



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Mariane Rodrigues Cortes

**ESTUDO TEÓRICO DE EFEITOS DE CANAIS
ACOPLADOS EM COLISÕES DE NÚCLEOS
FORTEMENTE E FRACAMENTE LIGADOS**

Niterói

2016



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Mariane Rodrigues Cortes

**ESTUDO TEÓRICO DE EFEITOS DE CANAIS
ACOPLADOS EM COLISÕES DE NÚCLEOS
FORTEMENTE E FRACAMENTE LIGADOS**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestrado em Física.

Orientador:

Prof. Dr. Luiz Felipe Alvahydo de Ulhoa Canto

Niterói

2016

C828 Cortes, Mariane Rodrigues.

Estudo teórico de efeitos de canais acoplados em colisões de núcleos fortemente e fracamente ligados / Mariane Rodrigues Cortes ; orientador: Luiz Felipe Alvahydo de Ulhoa Canto -- Niterói, 2016.

125 p. : il.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal Fluminense, Instituto de Física, Niterói, 2016.

Bibliografia: p. 122-125.

1.CANAIS ACOPLADOS. 2.NÚCLEO FRACAMENTE LIGADO. 3.CDCC. 4.NÚCLEO FORTEMENTE LIGADO. 5.CÓDIGO FRESCO. I. Canto, Luiz Felipe Alvahydo, Orientador. II.Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física, Instituição responsável. III.Título.

CDD 539.7

”Não sei o que possa parecer aos olhos do mundo, mas aos meus pareço apenas ter sido como um menino brincando à beira-mar, divertindo-me com o fato de encontrar de vez em quando um seixo mais liso ou uma concha mais bonita que o normal, enquanto o grande oceano da verdade permanece completamente por descobrir à minha frente.”

(Isaac Newton)

Agradecimentos

Em princípio agradeço a Deus por ter me permitido chegar onde cheguei, trilhar os caminhos que percorri e com eles melhorar como pessoa e saber tirar o melhor de cada caminho. Todas experiências boas ou ruins foram necessárias na construção do indivíduo que sou hoje.

Agradeço imensamente à minha família, minha mãe FRANCISCA RODRIGUES DE DEUS e minha vovó ANA DE DEUS GOMES AMORIM que são duas mulheres de fibra e de um caráter exemplar e são um exemplo de mães, avós, mulheres, pessoas, chefe de família e que sempre cuidaram de mim, me deram todo o carinho necessário e todos os puxões de orelha também, meus irmãos que são o meu maior tesouro e são meus heróis mirins. Minha família é meu porto seguro.

Agradeço profundamente ao meu orientador Luiz Felipe Alvahydo de Ulhoa Canto pela paciência para sanar minhas dúvidas por mais básicas que fossem. Acreditou no meu potencial e me ensinou tudo que sei de Física Nuclear. E agradeço por toda ajuda, paciência, atenção e dedicação na elaboração deste trabalho.

Ao professor Paulo Gomes e Jesús Lubián que me deu as primeiras orientações quando cheguei no IF-UFF, pela inigualável didática e paciência com a minha inexperiência em Física nuclear.

Um agradecimento especial a todos amigos que me acompanharam nesta jornada, em especial agradeço aos companheiros Raphael, Alexandro, Adriele, Viviane, Paulista, Jeannie(Perua), Fernando, meus amigos que dividiram sala comigo durante estes dois anos de mestrado Carlos e Emília e ao Thiago Corrêa Lacerda que me deu muita força nos momentos que mais precisei. Também a todos colegas da pós, em especial aos colegas mais próximos do grupo, com os quais cresci em conjunto, ajudando e sendo ajudada, numa troca contínua de experiências.

Agradeço em especial a Jeannie Rangel (Perua), pois cada página deste trabalho só foi possível com sua ajuda e companhia. Tenho muito a agradecer ao Thiago Ribeiro que sempre me ajudou com minhas dúvidas com o maldito Latex, todas as vezes que precisei e com muita paciência e sendo sempre muito prestativo, por compartilhar o vício por café extra forte, pelas dicas na formatação deste presente trabalho e por ser um exemplo vivo de que pode haver harmonia entre um coração cristão cheio de fé com um cérebro repleto de pensamentos científicos. Também agradeço a todos os funcionários do IF-UFF, pois foram responsáveis pela manutenção e harmonia do ambiente.

Agradeço também às meninas da república onde vivi durante estes dois anos de mestrado, onde formamos uma família e por todos os finais de semana e feriados que comemos vários potes de sal juntas. E agradeço em especial a Patrícia, Caroline Sorrentino, Natalia Helena, Maria Aparecida e Gabriela, Natália Duarte, Barbara Araújo, Camila Ambar e Carol Alvez que sempre me apoiaram, acreditaram em mim mesmo nos momentos que nem eu mesma acreditava e me ajudaram durante minha recuperação. E também agradeço aos donos da república, Seu Dagoberto e Dona Dulce, pois eles me acolheram, me apoiaram e me deram força durante este 2 anos de mestrado, eles são pessoas muito especiais e contribuíram muito com seus conselhos valiosos para que eu chegasse até aqui.

E agradeço muito aos meus cubanos Denis e Deborah e ao Tio João por sempre me apoiarem em todos os momentos. Uma frase que define bem nosso grupo eclético seria "vamos ser loucos ou gordos juntos.".kkkkk ... Amo muito vocês.

Agradeço ao meu namorado/noivo/amigo/companheiro/cúmplice por me dar todo apoio deste mundo, me ouvir pacientemente nos meus momentos histéricos, acreditar em mim e por me dar aconchego, carinho e colo virtual ou presencial sempre que precisei.

Agradeço aos meus amigos lindos e bonitos Dayane, Sabrina, Daniele, Ar-

tur, Franklis, Cleide, Alane, Aline e a minha amiga e futura cunhada Daianne Michele de Rondônia que mesmo de longe sempre me deram força nos momentos que precisei e sempre se fizeram presente na minha vida cada um de seu modo e principalmente durante minha recuperação.

E agradeço a galera do UFF-Rugby Feminino e Masculino que me acolheram a família UFF-Rugby com muito carinho, tackles e tornou meu último ano de mestrado em um ano mais leve com o apoio de vocês durante o período que treinei e também durante o meu período de recuperação do acidente que sofri, cada um de você contribuiu de um modo diferente para este trabalho. Quero-Quero UFFFF!!!

E por último, mas não menos importante, ao apoio financeiro fornecido pela Capes. Certamente sem ele NADA disso teria acontecido.

