-se uma degenerescência entre pares de pseudospin ou spin-órbita conforme as relações entre os potenciais escalar e vetorial sejam satisfeitas. Além disso, com a escolha apropriada dos sinais, os potenciais que satisfazem a relação $S = \pm V$ são capazes de ligar férmions ou antiférmions. Este fato foi explicado

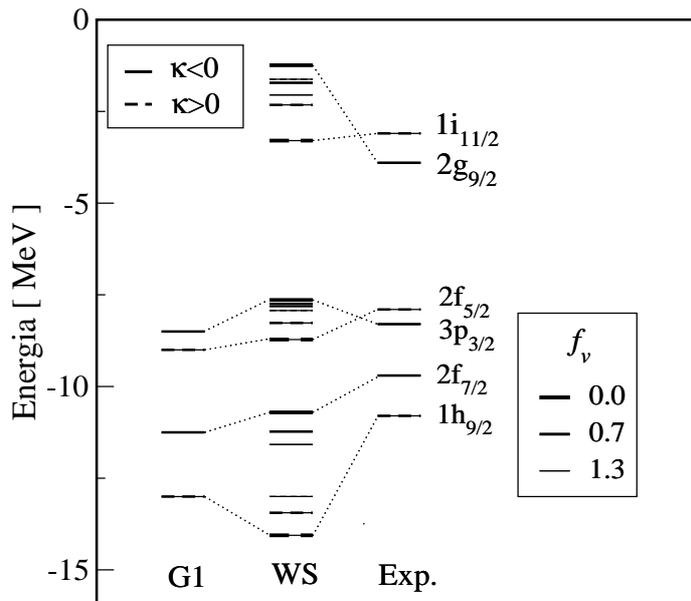


Figura 5.1: Níveis de energia de partícula única calculados para os pares de pseudospin $[2f_{7/2} - 1h_{9/2}]$, $[2f_{5/2} - 3p_{3/2}]$ e $[1i_{11/2} - 2g_{9/2}]$ dos nêutrons no ^{208}Pb . Os valores mais à esquerda são os correspondentes do modelo G1 de Furnsthal [51] e os valores experimentais [52] estão na coluna à direita. Na coluna central (WS) estão os nossos cálculos com potenciais de Wood–Saxon para três valores da força de acoplamento f_v [50], correspondendo as linhas de diferentes espessuras. Os níveis dos pares de pseudospin com $\kappa < 0$ são representados por linhas sólidas, enquanto aqueles com $\kappa > 0$ têm linhas espaçadas.

recentemente para mostrar que no núcleo, as transformações de conjugação de carga relacionam a simetria de spin das soluções de estado ligado negativas (antinucleons) com a simetria de pseudospin das soluções de estado ligado positivas (nucleons) [53].

Como parte desta dissertação dedica-se aos núcleos deformados, torna-se necessário apresentar a simetria de pseudospin numa base deformada. Na secção 4.1, desenvolvemos a solução numérica para o formalismo de Dirac–Hartree–Bogoliubov numa base deformada. Os campos mesônicos e as funções de onda fermiônicos foram expandidos em termos de um potencial de oscilador harmônico deformado axialmente, como mostrado em [54]. A estrutura dos pares de pseudospin também é mantida para núcleos deformados [54], podendo ser representada na forma quase degenerada por $(\Omega = \Lambda + 1/2)_\pi[N, n, \Lambda]$ e $(\Omega' = \Lambda + 3/2)_\pi[N, n, \Lambda' = \Lambda + 2]$. Nesse formalismo, N é o número quântico total na base do oscilador harmônico, n é o número de quantas para oscilações ao longo ao eixo de simetria apropriado, Λ e Ω são as componentes do momento angular orbital e total projetado no eixo de simetria. A estrutura dos pares de pseudospin em termos da projeção do pseudo-momento angular orbital, $\tilde{\Lambda} = \Lambda + 1$ é acoplado à projeção do pseudospin $\tilde{s} = \pm 1/2$, originando os estados $\Omega = \tilde{\Lambda} - 1/2$ e $\Omega' = \tilde{\Lambda} + 1/2$. Então, para núcleos deformados com simetria axial, as seguintes relações

são válidas

$$\begin{aligned} (\Omega = \Lambda + 1/2)_\pi[N, n, \Lambda] &\rightarrow (\tilde{\Omega} = \tilde{\Lambda} - 1/2 = \Omega)_\pi[\tilde{N} = N + 1, \tilde{n} = n, \tilde{\Lambda} = \Lambda + 1] \\ (\Omega' = \Lambda + 3/2)_\pi[N, n, \Lambda + 2] &\rightarrow (\tilde{\Omega}' = \tilde{\Lambda} + 1/2 = \Omega')_\pi[\tilde{N}, \tilde{n}, \tilde{\Lambda}], \end{aligned} \quad (5.1)$$

o que nos permite identificar os estados com números quânticos $(\tilde{\Omega} = \tilde{\Lambda} \pm 1/2)_\pi[\tilde{N}, \tilde{n}, \tilde{\Lambda}]$ como os dois pares de pseudospin simetria que são quase degenerados. Apenas como um exemplo, nesta base deformada os pares de pseudospin $(1/2_+[200] - 3/2_+[202])$ têm $\tilde{\Lambda} = 1$ e $(3/2_-[501] - 5/2_-[503])$ têm $\tilde{\Lambda} = 2$.

5.2 O efeito da temperatura e emparelhamento no pseudospin nuclear

Nesta tese estamos analisando o efeito da temperatura numa teoria relativística de campo médio na aproximação de Dirac–Hartree–Bogoliubov para núcleos esféricos e deformados onde levamos em conta o emparelhamento nuclear. Nos capítulos anteriores notamos que a temperatura afeta o espectro de energia desses núcleos. Mais precisamente, a energia de ligação por nucleon diminui à medida que a temperatura aumenta. Nesta secção, motivados por esse efeito da temperatura no espectro de energia e dos nossos estudos anteriores na simetria de pseudospin nuclear decidimos investigar também o efeito da temperatura nos pares de pseudospin. Como já dissemos, o pseudospin nuclear é também observado nos núcleos deformados e, por isso faremos uma análise não somente do efeito da temperatura, mas também do emparelhamento no pseudospin nuclear.

Primeiramente faremos uma análise numérica do efeito da temperatura no pseudospin nuclear para o núcleo esférico ^{208}Pb , onde o emparelhamento é nulo. Ao analisar o espectro de energia para o ^{208}Pb na Fig. 4.5 do capítulo 4, identificamos os pares de pseudospin com os níveis que apresentam a classificação $[n, \ell, j = \ell + 1/2]$ e $[n - 1, \ell + 2, j = \ell + 3/2]$

As energias calculadas para os pares de pseudospin do ^{208}Pb são mostradas na Tab. 5.1 para três projeções do pseudo–momento angular orbital $\tilde{l} = 1, 2, 3$. Para $T = 0$ MeV, a separação de energia entre os pares de pseudospin diminui quando a energia de ligação diminui, e podemos notar a quase degenerescência para os pares próximos da superfície. O mesmo comportamento é observado para temperaturas não nulas, mas a separação de energia entre os pares de pseudospin aumenta quando a temperatura aumenta. O efeito não é grande, mas podemos dizer que a simetria de pseudospin piora quando a temperatura aumenta para os pares próximos à energia de Fermi.

Tabela 5.1: Espectro de energia para os pares de pseudospin com $\tilde{l} = 1, 2, 3$ do ^{208}Pb para vários valores da temperatura.

T [MeV]		0	1	2	3	4
$1d_{3/2}$	$\tilde{l} = 1$	-44.105	-44.022	-43.666	-43.280	-42.723
$2s_{1/2}$		-41.168	-40.795	-40.100	-39.876	-39.282
ΔE		2.937	3.227	3.566	3.404	3.441
$2d_{3/2}$		-18.731	-18.743	-18.776	-18.821	-18.847
$3s_{1/2}$		-18.251	-17.971	-17.149	-17.851	-17.858
ΔE		0.480	0.772	1.627	0.970	0.989
$1f_{5/2}$	$\tilde{l} = 2$	-34.507	-34.523	-34.433	-34.147	-33.708
$2p_{3/2}$		-30.435	-30.315	-29.963	-29.853	-29.514
ΔE		4.072	4.208	4.470	4.294	4.194
$2f_{5/2}$		-8.990	-8.976	-9.134	-9.329	-9.587
$2p_{3/2}$		-8.358	-8.267	-8.290	-8.512	-8.715
ΔE		0.632	0.709	0.844	0.817	0.872
$1g_{7/2}$	$\tilde{l} = 3$	-24.081	-24.169	-24.287	-24.130	-23.858
$2d_{5/2}$		-20.298	-20.214	-20.030	-20.049	-19.975
ΔE		3.783	3.955	4.257	4.081	3.883
$2g_{7/2}$		0.000	-0.514	-0.743	-1.019	-1.402
$3d_{5/2}$		0.000	-0.493	-0.591	-0.845	-1.159
ΔE		0.000	0.021	0.152	0.174	0.243
$1h_{9/2}$	$\tilde{l} = 4$	-13.357	-13.475	-13.740	-13.739	-13.681
$2f_{7/2}$		-10.862	-10.772	-10.691	-10.828	-10.980
ΔE		2.495	2.703	3.049	2.911	2.701

Para estudar o efeito da temperatura no pseudospin nuclear para o núcleo deformado Érbio ^{168}Er , além da contribuição da deformação, o emparelhamento também torna-se presente. Ao analisarmos o espectro de energia para os nêutrons do ^{168}Er no esquema de Nilson mostrado na Fig. 4.8 (a) podemos identificar diversos pares de pseudospin incluindo valores elevados de $\tilde{\Lambda}$. Mostramos na Tab. 5.2 as energias dos pares de pseudospin para nêutrons do ^{168}Er , para projeções do pseudo-momento angular $\tilde{\Lambda} = 1, 2, 3, 4$. Nesta tabela para $T = 0$ MeV, podemos ver que novamente a separação de energia entre os pares de pseudospin diminui quando a energia de ligação também diminui. Nota-se que à medida que o pseudo-momento angular $\tilde{\Lambda}$ cresce os pares de pseudospin ficam mais degenerados, isto é, a simetria de pseudospin é melhor realizada para os níveis próximos da superfície. Este argumento mostra-se válido para temperaturas finitas, e o aumento da temperatura acarreta numa pequena quebra na simetria de pseudospin no caso dos núcleos deformados.

Comparando os pares de pseudospin do ^{208}Pb e ^{168}Er notamos que o efeito conjunto da deformação e do emparelhamento melhoram a simetria de pseudospin

nuclear, visto a diferença de energia para os pares de pseudospin no núcleo deformado ^{168}Er serem menores do que no caso do ^{208}Pb . Este resultado indica como a simetria de pseudospin depende bastante da superfície nuclear, fato já apontado quando analisamos

Tabela 5.2: Espectro de energia para os pares de pseudospin com $\tilde{\Lambda} = 1, 2, 3, 4$ do ^{168}Er para vários valores da temperatura.

T [MeV]	Ref.[54]	0	1	2	3	4
3/2+[202]	$\tilde{\Lambda} = 1$	-38.911	-39.117	-39.569	-40.081	-40.080
1/2+[200]		-36.024	-36.294	-36.705	-37.105	-37.151
ΔE		2.877	2.823	2.864	2.976	2.929
3/2-[312]		-31.104	-31.149	-31.164	-30.919	-30.413
1/2-[310]		-28.274	-28.301	-28.179	-27.689	-27.149
ΔE		2.830	2.848	2.985	3.230	3.264
3/2+[422]		-22.040	-21.928	-21.396	-20.603	-19.840
1/2+[420]		-19.773	-19.658	-18.929	0.000	0.000
ΔE		2.267	2.270	2.467	-	-
3/2-[532]		-12.036	-11.863	-11.041	-9.966	-9.159
1/2-[530]		-10.682	-10.520	-9.648	0.000	0.000
ΔE		2.000	1.343	1.393	-	-
3/2+[402]	-10.603	-10.648	-10.821	-11.962	-13.389	-14.315
1/2+[400]	-10.207	-10.309	-10.490	-11.532	-12.871	-13.793
ΔE	0.396	0.339	0.331	0.430	0.518	0.522
5/2-[303]	$\tilde{\Lambda} = 2$	-26.890	-27.160	-28.031	-29.078	-29.457
3/2-[301]		-23.365	-23.571	-24.464	-25.443	-25.973
ΔE		3.525	3.589	3.567	3.635	3.484
5/2+[413]		-18.406	-18.500	-18.948	-19.233	-19.169
3/2+[411]		-15.792	-15.818	-16.189	-16.386	-16.469
ΔE		2.614	2.682	2.759	2.847	2.700
5/2-[523]		-9.366	-9.285	-9.217	-8.966	-8.687
3/2-[521]		-8.124	-8.020	-7.888	-7.619	-7.507
ΔE		1.242	1.265	1.329	1.347	1.180
5/2-[503]	-0.960	-1.092	-1.243	-2.294	-3.747	-4.825
3/2-[501]	-1.349	-1.332	-1.475	-2.369	-3.608	-4.591
ΔE	0.389	0.240	0.232	0.075	0.139	0.234
7/2-[514]	$\tilde{\Lambda} = 3$	-5.931	-6.047	-6.858	-7.630	-8.031
5/2-[512]		-5.162	-5.199	-5.822	-6.446	-6.936
ΔE		0.769	0.848	1.036	1.184	1.095
7/2+[404]	-14.160	-14.344	-14.637	-15.897	-17.451	-18.258
5/2+[402]	-12.083	-11.985	-12.158	-13.268	-14.638	-15.553
ΔE	2.077	2.359	2.479	2.629	2.813	2.705
9/2-[505]	$\tilde{\Lambda} = 4$	-2.375	-2.647	-4.137	-6.037	-7.222
7/2-[503]		-2.417	-2.563	-3.661	-5.138	-6.242
ΔE		0.042	0.084	0.476	0.899	0.980