*Dedico este trabalho à minha família
que sempre foi meu porto seguro.*

Resumo

Esta dissertação é um estudo teórico de efeitos de canais acoplados em colisões de íons pesados. Após um resumo de teorias quânticas para colisões de íons pesados, apresentando a descrição simplificada de um canal, e a mais realística de canais acoplados, realizamos uma investigação detalhada dos efeitos do acoplamento de canais em dois sistemas. O primeiro corresponde à colisão de um projétil esférico com um alvo fortemente deformado. Neste caso dinâmica de colisão é dominada pelos acoplamentos com os canais associados à banda rotacional do alvo. O segundo envolve um núcleo instável fracamente ligado, que apresenta um halo de próton. Neste caso, os efeitos de canais acoplados se devem ao acoplamento com o canal de *breakup*. Calculamos seções de choque de canais acoplados considerando os principais canais de reação de cada sistema, e comparamos os resultados com previsões da teoria mais simples de um canal. Calculamos também potenciais de polarização realísticos e testamos sua validade no estudo do espalhamento elástico.

Abstract

This thesis is a theoretical study of channel coupling effects in heavy ion collisions. We begin with a brief review of quantum theory of heavy ion scattering, considering the simplified single-channel description and the more realistic approach of the coupled channel method. The theories are then applied to two systems. The first corresponds to the collision of a spherical projectile with a highly deformed target. In this case the collision dynamics is dominated by the couplings with the channels associated with the rotational band of the target. The second system corresponds to collisions of an unstable weakly bound nucleus, which presents a proton-halo. In this case, the channel coupling effects are due to the breakup channel. In each case, we perform coupled channel calculations involving the most relevant channels, and compare the results to the predictions of the simpler single approach. We evaluate also realistic polarization potentials, and check their validities in studies of elastic scattering.

Lista de Figuras

2.1	Representação do sistema de colisão.	10
2.2	Ilustração dos vetores de um sistema de suas partículas \mathbf{r}_P , \mathbf{r}_T , \mathbf{r} e $\mathbf{R}_{c.m.}$ do texto.	12
2.3	Representação de uma colisão entre partículas clássicas (figura extraída da Ref. [2]).	16
2.4	O elemento de ângulo sólido $\Delta\Omega$ e a área correspondente, $2\pi b db$ [2].	19
2.5	Representação esquemática de uma reação de fusão (figura adaptada da Ref. [13]).	34
2.6	A barreira de potencial para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ (linha cheia) e os ajustes parabólicos (linhas tracejadas).	37
2.7	Variação dos parâmetros das barreiras do potencial efetivo (com o termo centrífugo) com o momento angular. As linhas tracejadas correspondem aos valores tomados para a fórmula analítica de Wong para a seção de choque de fusão.	39
2.8	Comparação da seção de choque quântica (círculos vazios) com as obtidas pelas diferentes aproximações semiclássicas discutidas no texto.	40

2.9	Comparação da seção de choque quântica (linha cheia) com as obtidas por aproximações de Wong, baseadas em ajustes da barreira de $l = 0$ por uma parábola simétrica (linha pontilhada) e por uma parábola assimétrica. Os ajustes são os mesmos da Fig. 2.6.	41
3.1	Representação esquemática da discretização do contínuo.	48
4.1	Esquema de níveis do ^{154}Sm . A banda rotacional do estado fundamental é representada por linhas grossas (figura adaptada da Ref. [34]).	64
4.2	Representação esquemática dos graus de liberdade na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$	66
4.3	Seções de choque elásticas normalizadas em relação às seções de choque de Rutherford correspondentes, para as energias $E_{c.m.} = 58 \text{ MeV}$, $E_{c.m.} = 61 \text{ MeV}$ e $E_{c.m.} = 65 \text{ MeV}$	70
4.4	Efeitos dos acoplamentos coulombianos e nucleares nas seções de choque elásticas da figura anterior.	72
4.5	Potenciais de polarização na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, para as mesmas energias da figura anterior. Os painéis inferiores e os superiores mostram os mesmos potenciais, só que em diferentes intervalos de r e em escalas diferentes. Os detalhes são dados no texto.	73
4.6	Teste de validade dos potenciais de polarização. As seções de choque elásticas obtidas sem acoplamento (linhas finas verdes) e as de canais acoplados (linhas espessas azuis) são comparadas com as obtidas com os potenciais de polarização (linhas tracejadas vermelhas). Os detalhes são dados no texto.	74

4.7	Distribuições angulares para os canais inelásticos 2^+ , 4^+ e 6^+ para as três energias $E_{c.m.} = 58$ MeV, 61 MeV e 65 MeV. A seção de choque σ_{inel} corresponde à soma das seções de choque para todos os canais inelásticos.	76
4.8	Funções de excitação para os canais inelásticos. A notação é a mesma da figura anterior.	77
4.9	Contribuições dos acoplamentos coulombiano e nuclear para excitação do canal 2^+	78
4.10	Aproximações semiclássicas para a seção de choque quântica calculada com um único canal.	79
4.11	Aproximações da barreira do potencial de Akyüz-Winther por uma parábola simétricas e por uma assimétrica.	79
4.12	Seções de choque teóricas resultantes de cálculos de canais acoplados e de cálculos de modelo óptico, em comparação com os dados de Leigh <i>et al.</i> [39].	80
4.13	Barreiras do potencial óptico e a modificação resultante da adição do potencial de polarização.	82
4.14	Modificação da parte imaginária da interação resultante da adição de W_{pol}	83
4.15	Seções de choque teóricas resultantes de cálculos de canais acoplados e de cálculos de modelo óptico, em comparação com os dados de Leigh <i>et al.</i> [39].	85
4.16	Seções de choque de fusão e reação na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, obtidos pelos cálculos de CA discutidos no texto.	86
5.1	Ilustração da configuração $^7\text{Be} + p$ do ^8B , na colisão com um alvo de ^{58}Ni	88