a importância do acoplamento tensorial nesta simetria nuclear.

Como discutimos anteriormente, a simetria de pseudospin é melhor realizada para os níveis próximos à superfície. Esta observação é verificada para núcleos esféricos e deformados e mostra que a simetria é um efeito de superfície. Isto nos leva ao estudo do efeito do emparelhamento no pseudospin nuclear para o núcleo deformado ^{168}Er . Como a temperatura conspira para a simetria de pseudospin vamos estudar o efeito do emparelhamento nesta simetria, mas à temperatura nula. Em nossos cálculos o fator c_{pair} multiplica a interação de emparelhamento de forma que para diversos valores deste parâmetro podemos estudar que observáveis físicos dependem da interação de emparelhamento, escolhendo aquele valor de c_{pair} que melhor ajusta os observáveis. Desse modo, para investigar o papel do emparelhamento no pseudospin nuclear escolhemos um intervalo para o parâmetro c_{pair} que mesmo diferindo do melhor ajuste ainda reproduza resultados realísticos. Mostramos na Tab. 5.3 este estudo onde as energias dos pares de pseudospin do núcleo deformado ^{168}Er são obtidas para diversos valores do parâmetro c_{pair} .

Os resultados apresentados indicam que para um determinado parâmetro c_{pair} a energia de separação entre os pares de pseudospin diminui à medida que a energia de ligação também diminui. Para esse mesmo parâmetro também notamos que a degenerescência entre os pares de pseudospin ocorre conforme o pseudo momento angular aumenta. Contudo, vemos que ao aumentar a interação de emparelhamento a energia de separação entre os pares de pseudospin aumenta, mas para o intervalo entre $c_{pair} = 0.55$ e $c_{pair} = 0.60$ a degenerescência mantém-se constante. Este intervalo de convergência é justamente o utilizado em nossos cálculos que melhor se ajustam aos observáveis físicos para este núcleo deformado. Podemos portanto concluir que a interação de emparelhamento nuclear assim como a temperatura não favorecem a simetria de pseudospin nuclear.

Tabela 5.3: Espectro de energia para os pares de pseudospin do ^{168}Er para diversos valores da constante c_{pair} de emparelhamento.

T [MeV]	Ref.[54]	0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70
3/2+[202]	$\tilde{\Lambda} = 1$	-38.857	-39.915	-38.911	-38.911	-38.924	-39.399
1/2+[200]		-36.052	-36.012	-36.024	-36.024	-36.114	-36.679
ΔE		2.805	2.903	2.887	2.887	2.817	2.720
3/2-[312]		-31.118	-31.095	-31.104	-31.104	-31.056	-31.115
1/2-[310]		-28.408	-28.256	-28.274	-28.274	-28.272	-28.250
ΔE		2.710	2.839	2.830	2.830	2.784	2.865
3/2+[422]		-22.081	-22.071	-22.040	-22.040	-21.872	-21.375
1/2+[420]		-19.904	-19.805	-19.773	-19.773	-19.633	-18.965
ΔE		2.177	2.266	2.670	2.670	2.239	2.410
3/2-[532]		-12.066	-12.088	-12.036	-12.036	-11.853	-10.983
1/2-[530]		-10.790	-10.732	-10.682	-10.682	-10.541	-
ΔE		1.276	1.356	1.354	1.354	1.312	-
3/2+[402]	-10.603	-10.471	-10.593	-10.648	-10.648	-10.927	-12.133
1/2+[400]	-10.207	-10.158	-10.259	-10.309	-10.309	-10.573	-11.707
ΔE	0.396	0.313	0.334	0.339	0.339	0.354	0.426
5/2-[303]	$\tilde{\Lambda} = 2$	-26.683	-26.853	-26.890	-26.890	-27.055	-28.082
3/2-[301]		-23.307	-23.323	-23.365	-23.365	-23.589	-24.596
ΔE		3.376	3.530	3.525	3.525	3.466	3.486
5/2+[413]		-18.298	-18.355	-18.406	-18.406	-18.517	-19.063
3/2+[411]		-15.833	-15.741	-15.792	-15.792	-15.938	-16.361
ΔE		2.465	2.614	2.614	2.614	2.579	2.702
5/2-[523]		-9.332	-9.356	-9.366	-9.366	-9.355	-9.333
3/2-[521]		-8.189	-8.119	-8.124	-8.124	-8.131	-8.008
ΔE		1.143	1.237	1.242	1.242	1.224	1.325
5/2-[503]	-0.960	-0.910	-1.038	-1.092	-1.092	-1.350	-2.478
3/2-[501]	-1.349	-1.202	-1.284	-1.332	-1.332	-1.566	-2.580
ΔE	0.389	-0.301	-0.246	-0.240	-0.240	-0.216	-0.102
7/2-[514]	$\tilde{\Lambda} = 3$	-5.751	-5.849	-5.931	-5.931	-6.174	-7.097
5/2-[512]		-5.128	-5.103	-5.162	-5.162	-5.366	-6.007
ΔE		0.623	0.746	0.769	0.769	0.808	1.090
7/2+[404]	-14.160	-14.041	-14.272	-14.344	-14.344	-14.648	-16.134
5/2+[402]	-12.083	-11.867	-11.932	-11.985	-11.985	-12.263	-13.457
ΔE	2.077	2.174	2.340	2.359	2.359	2.385	2.667
9/2-[505]	$\tilde{\Lambda} = 4$	-2.042	-2.283	-2.375	-2.375	-2.761	-4.470
7/2-[503]		-2.275	-2.364	-2.417	-2.417	-2.687	-3.860
ΔE		-0.233	-0.081	-0.042	-0.042	0.074	0.610

6 Conclusão

Nesta tese, estudamos o efeito da temperatura em núcleos esféricos e deformados no formalismo DHB fazendo a aproximação de BCS, onde as duas componentes dos espiniores fermiônicos são proporcionais entre si. No caso nuclear levamos em conta as interações de emparelhamento e a deformação nuclear de forma autoconsistente.

Deste modo, obtemos pela primeira vez resultados autoconsistentes dependentes da temperatura para a energia de emparelhamento, raios dos nucleons, espectros nucleares, energias de ligação e de excitação, entropia e curva calórica para diversos núcleos esféricos e deformados com o aumento da temperatura.

Estudamos os núcleos esféricos cálcio ^{40}Ca , níquel ^{56}Ni , estanho ^{100}Sn e chumbo ^{208}Pb que têm camada fechada, zircônio ^{90}Zr e cério ^{140}Ce com camada aberta e os núcleos deformados samário ^{150}Sm e érbio ^{168}Er . Através do nosso cálculo conseguimos obter as flutuações características dos potenciais mesônicos no centro do núcleo, que é uma manifestação da estrutura de camadas nuclear. Observamos que nesta região central o efeito geral do aumento da temperatura para o ^{208}Pb é a diminuição em magnitude da energia destes potenciais mesônicos e do coulombiano. Quando a temperatura varia de $T = 0$ MeV a $T = 4$ MeV a variação na energia para o potencial V_σ é $\Delta E \sim 45$ MeV, para o potencial V_ω é $\Delta E \sim 50$ MeV, enquanto que para os potenciais V_ρ e V_{coul} estas variações na energia são bem menores, $\Delta E \sim 5$ MeV e $\Delta E \sim 0.5$ MeV, respectivamente. Encontramos o mesmo comportamento para a massa efetiva do nucleon, ou seja, ela diminui com o aumento da temperatura. Estes resultados apontam para a diminuição em magnitude das densidades bariônicas no centro do núcleo, também observada em [10] quando a temperatura aumenta.

Para estes núcleos esféricos e deformados estudamos como a temperatura afeta os vários termos que contribuem para a energia de ligação. Encontramos que a energia de ligação por nucleon diminui, enquanto os raios dos nucleons (carga, nêutron e

próton) aumentam à medida que a temperatura aumenta. Analisamos também quantidades que descrevem as propriedades termodinâmicas do núcleo, como a entropia e a curva calórica. Tanto para os núcleos esféricos como deformados vimos que estas grandezas aumentam com a temperatura, mas para os deformados notamos um efeito do emparelhamento na entropia à temperatura nula. Enquanto a $T = 0$ a entropia para os núcleos esféricos é nula, os núcleos deformados têm uma entropia não nula, o que é uma manifestação do emparelhamento. Isto se deve ao fato de usarmos uma base de Hartree no cálculo da entropia que se reflete no emparelhamento que existe nos núcleos deformados à temperatura nula. Para remover estes valores não nulos da entropia em $T = 0$ nós a calculamos numa base de estados de Bogoliubov (quase-partícula).

No caso dos núcleos deformados ^{150}Sm e ^{168}Er vimos que a contribuição da energia de emparelhamento para a energia de ligação, inicialmente grande a $T = 0$ ($E_{pair} \sim 20$ MeV) é quase nula para temperaturas baixas na ordem de $T \sim 1$ MeV. No intervalo de temperatura que trabalhamos a deformação $\tilde{\beta}$ diminui lentamente até $T = 4$ MeV enquanto os raios dos nucleons assumem um valor mínimo à temperatura de $T \sim 2$ MeV para em seguida aumentarem. Este comportamento mostrou-se diferente daquele em [10], onde a deformação $\tilde{\beta}$ cancelava-se e os raios dos nucleons assumiam valores mínimos para uma mesma temperatura de $T = 2$ MeV. Uma comparação dos nossos resultados com os obtidos neste trabalho [10] indica uma dependência mais suave com o aumento da temperatura de tal modo que conseguimos chegar a temperaturas mais elevadas sem que houvesse a evaporação de muitos nucleons.

Os espectros de energia dos núcleos estudados nesta tese foram mostrados e de um modo geral notamos que os efeitos da temperatura são muito pequenos. Este resultado é consistente, pois as temperaturas são baixas e a energia térmica $E \sim K_B T$ é de apenas alguns MeV em comparação com a energia dos níveis de energia que envolvem dezenas de MeV. Como conseqüência o efeito da temperatura é mais visível nos níveis superficiais, pois estes têm energias da mesma ordem de grandeza que a energia térmica. Nesta região, quando a temperatura é finita surgem alguns níveis de energia que sem temperatura não eram populados.

O estudo das curvas calóricas para núcleos leves e pesados permitiu-nos observar que a energia de excitação cresce mais lentamente para temperaturas maiores que $T = 5$ MeV, o que pode sinalizar uma transição de fase nuclear. Contudo, o estudo desta transição de fase líquido-gás discutida nesta tese, está sujeita à limitação imposta pelos nossos cálculos que leva em consideração na diagonalização da hamiltoniana de Dirac-Gorkov os núcleos que evaporam (energia positiva) quando a temperatura aumenta bastante. Deste modo, os resultados por nós obtidos para temperaturas altas em núcleos pesados ($T > 4$ MeV) devem ser interpretados com cautela. Mesmo assim, é de admirar o bom acordo da curva calórica com os dados experimentais.

Investigamos também nesta tese, o efeito da temperatura e do emparelhamento na simetria de pseudospin. Para o ^{208}Pb , observamos que o aumento da temperatura não favorece a simetria de pseudospin nuclear, pois na região próxima ao mar de Fermi onde esta simetria é favorecida, a diferença de energia entre os pares de pseudospin torna-se maior com o aumento da temperatura. No caso do núcleo deformado ^{168}Er estudamos como a simetria de pseudospin se comporta com o aumento da interação de emparelhamento. Concluimos que mesmo sendo esta interação mais importante para os níveis de energia superficiais, o aumento da sua intensidade acaba não favorecendo esta simetria nuclear. Por último, se compararmos a quase degenerescência na energia dos pares de pseudospin entre os núcleos esféricos e deformados a $T = 0$, podemos concluir também que a simetria de pseudospin é um pouco mais favorecida em núcleos deformados o que confirma a dependência desta simetria com propriedades superficiais do núcleo.