5.2	Representação esquemática dos processos de breakup, assumindo que este se quebra em apenas dois fragmentos [40]. A generalização para a dissociação em mais de dois fragmentos é trivial.	89
5.3	Partes reais dos potenciais ópticos discutidos no texto. Como fazemos habitualmente, usamos a notação: $U_{\text{opt}}^{(i)}(r) \equiv \text{Re} \{V_{\text{opt}}^{(i)}(r)\}$.	94
5.4	Seções de choque elásticas normalizadas em relação às seções de choque de Rutherford correspondentes, para as energias $E_{\text{c.m.}} = 18 \text{ MeV}$, $E_{\text{c.m.}} = 21 \text{ MeV}$ e $E_{\text{c.m.}} = 25 \text{ MeV}$	96
5.5	Partes reais e imaginárias dos potenciais de polarização de longo alcance na colisão ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$, para as mesmas energias da figura anterior.	97
5.6	Figura análoga à anterior, mas agora o potencial foi derivado a partir de funções de onda para absorção de curto alcance nas interações fragmento-alvo.	97
5.7	Seções de choque de <i>Breakup</i> elástico do ${}^8\text{B}$ em colisões com ${}^{58}\text{Ni}$ em para três energias de colisão diferentes (linhas contínuas azuis). As linhas tracejadas vermelhas e as pontilhadas verdes correspondem a resultados de cálculos CDCC considerando só o acoplamento Coulombiano e só o nuclear, respectivamente.	99
5.8	Figura análoga à anterior mas aqui as seções de choque são para <i>breakup</i> sem captura (NCBU).	99
5.9	Comparação do EBU and NCBU em <i>breakup</i> Coulombiano (painéis superiores) e em <i>breakup</i> nuclear (painéis inferiores).	100
5.10	Seções de choque de fusão obtidas em cálculos de um canal usando os potenciais ópticos $V_{\text{opt}}^{(1)}$, $V_{\text{opt}}^{(2)}$ e $V_{\text{opt}}^{(3)}$	102

Lista de Tabelas

2.1	Modos de dissociação e energia de quebra de sistemas fracamente ligados.	9
4.1	Spins, paridades e energias de excitação dos estados da banda fundamental do ^{154}Sm (obtidos da Ref. [35]).	63
5.1	Parâmetro da barreira de diferentes sistemas	91
5.2	Parâmetros de barreira dos potenciais ópticos discutidos no texto .	94

Sumário

Agradecimentos	ii
Resumo	vi
Abstract	vii
Lista de Figuras	viii
1 Introdução	1
2 Conceitos preliminares em colisões nucleares	6
2.1 Algumas definições	6
2.2 A seção de choque elástica	9
2.3 Referenciais de laboratório e do centro de massa	11
2.4 Colisões Clássicas	14
2.4.1 Trajetória Clássica e a função de deflexão	14
2.4.2 Seção de choque clássica	18
2.4.3 A seção de choque de Rutherford	18
2.5 Colisões Quânticas	20
2.5.1 Colisões Coulombianas	22
2.5.2 Colisões nucleares (Coulomb + curto alcance)	26
2.5.3 Potenciais complexos - a seção de choque de absorção . .	30

2.5.4	A seção de choque de fusão	33
3	Teoria de reações nucleares	43
3.1	O método de canais acoplados	43
3.1.1	Extensão ao contínuo - a aproximação CDCC	46
3.2	A seção de choque de absorção na teoria de canais acoplados	48
3.2.1	Projeções em momento angular	51
3.3	Potenciais de polarização	54
3.3.1	O formalismo de projetores de Feshbach	55
3.3.2	O potencial de polarização de Thompson <i>et al.</i>	59
4	Estudo do sistema $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$	63
4.1	O potencial óptico	64
4.2	O potencial de acoplamento entre os canais	66
4.2.1	O acoplamento nuclear	66
4.2.2	O acoplamento Coulombiano	68
4.3	Seções de choque	69
4.3.1	Distribuições angulares elásticas	69
4.3.2	Potenciais de polarização	72
4.4	Seções de choque inelásticas	75
4.5	Seções de choque de fusão e de reação	78
5	Estudo do sistema $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$	87
5.1	O potencial óptico e o potencial de acoplamento	92
5.2	Seção de choque	94
5.2.1	Distribuições angulares elásticas	95
5.2.2	Potencial de polarização	96
5.3	Seção de choque de breakup	98
5.4	Seção de choque de Fusão	101

6	Conclusões e perspectivas futuras	104
A	Imput - $^{16}\text{O}+^{154}\text{Sm}$	107
A.1	Considerando até o estado 8^+	107
A.2	Considerando até o estado 8^+ e acoplamento puramente columbiano	108
A.3	Considerando até o estado 8^+ e acoplamento puramente nuclear .	109
A.4	Para calculo de um canal	110
B	Imput - $^8\text{B}+^{58}\text{Ni}$	111
B.1	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance	111
B.2	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance	117
B.3	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance com o acoplamento puramente coulombiano	120
B.4	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance com o acoplamento puramente coulombiano	125
B.5	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance com o acoplamento puramente nuclear	128
B.6	Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance com o acoplamento puramente nuclear	130
B.7	Para calculo de um canal considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance	133
B.8	Para calculo de um canal considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance	134

Capítulo 1

Introdução

Núcleos são sistemas microscópios de grande complexidade, formados por prótons e nêutrons, que interagem através de forças eletromagnéticas e nucleares. Então, as principais metas da Física Nuclear são compreender a natureza destas interações e descrever os estados estacionários destes sistemas.

Sabemos que a dinâmica nuclear é descrita pela Mecânica Quântica. Entretanto, a descrição exata dos estados quânticos do sistema requer a resolução de uma equação de Schrödinger para diversas partículas interagindo fortemente, o que é uma tarefa inviável. Então, é necessário recorrer a modelos aproximados. Portanto, é necessário testar a validade das aproximações usadas. Para isto, o principal recurso disponível é o estudo de colisões nucleares. O procedimento utilizado é realizar medidas de diferentes observáveis e comparar os resultados com previsões teóricas baseadas nas aproximações em estudo.

O procedimento quântico mais simples para descrever uma colisão nuclear é construir um Hamiltoniano que só envolve as coordenadas relativas projétil-alvo e resolver a equação de Schrödinger correspondente, com condições de contorno

de espalhamento. Este tratamento é conhecido como *espalhamento por potencial*¹ [1, 2]. Mas, esta teoria simplificada tem um problema. Como as partículas do projétil interagem individualmente com as do alvo, é provável que o estado intrínseco de um dos núcleos seja modificado na colisão. Assim, os eventos em que isto acontece não são incluídos na medida da seção de choque elástica. Isso significa que a corrente que incide pelo canal elástico pode emergir por diferentes canais. Portanto, a conservação de corrente só é válida quando todos os canais são levados em conta, o que não acontece no espalhamento por potencial. Como ele só considera o canal elástico, o fluxo da corrente emergente é menor do que o da incidente, violando a equação da continuidade. A *não conservação de fluxo*, por si só, não é um problema, pois sua origem é bem compreendida. Mas, este efeito tem que ser simulado de alguma forma na teoria. Isto pode ser feito através da inclusão de um termo imaginário negativo no potencial que representa a interação projétil-alvo. Um potencial com esta característica é usualmente chamado de *potencial óptico*.