Referências Bibliográficas

- [1] D. Bailin and A. Love, Phys. Rep. **107C**, 325 (1984).
- [2] H. Kucharek and P. Ring, Z. Phys. A **339**, 23 (1991).
- [3] B. V. Carlson, T. Frederico and F. B. Guimarães, Phys. Rev. C **56**, 3097 (1997).
- [4] J. Meng and P. Ring, Phys. Rev. Lett. **77**, 3963 (1996).
- [5] G. A. Lalazassis, D. Vretenar, P. Ring, M. Stoitsov, and L. Robledo, Phys. Rev. C **60**, 014310 (1999).
- [6] B. V. Carlson and D. Hirata, Phys. Rev. C **62**, 054310 (2000).
- [7] P. Ring and P. Schuck, *The Nuclear Many Body Problem*, Springer-Verlag, New York, 1980.
- [8] Y. K. Gambhir, P. Ring and A. Thimet, Ann. Phys.(NY), **198**, 132 (1990).
- [9] L. P. Gorkov, Sov. Phys. JETP **34(7)**, 505 (1958).
- [10] Y. K. Gambhir, J. P. Maharana, G. A. Lalazassis, C. P. Panos, P. Ring, Phys. Rev. C **62**, 054610 (2000).
- [11] M. Malheiro, A. Delfino and C. T. Coelho, Phys. Rev. C **58**, 426 (1998).
- [12] D. P. Menezes and C. Providência, Phys. Rev. C **64**, 044306 (2001).
- [13] J. A. Hauger, S. Albergo, F. Bieser, F. P. Brady, Z. Caccia, D. A. Cebra, A. D. Chacon, J. L. Chance, Y. choi et. al., Phys. Rev. Lett. **77**, 235 (1986).
- [14] J. Pochodzalla, T. Mohlenkamp, T. Rubehn, A. Schuttauf, A. Worner, E. Zude, et. al, Phys. Rev. Lett. **75**, 1040 (1995).
- [15] K. Hagel, D. Fabris, P. Gonthier, H. Ho, Y. Lou, Z. Majka, G. Mouchaty, M. N. Namboodiri, J. B. Natowitz, G. Nebbia et al., Nucl. Phys. A **486**, 429 (1988).
- [16] J. N. Ginocchio, Phys. Rev. Lett. **78** 436 (1997); Phys. Rep. **315**, 231 (1999).

-
- [17] C. Itzykson and J. B. Zuber, *Quantum Field Theory*, McGraw–Hill, New York, 1980.
- [18] B. D. Serot and J. D. Walecka, *Adv. Nucl. Phys.* **16**, 1 (1986).
- [19] F. B. Guimarães, B. V. Carlson and T. Frederico, *Phys. Rev. C* **54**, 2385 (1996).
- [20] G.A. Lalazissis, D. Vretenar, W. Pöschl, and P. Ring, *Phys. Lett. B* **418**, 7 (1998).
- [21] M. Baldo, U. Lombardo, and P. Schuck, *Phys. Rev. C* **52**, 975 (1995).
- [22] V. A. Khodel, V. V. Khodel and J. W. Clark, *Nucl. Phys.* **A598**, 390 (1996).
- [23] Ø. Elgarøy, L. Engvik, M. Hjorth-Jensen and E. Osnes, *Nucl. Phys.* **A604**, 466 (1996).
- [24] T. Matsubara, *Progr. Teor. Phys.* **14**, 351 (1955).
- [25] J. I. Kapusta, *Finite Temperature Field Theory*, Cambridge University Press, 1989.
- [26] D. Vautherin, *Phys. Rev. C* **25**, 571 (1980).
- [27] G.A. Lalazissis, D. Vretenar, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **57**, 2294 (1998).
- [28] D. Vretenar, G.A. Lalazissis, and P. Ring, *Phys. Rev. C* **57**, 3071 (1998).
- [29] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover, New York, 1970.
- [30] R. Lisboa, *O caráter dinâmico da assimetria de isospin no pseudospin nuclear*, dissertação, Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2002.
- [31] R. Lisboa, M. Malheiro, and P. Alberto, *Phys. Rev. C* **67**, 054305 (2003).
- [32] G. Audi and A.H. Wapstra, *Nucl. Phys.* **A 595**, 409 (1995).
- [33] P. Möller, J.R. Nix, W.D. Myers, and W.J. Swiatecki, *At. Data Nucl. Data Tables* **61**, 127 (1995).
- [34] K. T. Hecht and A. Adler, *Nucl. Phys.* **A137**, 129 (1969).
- [35] A. Arima, M. Harvey, and K. Shimizu, *Phys. Lett.* **30B**, 517 (1969).
- [36] A. L. Blokhin, C. Bahri, and J. P. Draayer, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4149 (1995).
- [37] C. Bahri, J. P. Draayer, and S. A. Moszkowski, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2133 (1992).
- [38] O. Castaños, M. Moshinski, and C. Quesne, *Phys. Lett. B* **277**, 238 (1992).

-
- [39] J. Meng, K. Sugawara-Tanabe, S. Yamaji, P. Ring e A. Arima, Phys. Rev. C **58**, R628 (1998).
- [40] R. J. Furnstahl and B. D. Serot Nucl. Phys. **A673**, 298 (2000).
- [41] P. Alberto, M. Fiolhais, M. Malheiro, A. Delfino e M. Chiapparini, Phys. Rev. Lett. **86**, 5015 (2001).
- [42] P. Alberto, M. Fiolhais, M. Malheiro, A. Delfino e M. Chiapparini, Phys. Rev. C **65**, 034307 (2002).
- [43] S. Marcos, L. N. Savushkin, M. López-Quelle e P. Ring, Phys. Rev. C **62**, 054309 (2000).
- [44] S. Marcos, M. López-Quelle, R. Niembro, L. N. Savushkin, P. Bernardos, Phys. Lett. B **513**, 30 (2001).
- [45] R. Lisboa, M. Malheiro, A. S. de Castro, P. Alberto, and F. Fiolhais, Int. J. Mod. Phys. D **13**, 1447 (2004).
- [46] R. Lisboa, M. Malheiro, A. S. de Castro, P. Alberto and M. Fiolhais, Phys. Rev. C **69**, 024319 (2004)
- [47] R. J. Furnstahl, J. J. Rusnak and B. D. Serot, Nucl. Phys. **A632**, 607 (1998).
- [48] G. Mao, Phys. Rev. C **67**, 044318 (2003).
- [49] M. Chiapparini, A. Delfino, M. Malheiro, and A. Gattone, Z. Phys. A **357**, 47 (1997).
- [50] P. Alberto, R. Lisboa, M. Malheiro e A. S. de Castro, Phys. Rev. C **71**, 034313 (2005).
- [51] R. J. Furnstahl, B. D. Serot, and H. -B. Tang, Nucl. Phys. **A615**, 441 (1997).
- [52] X. Campi and D. W. Sprung, Nucl. Phys. **A399**, 529 (1983).
- [53] S. -G. Zhou, J. Meng and P. Ring, Phys. Rev. Lett. **91**, 262501 (2003).
- [54] J. N. Cinocchio, A. Leviatan, J. Meng, Shan-Cui Zhou, Phys. Rev. C **69**, 034303 (2004).

...

A A soma das frequências de Matsubara no cálculo do potencial termodinâmico

No formalismo de tempo-imaginário para incluir a temperatura em teorias de campo médio surge a necessidade de efetuar as somas sobre as frequências de Matsubara, e por isso vamos dedicar este apêndice a este ponto específico. Recordando o grande potencial termodinâmico dado pela Eq. (3.24), podemos reescrevê-lo numa forma análoga

$$\Omega(\beta, \mu) = -\frac{1}{\beta} \sum_k \sum_m [\ln(\beta^2(\omega_m^2 + \varepsilon_k^{+2})) + \ln(\beta^2(\omega_m^2 + \varepsilon_k^{-2}))], \quad (\text{A.1})$$

com $\beta = 1/T$. Substituindo $\omega_m = (2m + 1)\pi/\beta$ na soma realizada sobre as frequências de Matsubara para férmions, devido à anti-periodicidade dos campos fermiônicos no tempo imaginário, obtemos

$$\Omega(\beta, \mu) = -\frac{1}{\beta} \sum_k \sum_m [\ln((2m + 1)^2\pi^2 + \beta^2\varepsilon_k^{+2}) + \ln((2m + 1)^2\pi^2 + \beta^2\varepsilon_k^{-2})]. \quad (\text{A.2})$$

A soma sobre as frequências pode ser calculada se definirmos a função

$$f(\epsilon) = \sum_m \ln[(2m + 1)^2\pi^2 + \epsilon^2] \quad (\text{A.3})$$

onde fizemos a substituição de variáveis $\epsilon = \beta\varepsilon^\pm$. Deste modo, a partir da derivada da função $f(\epsilon)$ em relação à variável ε e calculando o somatório encontramos a seguinte

relação

$$\frac{d f(\epsilon)}{d \epsilon} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2\epsilon}{(2m+1)^2\pi^2 + \epsilon^2} = \tanh\left(\frac{\epsilon}{2}\right). \quad (\text{A.4})$$

Podemos obter novamente a função $f(\epsilon)$ integrando a função trigonométrica da equação anterior escrita na forma exponencial

$$\begin{aligned} f(\epsilon) &= \int d\epsilon^\gamma \left(1 - \frac{2}{1+e^\epsilon}\right) = -\epsilon + 2\ln(1+e^\epsilon) + c \\ &= -\epsilon + 2\ln[(e^{-\epsilon} + 1)e^{+\epsilon}] + c \\ &= -\epsilon + 2\ln[(e^{-\epsilon} + 1)] + 2\ln[e^\epsilon] + c \\ &= +\epsilon + 2\ln[(e^{-\epsilon} + 1)] + c \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

onde c é uma constante de integração divergente, mas não depende de ϵ ou β . Substituindo este último resultado na equação da grande função partição com $\epsilon = \beta\varepsilon_k^\pm$, após alguma simplificação

$$\Omega(\beta, \mu) = - \sum_k \left[\varepsilon_k^+ + \frac{2}{\beta} \ln(1 + e^{-\beta\varepsilon_k^+}) + \varepsilon_k^- + \frac{2}{\beta} \ln(1 + e^{-\beta\varepsilon_k^-}) \right]. \quad (\text{A.6})$$

Vemos deste resultado que à temperatura nula ($\beta \rightarrow \infty$), o grande potencial termodinâmico torna-se

$$\Omega(T = 0, \mu) = - \sum_k [\varepsilon_k^+ + \varepsilon_k^-]. \quad (\text{A.7})$$

que é igual a Eq. (3.25) a menos do fator 2 que surge da degenerescência de spin.

Na construção do potencial termodinâmico dado pela Eq. (3.13), considera-se em princípio que as densidades de energia e carga do vácuo são nulas. Isto é, à temperatura e potencial químico nulos, o sistema termodinâmico está em seu estado fundamental e deve ter energia e carga nulas. Contudo, na teoria quântica de campos a hamiltoniana dada como um funcional dos operadores de campo tem um valor esperado do vácuo que é divergente.

Outra variável termodinâmica que utilizamos nesta tese foi a entropia. Como dissemos na secção 3.2, podemos calcular a partir do grande potencial termodinâmico dado pela Eq. (A.6), a entropia

$$S(T, \mu) = - \left. \frac{\partial \Omega(T, \mu)}{\partial T} \right|_{\mu}. \quad (\text{A.8})$$