Por outro lado, o espalhamento por potencial só descreve colisões elásticas e, possivelmente, a seção de choque de fusão ou a de reação. Se quisermos fazer previsões de seções de choque para outros canais, precisamos de uma teoria que leve em conta explicitamente os graus de liberdade intrínsecos relevantes. O método de canais acoplados (CA) tem esta característica [1, 2, 3]. Ele é uma ferramenta essencial para o estudo de sistemas com grandes seções de choque inelásticas ou de transferência de núcleons. Nestes casos, os canais excitados podem afetar dramaticamente as seções de choque elásticas e de fusão.

Consideramos nesta dissertação dois exemplos das situações descritas acima.

¹ A expressão equivalente em inglês, encontrada em textos tradicionais, como o livro do Joachain [1], é *Potential Scattering*.

O primeiro é o de colisões de projéteis pesados com alvos fortemente deformados, como terras raras ou actínídeos. Estudamos em detalhe a colisão de ^{16}O com o núcleo alvo deformado ^{154}Sm . Neste caso há forte excitação de estados rotacionais no alvo, através das forças nucleares e Coulombianas. Como estas últimas tem longo alcance, elas afetam o espalhamento elástico mesmo em ângulos pequenos e em energias próximas da barreira. Sua influência na fusão também é marcante. A seção de choque em energias abaixo da barreira Coulombiana chega a ser algumas ordens de grandeza maiores do que se esperaria sem considerar a deformação do alvo [4].

O segundo exemplo discutido nesta dissertação é o de colisões de projéteis fracamente ligados. Embora alguns núcleos estáveis leves, como os isótopos $^{6,7}\text{Li}$ e o ^9Be , tenham esta característica, o maior interesse recai sobre núcleos instáveis ricos em nêutrons (^6He , ^{11}Be , ^{11}Li etc.) e núcleos instáveis ricos em prótons. Um exemplo destes últimos que vem despertando grande interesse é o ^8B . Este núcleo é composto por um núcleo central de ^7Be e um próton de valência. Como sua energia de ligação é de apenas 0.137 MeV, sua órbita forma um halo. Isto é, uma região de baixa densidade que se estende até grandes distâncias do centro do núcleo. Estudamos em detalhe a colisão $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$.

Colisões de núcleos-halo são influenciadas pela baixa energia de ligação de duas maneiras [5, 6]. Primeiramente, o halo produz um efeito estático no potencial óptico que atua entre o projétil e o alvo. Ele torna a densidade do projétil mais difusa, o que leva a uma redução na altura da barreira Coulombiana. O segundo efeito, de natureza dinâmica, é a forte influência da dissociação do projétil nas seções de choque de espalhamento elástico e de fusão. O próprio conceito de fusão tem que ser re-discutido. Como o projétil pode se fragmentar ao se aproxi-

mar do alvo, a fragmentação pode ser seguida pela absorção parcial dos fragmentos. Este processo é denominado *fusão incompleta*. Naturalmente, há também a fusão usual em que todos os núcleons do projétil são absorvidos pelo alvo. Neste caso, usa-se a nomenclatura *fusão completa*. Em geral, é muito difícil distinguir os dois tipos de fusão, tanto do ponto de vista teórico quanto do experimental. Na maior parte das situações determina-se apenas a *fusão total*, que é a soma dos dois processos descritos acima.

A presente dissertação é um estudo teórico dos sistemas $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ e $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$. Usamos o código computacional FRESCO [7] para calcular seções de choque para os canais mais relevantes e, em cada caso, fazemos comparações com resultados obtidos da equação de Schrödinger para o canal elástico (espalhamento por potencial). Na colisão $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$, o estado fundamental do ^8B é seu único canal ligado. Todos os outros estados do projétil estão no contínuo. Então é preciso utilizar a versão do FRESCO que trata o contínuo na aproximação CDCC (Continuum Discretized Coupled Channel).

Este trabalho se organiza da seguinte forma. No capítulo 2, introduzimos alguns conceitos da Física Nuclear e noções básicas de reações nucleares. Discutimos também a descrição clássica de uma colisão e sua formulação quântica, na aproximação do espalhamento por potencial. Consideramos também algumas aproximações semiclássicas frequentemente usadas em Física Nuclear.

No capítulo 3, introduzimos a teoria de canais acoplados e sua extensão para lidar com canais no contínuo, conhecida como aproximação CDCC. Estudamos também de modo minucioso potenciais de polarização, que procuram simular efeitos de canais acoplados no espalhamento por potencial.

No capítulo 4, apresentamos um estudo detalhado da colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$. Mostramos resultados de seções de choque elásticas, inelásticas e de fusão, calculadas pelo método de canais acoplados, e pelo espalhamento por potencial. Determinamos também potenciais de polarização e testamos sua validade na descrição do espalhamento elástico.

No capítulo 5, estudamos o sistema fracamente ligado $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$. Inicialmente, determinamos seções de choque elásticas através de cálculos de canais acoplados, tratando o contínuo do projétil na aproximação CDCC. Para investigar os efeitos do canal de *breakup* sobre o espalhamento elástico, comparamos nossos resultados com previsões de cálculos de um canal. Realizamos também cálculos CDCC para a seção de choque de *breakup*, analisando os papéis da interação Coulombiana e da nuclear e calculamos potenciais de polarização e seções de choque de fusão na aproximação de 1 canal.

Finalmente, no capítulo 6, apresentamos as conclusões deste trabalho e discutiremos perspectivas futuras.

Capítulo 2

Conceitos preliminares em colisões nucleares

Começamos este capítulo introduzindo alguns conceitos que usaremos ao longo desta dissertação.

2.1 Algumas definições

A Física Nuclear estuda colisões em que um determinado núcleo é acelerado e lançado contra um núcleo alvo, em repouso no referencial do laboratório. A colisão é descrita em função do vetor entre os centros de massa do projétil e do alvo, \mathbf{r} , e coordenadas intrínsecas dos núcleos, representadas genericamente por ξ .

A colisão se inicia com os núcleos no estado fundamental, representado por φ_0 , e após a colisão eles podem permanecer no estado φ_0 ou passar para um outro estado intrínseco, $\varphi_{\alpha \neq 0}$. A população final destes estados depende de vários fatores, como a energia de colisão, a natureza dos estados intrínsecos e a interação entre os participantes da colisão. A cada estado intrínseco, φ_{α} , corresponde um

estado do movimento relativo projétil-alvo, ψ_α . Estes estados são rotulados pelo índice α , que representa o conjunto de números quânticos necessários para a sua caracterização. Eles são chamados de *canais*. Os principais canais considerados em colisões nucleares são descritos abaixo.