Calculando a derivada encontramos a seguinte equação

$$S(T, \mu) = 2 \sum_k \underbrace{\ln(1 + e^{-\varepsilon_k^+/T}) + \left(\frac{\varepsilon_k^+}{T}\right) \frac{1}{1 + e^{\varepsilon_k^+/T}}}_{S_k^+} + \underbrace{\ln(1 + e^{-\varepsilon_k^-/T}) + \left(\frac{\varepsilon_k^-}{T}\right) \frac{1}{1 + e^{\varepsilon_k^-/T}}}_{S_k^-}, \quad (\text{A.9})$$

onde S_k^+ e S_k^- são as entropias relacionadas com os termos que envolvem somente as energias ε_k^+ e ε_k^- , respectivamente. Adotando a notação $S = S_k^\pm$ e $\varepsilon = \varepsilon_k^\pm$, podemos escrever a Eq. (A.9) numa forma análoga

$$\begin{aligned} S &= \ln(1 + e^{-\varepsilon/T}) + \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) \ln(e^\varepsilon) \\ S &= \ln(1 + e^{\varepsilon/T}) - \ln(e^\varepsilon) + \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) \ln(e^\varepsilon) \\ S &= -\ln\left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) + \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln(e^\varepsilon) \\ S &= -\ln\left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) + \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln(e^\varepsilon) \\ &\quad - \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln(1 + e^{\varepsilon/T}) + \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln(1 + e^{\varepsilon/T}) \\ S &= \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln\left(\frac{e^\varepsilon}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) + \left(1 + \frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln(1 + e^{\varepsilon/T}) \\ S &= \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} - 1\right) \ln\left(1 - \frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) - \left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right) \ln\left(\frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}}\right). \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Identificando a função de distribuição de Fermi–Dirac por

$$n = \frac{1}{1 + e^{\varepsilon/T}} \quad (\text{A.11})$$

podemos finalmente escrever a equação para a entropia de um gás de Fermi livre

$$S(T, \mu) = 2 \sum_k (n_k^+ - 1) \ln(1 - n_k^+) - n_k^+ \ln(n_k^+) + (n_k^- - 1) \ln(1 - n_k^-) - n_k^- \ln(n_k^-). \quad (\text{A.12})$$

B A aproximação DHB à temperatura finita num caso particular

Na secção 3.2 apresentamos a aproximação DHB à temperatura finita e escrevemos o grande potencial termodinâmico Eq. (3.25). Dissemos que para obter o limite correto do grande potencial termodinâmico à temperatura nula devíamos retirar a parte divergente nesta temperatura. Neste apêndice, mostraremos num caso mais simples da aproximação DHB onde a matriz da interação de emparelhamento Δ é diagonal, para justificar o procedimento realizado naquela secção.

Iniciaremos com o propagador no espaço dos momentos Eq. (3.16) numa forma mais simples na aproximação de DHB onde Δ é diagonal

$$\mathcal{S}^{-1}(\omega, j) = \begin{pmatrix} \omega + \mu - \varepsilon_{1j} + i\eta & 0 & -\Delta_{1j} & 0 \\ 0 & -\omega - \mu - \varepsilon_{2j} + i\eta & 0 & -\Delta_{2j} \\ -\Delta_{1j} & 0 & \omega - \mu + \varepsilon_{1j} - i\eta & 0 \\ 0 & -\Delta_{2j} & 0 & -\omega + \mu + \varepsilon_{1j} - i\eta \end{pmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

Esta equação descreve as partículas acopladas aos buracos através do termo de emparelhamento Δ_{1j} e o mar de Dirac acoplado as anti-partículas através do termo Δ_{2j} . Note o sinal negativo das frequências que aparece para as anti-partículas como se o propagador estivesse multiplicado pela matriz γ_0 . O índice j , denota um valor dos três momentos ou de um conjunto de estados discretos e consideramos as energias ε_{1j} e ε_{2j} como positivas.

Devido a matriz Δ ser diagonal as contribuições de partículas e anti-partículas desacoplam e o propagador pode ser escrito numa matriz com dois blocos

$$\mathcal{S}_p^{-1}(\omega, j) = \begin{pmatrix} \omega + \mu - \varepsilon_{1j} + i\eta & -\Delta_{1j} \\ -\Delta_{1j} & \omega - \mu + \varepsilon_{1j} - i\eta \end{pmatrix} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\mathcal{S}_a^{-1}(\omega, j) = - \begin{pmatrix} \omega + \mu + \varepsilon_{2j} - i\eta & \Delta_{2j} \\ \Delta_{2j} & \omega - \mu - \varepsilon_{2j} + i\eta \end{pmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Estes propagadores podem ser invertidos, dando as seguintes equações para as partículas

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_p(\omega, j) &= \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{1j} - \mu}{\alpha_{1j}}\right) & -\frac{\Delta_{1j}}{2\alpha_{1j}} \\ -\frac{\Delta_{1j}}{2\alpha_{1j}} & \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_{1j} - \mu}{\alpha_{1j}}\right) \end{pmatrix}}_A \frac{1}{\omega + \alpha_{1j} - i\eta} \\ &+ \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_{1j} - \mu}{\alpha_{1j}}\right) & \frac{\Delta_{1j}}{2\alpha_{1j}} \\ \frac{\Delta_{1j}}{2\alpha_{1j}} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{1j} - \mu}{\alpha_{1j}}\right) \end{pmatrix}}_B \frac{1}{\omega - \alpha_{1j} + i\eta}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

e para as anti-partículas

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_a(\omega, j) &= - \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_{2j} + \mu}{\alpha_{2j}}\right) & \frac{\Delta_{2j}}{2\alpha_{2j}} \\ \frac{\Delta_{2j}}{2\alpha_{2j}} & \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{2j} + \mu}{\alpha_{2j}}\right) \end{pmatrix}}_C \frac{1}{\omega + \alpha_{2j} + i\eta} \\ &- \underbrace{\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_{2j} + \mu}{\alpha_{2j}}\right) & -\frac{\Delta_{2j}}{2\alpha_{2j}} \\ -\frac{\Delta_{2j}}{2\alpha_{2j}} & \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_{2j} + \mu}{\alpha_{2j}}\right) \end{pmatrix}}_D \frac{1}{\omega - \alpha_{2j} + i\eta}. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

onde

$$\alpha_{1j} = \sqrt{(\varepsilon_{1j} - \mu)^2 + \Delta_{1j}^2} \quad \text{e} \quad \alpha_{2j} = \sqrt{(\varepsilon_{2j} + \mu)^2 + \Delta_{2j}^2}. \quad (\text{B.6})$$

são os autovalores positivos das matrizes.

À temperatura zero, usamos a prescrição de tomar os resíduos dos pólos no semi-plano superior para calcular os propagadores dos férmions. Assim, neste caso simples temos que as densidades para as partículas é

$$\rho_p(0, j) = \oint_{SPS} \frac{d\omega}{2\pi i} \mathcal{S}_p(\omega, j) = A \quad (\text{B.7})$$

e anti-partículas é dada por

$$\rho_a(0, j) = \oint_{SPS} \frac{d\omega}{2\pi i} \mathcal{S}_a(\omega, j) = -C \quad (\text{B.8})$$

onde A e C representam as matrizes das Eqs. (B.4) e (B.5) que não dependem da frequência. Na aproximação sem o mar de Dirac *no-sea*, nós desconsideramos a con-

tribuição das anti-partículas fazendo

$$\rho_a(0, j) = 0. \quad (\text{B.9})$$

À temperatura finita, devemos trocar cada termo contendo a frequência por uma soma de termos contendo as frequências de Matsubara para os férmions, $\omega_n = (2n + 1)\pi i / \beta$. Em particular,

$$\frac{1}{\omega - \alpha \pm i\eta} \rightarrow \frac{1}{\beta} \sum_n \frac{1}{\omega_n - \alpha} = \frac{1}{2} \tanh\left(\frac{1}{2}\beta\alpha\right) = \frac{1}{2}[1 - 2n(\beta, \alpha)] \quad (\text{B.10})$$

com

$$n(\beta, \alpha) = \frac{1}{e^{\beta\alpha} + 1}. \quad (\text{B.11})$$

Fazendo isto, as expressões para as densidades de partículas e anti-partículas são respectivamente

$$\rho_p(T, j) = A \left(\frac{1}{2} - n(\beta, \alpha_{1j})\right) - B \left(\frac{1}{2} - n(\beta, \alpha_{1j})\right) \quad (\text{B.12})$$

$$\rho_a(T, j) = -C \left(\frac{1}{2} - n(\beta, \alpha_{2j})\right) + D \left(\frac{1}{2} - n(\beta, \alpha_{2j})\right). \quad (\text{B.13})$$

Contudo, estas densidades não reproduzem o resultado a $T = 0$ dado nas Eqs. (B.7) e (B.8), mas têm o limite incorreto para $T \rightarrow 0$

$$\rho_p(T \rightarrow 0, j) = A \frac{1}{2} - B \frac{1}{2} \quad (\text{B.14})$$

$$\rho_a(T \rightarrow 0, j) = -C \frac{1}{2} + D \frac{1}{2}. \quad (\text{B.15})$$

Para que tenhamos o limite correto para $T \rightarrow 0$, devemos fazer

$$\rho_p(T, \omega) = \rho_p(T, j) - \rho_p(T \rightarrow 0, j) + \rho_p(0, \omega) \quad (\text{B.16})$$

e

$$\rho_a(T, \omega) = \rho_a(T, j) - \rho_a(T \rightarrow 0, j) + \rho_a(0, \omega). \quad (\text{B.17})$$

Usando a aproximação *no-sea* da Eq. (B.9) para o último termo da equação anterior, temos que

$$\begin{aligned} \rho_p(T, \omega) &= \left(A \frac{1}{2} - B \frac{1}{2} - A n(\beta, \alpha_{1j}) + B n(\beta, \alpha_{1j})\right) - \left(A \frac{1}{2} - B \frac{1}{2}\right) + A \\ \rho_p(T, \omega) &= A(1 - n(\beta, \alpha_{1j})) + B n(\beta, \alpha_{1j}) \\ \rho_p(T, \omega) &= A n(\beta, -\alpha_{1j}) + B n(\beta, \alpha_{1j}) \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

e

$$\begin{aligned}\rho_a(T, \omega) &= \left(-C \frac{1}{2} + D \frac{1}{2} + C n(\beta, \alpha_{2j}) - D n(\beta, \alpha_{2j}) \right) - \left(-C \frac{1}{2} + D \frac{1}{2} \right) - \underbrace{C}_{=0} \\ \rho_a(T, \omega) &= C n(\beta, \alpha_{2j}) - D n(\beta, \alpha_{2j})\end{aligned}\quad (\text{B.19})$$

Deste modo, temos o limite correto quanto $T \rightarrow 0$ e isto justifica a equação para o grande potencial termodinâmico dada na Eq. (3.25).

Este caso simples é também válido para mostrar em $T = 0$ o caso do emparelhamento nulo. Se considerarmos que o potencial químico μ é positivo, então a partir das Eqs.(B.4) e (B.6), temos que

$$\alpha_{1j} \rightarrow |\varepsilon_{1j} - \mu| \quad \text{e} \quad \alpha_{2j} \rightarrow |\varepsilon_{2j} + \mu| \quad \text{quando} \quad \Delta_{1j}, \Delta_{2j} \rightarrow 0, \quad (\text{B.20})$$

de tal modo que

$$\mathcal{S}_p(\omega, j) = \begin{pmatrix} \frac{\theta(\mu - \varepsilon_{1j})}{\omega + \mu - \varepsilon_{1j} - i\eta} + \frac{\theta(\varepsilon_{1j} - \mu)}{\omega + \mu - \varepsilon_{1j} + i\eta} & 0 \\ 0 & \frac{\theta(\varepsilon_{1j} - \mu)}{\omega - \mu + \varepsilon_{1j} - i\eta} + \frac{\theta(\mu - \varepsilon_{1j})}{\omega - \mu + \varepsilon_{1j} + i\eta} \end{pmatrix} \quad (\text{B.21})$$

e

$$\mathcal{S}_a(\omega, j) = - \begin{pmatrix} \frac{1}{\omega + \mu + \varepsilon_{2j} - i\eta} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega - \mu - \varepsilon_{2j} + i\eta} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.22})$$

Exceto pelo deslocamento na frequência devido ao potencial químico, as componentes superiores são justamente as que devemos esperar no caso de nenhum emparelhamento a $T = 0$.

Novamente é interessante vermos o limite do emparelhamento nulo nas densidades. Para isso fizemos $\Delta_{1j}, \Delta_{2j} \rightarrow 0$, nas Eqs. (B.19) e (B.19), respectivamente que nos permitem identificar os propagadores de partículas

$$\rho_p(T, j) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{1j} - \mu)} + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{e^{\beta(\mu - \varepsilon_{1j})} + 1} \end{pmatrix}. \quad (\text{B.23})$$

e das anti-partículas

$$\rho_a(T, j) \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_{2j} + \mu)} + 1}. \quad (\text{B.24})$$

A probabilidade de ocupação da partícula é justamente o que devíamos esperar. Em geral, as soluções são mais complicadas, pois a matriz de emparelhamento Δ acopla as componentes superior e inferior da função de onda e ocorrem em grande número. Mas elas sempre ocorrem aos pares, partícula e buraco ou partícula e anti-partícula no mar de Dirac, exatamente como no tratamento feito acima.