- *canal elástico ou canal de entrada*: corresponde ao estado intrínseco fundamental, φ_0 . Quando o estado final é o mesmo, temos um evento de espalhamento elástico.
- *canais inelásticos*: correspondem aos estados excitados do projétil e/ou do alvo, em que estes mantêm suas identidades. Isto é, os números atômicos e de massa do projétil e do alvo, representados respectivamente por Z_P, Z_T, A_P e A_T , não se alteram durante a colisão. Nestes processos, uma parte da energia do movimento relativo é transferida para os graus de liberdade internos do núcleo. Colisões que terminam nestes canais são chamadas de colisões inelásticas.
- *canais de transferência*: são aqueles em que os parceiros na colisão trocam núcleons entre si. Deste modo, as composições finais do projétil e do alvo são diferentes das iniciais. Temos então uma reação de transferência.
- *canais de dissociação, ou de quebra (breakup)*: Neste caso, o estado final do sistema é formado por três ou mais corpos no contínuo. Este é o caso, por exemplo, da colisão ${}^6\text{He} + {}^{208}\text{Pb} \rightarrow {}^4\text{He} + 2n + {}^{208}\text{Pb}$.

Os estados finais em uma colisão tem que ser compatíveis com as simetrias do sistema. Assim, grandezas como a energia total, a carga elétrica total do sistema, o número bariônico, o leptônicos, entre outros, devem ser conservados. Portanto, canais que não respeitam estas simetrias não são populados.

Uma quantidade importante em uma reação nuclear é a variação da energia do estado interno do sistema. Em uma reação iniciada no canal elástico¹, com energia interna ε_0 , populando um canal α , com energia interna ε_α , na energia interna do sistema sofre a variação.

$$\Delta\varepsilon = \varepsilon_\alpha - \varepsilon_0. \quad (2.1)$$

Como a energia total é conservada, esta variação é compensada por uma variação da energia cinética. A diferença

$$Q = K_\alpha - K_0 = -\Delta\varepsilon \quad (2.2)$$

é conhecida como o Q da reação. Frequentemente o Q é negativo. Este é sempre o caso em colisões inelásticas. Como o sistema inicialmente está no estado fundamental, a energia do estado final é sempre maior. Então, $\Delta\varepsilon > 0$. Portanto, de acordo com a Eq. (2.2), $Q < 0$. Uma consequência imediata é que uma reação com Q negativo só pode ocorrer se a energia de colisão (no referencial do centro de massa) for maior que $E_{\min} = -Q$. A energia E_{\min} é chamada de energia de limiar (*threshold*) para o canal.

No caso de uma reação em que o projétil² se quebra em dois fragmentos, o limiar é a energia de ligação destes fragmentos no estado fundamental do projétil. Para núcleos estáveis típicos, a energia mínima para separar qualquer núcleon ou conjunto de núcleons é da ordem de 10 MeV. Entretanto, há alguns núcleos leves, como ${}^6,7\text{Li}$ e o ${}^9\text{Be}$, que tem energia de separação bem menor. Energias de ligação bem menores ainda ocorrem para alguns núcleos radioativos, como o ${}^6\text{He}$, o ${}^{11}\text{Li}$, o ${}^{11}\text{Bi}$ que tem energia de ligação bem menores. Na tabela abaixo damos

¹Em geral escolhemos a escala de energia de modo que a energia interna do estado fundamental seja $\varepsilon_0 = 0$.

²Embora a discussão que se segue seja igualmente válida tanto para a quebra do projétil quanto para a do alvo, todos os estudos relevantes na literatura envolvem a quebra do projétil. Então, assumiremos daqui para a frente que estamos lidando com a quebra do projétil.

Tabela 2.1: Modos de dissociação e energia de quebra de sistemas fracamente ligados.

Sistema	Modo de dissociação	Limiar de quebra (MeV)
${}^6\text{Li}$	${}^4\text{He} + {}^2\text{H}$	1.470
${}^7\text{Li}$	${}^4\text{He} + {}^3\text{H}$	2.467
${}^9\text{Be}$	${}^8\text{Be} + n$	1.665
${}^8\text{B}$	${}^7\text{Be} + p$	0.137
${}^{11}\text{Be}$	${}^{10}\text{Be} + n$	0.504
${}^{11}\text{Li}$	${}^9\text{Li} + 2n$	0.295 ± 0.35

alguns exemplos de núcleos fracamente ligados, indicando o modo de dissociação dominante e o limiar de quebra.

2.2 A seção de choque elástica

Em colisões típicas, um feixe de núcleo bastante intenso (da ordem de 10^{12} partículas por segundo), incide sobre um alvo macroscópico, contendo muitos de núcleos alvo (da ordem do número de Avogadro). Então, qualquer estudo experimental de reações nucleares envolve um número extremamente grande de colisões, que não são observadas individualmente. São medidas apenas grandezas de natureza estatísticas, denominadas seções de choque, que são quantidades globais associadas a inúmeras colisões

A seção de choque diferencial, chamada também de distribuição angular, para eventos em um canal qualquer, α , é definida a partir das condições experimentais. Ela é dada pela relação,

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{N(\Omega, \Delta\Omega)}{\Delta\Omega \cdot n \cdot J}, \quad (2.3)$$

onde $N(\Omega, \Delta\Omega)$ é o número de eventos no canal selecionado por unidade de

tempo, registrados por um detector de abertura angular $\Delta\Omega$ situado em uma direção que forma um ângulo θ com a direção do feixe incidente (ver Fig. 2.1). As demais grandezas que aparecem na Eq. (2.3) são o número de núcleos alvo na região atingida pelo feixe, n , e a corrente incidente, J .

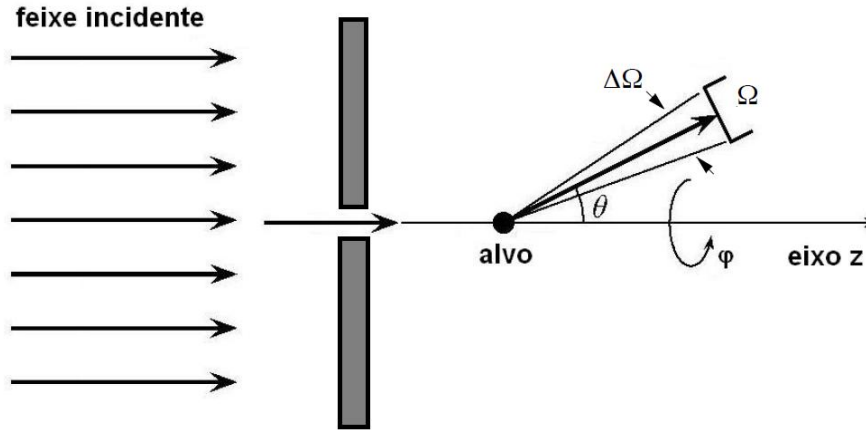


Figura 2.1: Representação do sistema de colisão.

Podemos também definir a seção de choque total para o evento da Eq. (2.3), calculando a integral angular da seção de choque diferencial. Isto é,

$$\sigma_{\alpha} = \int d\Omega \frac{d\sigma_{\alpha}(\theta)}{d\Omega}. \quad (2.4)$$

A distribuição angular elástica é dada pela Eq. (2.3), para $\alpha = 0$. Em colisões de íons pesados as distribuições angulares elásticas são usualmente normalizadas em relação à seção de choque de Rutherford, $d\sigma_{\text{Ruth}}/d\Omega$, que será calculada na seção 2.4.3. Ou seja³,

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} \rightarrow \frac{\sigma(\theta)}{\sigma_{\text{Ruth}}(\theta)} \equiv \frac{d\sigma(\theta)/d\Omega}{d\sigma_{\text{Ruth}}(\theta)/d\Omega}. \quad (2.5)$$

³No caso da distribuição angular elástica, optamos por omitir o sub-índice $\alpha = 0$.

2.3 Referenciais de laboratório e do centro de massa

Em estudos experimentais de colisões nucleares, as medidas são realizadas no referencial de laboratório, em que o alvo está em repouso. Por outro lado, a descrição teórica da colisão pode ser bastante simplificada se adotarmos um referencial em que o centro de massa do sistema projétil-alvo se encontra em repouso. Então, para realizarmos análises teóricas de resultados experimentais é necessário ter dados e previsões teóricas no mesmo referencial.

Desprezando as estruturas internas e os spins do projétil e do alvo, a colisão é descrita em termos dos vetores posição do projétil, \mathbf{r}_P , e do alvo, \mathbf{r}_T . No que se segue usaremos os sub-índices P e T para o projétil e alvo, respectivamente. Estas partículas tem massas $m_P = m_0 A_P$ e $m_T = m_0 A_T$, onde m_0 é o valor médio da massa de um núcleon no interior do núcleo ($m_0 c^2 = 931.5 \text{ MeV}$), e a massa total do sistema é

$$M = m_P + m_T. \quad (2.6)$$

O processo envolve também os momentos canonicamente conjugados, \mathbf{p}_P e \mathbf{p}_T , dados por

$$\mathbf{p}_P = m_P \dot{\mathbf{r}}_P \quad \text{e} \quad \mathbf{p}_T = m_T \dot{\mathbf{r}}_T. \quad (2.7)$$

A dinâmica de colisão é então determinada pelo Hamiltoniano do sistema,

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{P}_P^2}{2m_P} + \frac{\mathbf{P}_T^2}{2m_T} + V(\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_T). \quad (2.8)$$

Entretanto, para análise teórica da colisão, é conveniente introduzir o vetores posição de centro de massa do sistema, $\mathbf{R}_{c.m.}$, e o vetor relativo projétil-alvo, \mathbf{r} , e seus momentos canonicamente conjugados, $\mathbf{P}_{c.m.}$ e \mathbf{p} . Estes vetores são definidos

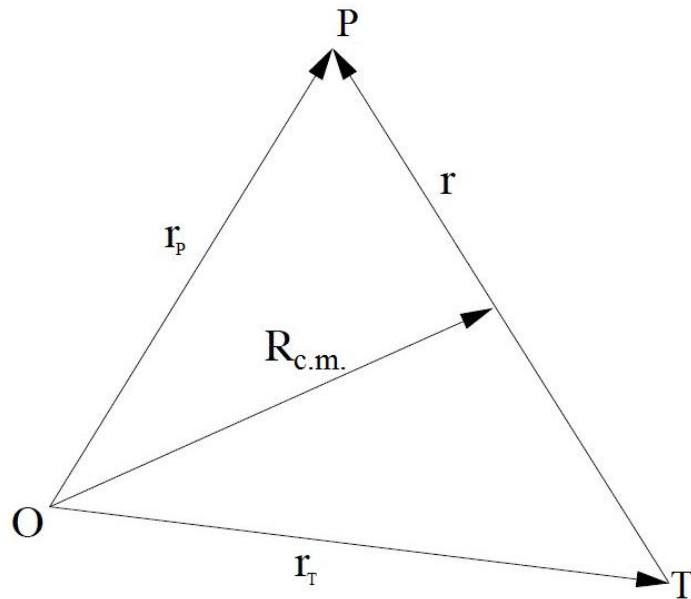


Figura 2.2: Ilustração dos vetores de um sistema de suas partículas \mathbf{r}_P , \mathbf{r}_T , \mathbf{r} e $\mathbf{R}_{c.m.}$ do texto.

pelas relações,

$$\mathbf{R}_{c.m.} = \frac{m_P \mathbf{r}_P + m_T \mathbf{r}_T}{M}; \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}_P - \mathbf{r}_T, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{P}_{c.m.} = M \dot{\mathbf{R}}_{c.m.} \quad \mathbf{p} = \mu \dot{\mathbf{r}}, \quad (2.10)$$

onde μ é a massa reduzida do sistema

$$\mu = \frac{m_P m_T}{M}. \quad (2.11)$$

Se descrevermos a colisão em termos destas novas variáveis, a interação só depende do vetor relativo. Então o momento do centro de massa se conserva. Se tomarmos um referencial em que o centro de massa está em repouso, $\mathbf{P}_{c.m.}$ se

anula e o Hamiltoniano da Eq. (2.12) toma a forma simples

$$\mathcal{H} = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + V(\mathbf{r}). \quad (2.12)$$

Portanto, usando a invariância por translação, que garante a conservação do momento do centro de massa, podemos reduzir um problema originalmente de seis dimensões a apenas três dimensões.

Entretanto, as experiências utilizam o referencial do laboratório, onde o alvo se encontra inicialmente em repouso. Precisamos então utilizar relações que transformem a energia de colisão e a seção de choque medida para o referencial centro de massa. A transformação da energia é obtida trivialmente a partir das expressões dos Hamiltonianos em termos dos dois conjuntos de coordenadas. Tomando a Eqs. (2.12) e (2.12) no limite $|\mathbf{r}_P - \mathbf{r}_T \equiv \mathbf{r}| \rightarrow \infty$, obtemos

$$E_{\text{lab}} = \frac{\mathbf{p}_P^2}{2m_P} \quad \text{e} \quad E_{\text{c.m.}} = \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu}. \quad (2.13)$$

Usando as Eqs. (2.6) - (2.11) chegamos facilmente à relação,

$$E_{\text{c.m.}} = \frac{m_T}{M} E_{\text{lab}}. \quad (2.14)$$

Analisando a relação acima, concluímos estas energias são próximas quando o alvo é muito mais pesado do que o projétil.

Por outro lado, temos que levar em conta que um ângulo de espalhamento no referencial laboratório não tem o mesmo valor no referencial centro de massa. Portanto, é necessário converter seções de choque diferenciais medidas para o referencial centro de massa, antes de fazer comparações com previsões teóricas. Neste caso a conversão é mais complicada. Como ela não será utilizada, não a

discutiremos nesta dissertação⁴.

2.4 Colisões Clássicas

Embora a teoria adequada para colisões nucleares seja a Mecânica Quântica, alguns conceitos clássicos são muito úteis. Então, apresentamos nesta seção alguns resultados para colisões clássicas desprezando a estrutura interna dos núcleos. Faremos a suposição de que eles se comportam como partículas pontuais, interagindo através de um potencial conservativo esfericamente simétrico. Isto é, um potencial $V(r)$ que depende apenas do módulo da distância projétil-alvo.

2.4.1 Trajetória Clássica e a função de deflexão

Como estamos supondo que o sistema é conservativo e esfericamente simétrico, a energia mecânica, E , e o vetor momento angular, \mathbf{L} , são conservados ao longo da colisão.

Consideremos uma colisão nuclear em que o projétil se aproxima de um alvo, a partir de uma distância suficientemente grande para que a interação entre eles possa ser desprezada. Então, no início da colisão, $V(r) \sim 0$ e a energia do sistema no referencial centro de massa se reduz a

$$E = \frac{1}{2} \mu \mathbf{v}^2 \equiv \frac{1}{2} \mu v^2. \quad (2.15)$$

Na equação acima, \mathbf{v} e v são respectivamente os valores iniciais do vetor velocidade relativa (velocidade projétil-alvo) na região assintótica e do módulo.

Quando o projétil se aproxima do alvo, a interação passa a ser relevante. As energias cinética e potencial então se modificam. Entretanto, a conservação da

⁴Esta transformação é discutida em detalhes em livros textos sobre teoria de colisões, com na Ref. [2].

energia impõe a relação

$$E = \frac{1}{2} \mu \dot{\mathbf{r}}^2 + V(r), \quad (2.16)$$

onde $\dot{\mathbf{r}}$ é o vetor velocidade quando o projétil está na posição \mathbf{r} e E é o valor inicial da energia mecânica, dado na Eq. (2.15).

Por outro lado, a invariância por rotação garante a conservação do vetor \mathbf{L} . Como sua direção se mantém constante, a colisão se processa no plano definido por \mathbf{v} , e pelo valor inicial do vetor \mathbf{r} . Portanto, o problema envolve apenas dois graus de liberdade. É conveniente adotar o sistema de coordenadas da Fig. 2.3, escolhendo o eixo- X paralelo à velocidade incidente. O movimento é então descrito pelas coordenadas r e ϕ , representadas na figura. A trajetória fica totalmente determinada pelos valores das grandezas conservadas, E e $L \equiv |\mathbf{L}|$. Podemos também caracterizar a trajetória pela velocidade inicial, v , e o parâmetro de impacto, b , relacionados com as grandezas conservadas pela Eq. (2.15) e pela equação

$$L = \mu v b. \quad (2.17)$$

Para calcular a trajetória, escrevemos o vetor posição e o vetor velocidade em termos das variáveis r e ϕ ,

$$\mathbf{r} = [-r \cos \phi] \hat{i} + [r \sin \phi] \hat{j}, \quad (2.18)$$

onde \hat{i} e \hat{j} são os vetores unitários na direções X e Y , e

$$\dot{\mathbf{r}} = [-\dot{r} \cos \phi + r \sin \phi \dot{\phi}] \hat{i} + [\dot{r} \sin \phi + r \cos \phi \dot{\phi}] \hat{j}, \quad (2.19)$$

e expressamos a energia e o módulo do momento angular ao longo da trajetória

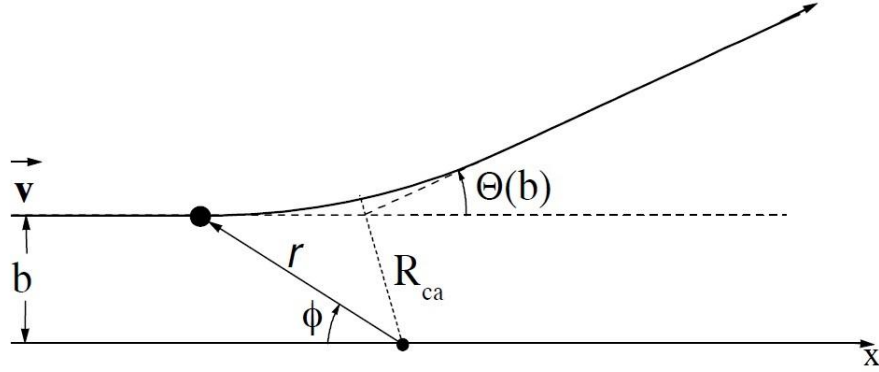


Figura 2.3: Representação de uma colisão entre partículas clássicas (figura extraída da Ref. [2]).

em termos das coordenadas r e ϕ . Estas quantidades tem que permanecer iguais aos valores das Eqs. (2.15) e (2.17). Assim, obtemos as equações,

$$E = \frac{1}{2}\mu \left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\phi}^2 \right) + V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}\mu v^2 \quad (2.20)$$

e

$$L = \mu v b = \mu r^2 \dot{\phi} \rightarrow L = \mu r^2 \dot{\phi} \quad (2.21)$$

Da Eq. (2.21), obtemos o valor da derivada angular,

$$\dot{\phi} = vb/r^2. \quad (2.22)$$

Utilizando este resultado na Eq. (2.20), chegamos à equação

$$\dot{r} = \pm v \sqrt{1 - \frac{b^2}{r^2} - \frac{V(r)}{E}}, \quad (2.23)$$

onde os sinais menos ou mais (\pm) se aplicam para os ramos de entrada e de saída da trajetória, respectivamente.

O próximo passo é transformar a derivada temporal de ϕ em uma derivada em relação a r . Para isto, utilizamos a relação usual,

$$\dot{\phi} = \dot{r} \left[\frac{d\phi}{dr} \right]. \quad (2.24)$$

Comparando as equações (2.22) e (2.24) e utilizando a Eq. (2.23), obtemos

$$\frac{d\phi}{dr} = \pm \frac{b}{r^2 \sqrt{1 - b^2/r^2 - V(r)/E}}. \quad (2.25)$$

Integrando esta equação em relação a r , e usando o fato de que o integrando é uma função par, obtemos o valor final da variável angular,

$$\phi_{\text{final}}(b) = 2 \int_{R_{ca}}^{\infty} \frac{b dr}{r^2 \sqrt{1 - b^2/r^2 - V(r)/E}}. \quad (2.26)$$

Na equação acima, o limite inferior da integral, R_{ca} , é a distância de aproximação máxima em uma trajetória com parâmetro de impacto b , determinada pela condição

$$1 - \frac{b^2}{R_{ca}^2} - \frac{V(R_{ca})}{E} = 0. \quad (2.27)$$

A função de deflexão, que corresponde ao suplemento do valor final de ϕ , é então,

$$\Theta(b) = \pi - \phi_{\text{final}}(b) = \pi - 2 \int_{R_{ca}}^{\infty} \frac{b dr}{r^2 \sqrt{1 - b^2/r^2 - V(r)/E}}. \quad (2.28)$$

A função de deflexão pode assumir valores positivos ou negativos. Quando o potencial é predominantemente repulsivo, $\Theta(b)$ é positiva. Caso contrário a função de deflexão é negativa. Em uma colisão nuclear $\Theta(b)$ pode ter valores positivos e negativos para diferentes parâmetros de impacto.

2.4.2 Seção de choque clássica

A trajetória clássica da seção anterior nos permite calcular a seção de choque elástica diferencial. Para isso, utilizamos a definição da Eq. (2.3), no caso particular de projéteis com parâmetros de impacto aleatórios, correspondendo a uma corrente J , incidindo sobre um único núcleo alvo ($n = 1$ na Eq. (2.3)). Como o potencial tem simetria esférica, a distribuição de projéteis espalhados tem simetria axial. A figura 2.4 mostra as trajetórias para os parâmetros de impacto b e $b + \Delta b$. Devido à simetria axial, partículas que incidem com um parâmetro de impacto b emergem na direção de uma aresta de um cone com vértice no alvo e ângulo de abertura $\Theta(b)$. De modo análogo, os projéteis com parâmetro de impacto $b + \Delta b$ emergem na direção $\Theta + \Delta\Theta$ (supondo um potencial predominantemente repulsivo). Assim, projéteis com parâmetros de impacto entre b e $b + \Delta b$ emergem entre as duas superfícies cônicas indicadas na figura. Isto é, em um ângulo sólido $|\Delta\Omega| = 2\pi\theta d\theta$. Como a corrente incidente é J , o número de partículas correspondente a esta situação é $N(\Omega, \Delta\Omega) = 2\pi b \Delta b J$. Substituindo na Eq. (2.3):

$$|\Delta\Omega| = 2\pi\theta d\theta, \quad N(\Omega, \Delta\Omega) = 2\pi b \Delta b J, \quad \frac{\Delta b}{\Delta\theta} = \left| \frac{d\Theta(b)}{db} \right|^{-1} \quad \text{e } n = 1, \quad (2.29)$$

obtemos a seção de choque clássica,

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \frac{b}{\sin\theta} \left| \frac{d\Theta(b)}{db} \right|^{-1}. \quad (2.30)$$

2.4.3 A seção de choque de Rutherford

Rutherford utilizou a teoria clássica da seção anterior para analisar a experiência de Geiger e Marsden sobre colisões de partículas alfa (núcleos de ${}^4\text{He}$ - $Z_{\text{He}} = 2$) com folhas delgadas de ouro ($Z_{\text{Au}} = 79$). Neste caso, o potencial de interação é

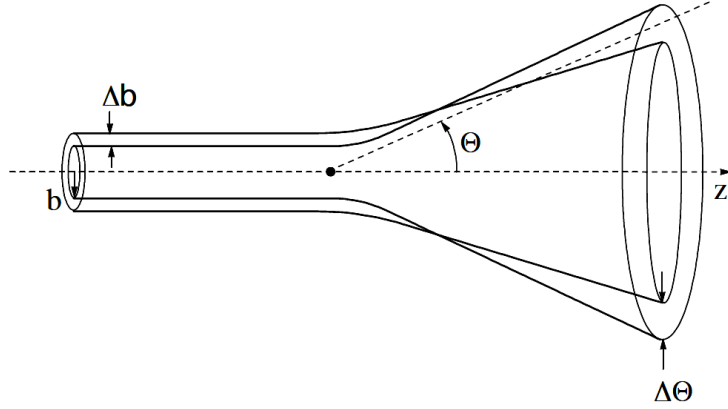


Figura 2.4: O elemento de ângulo sólido $\Delta\Omega$ e a área correspondente, $2\pi b db$ [2].

$$V_C(r) = \frac{Z_P Z_T e^2}{r} = \frac{158 e^2}{r} \quad (2.31)$$

onde e é a carga do elétron e Z_P e Z_T são os números atômicos do projétil e o alvo, respectivamente.

Inserindo este potencial na Eq. (2.28), ele obteve a função de deflexão Coulombiana,

$$\Theta_C(b) = 2 \tan^{-1}(a/b), \quad (2.32)$$

onde b é o parâmetro de impacto e a é a metade da distância de aproximação máxima em uma colisão frontal ($b = 0$),

$$a = \frac{Z_P Z_T e^2}{2E}. \quad (2.33)$$

Utilizando este resultado na expressão da seção de choque clássica (Eq. (2.30)),

Rutherford obteve a seção de choque

$$\frac{d\sigma_{\text{Ruth}}(\theta)}{d\Omega} = \frac{a^2}{4 \sin^4(\theta/2)}. \quad (2.34)$$

Esta expressão, que representa o resultado clássico para uma colisão de duas partículas carregadas pontuais, é conhecida como seção de choque de Rutherford. Curiosamente, este resultado é idêntico ao obtido na Mecânica Quântica, como será visto na seção 2.5.1.

Note que a seção de choque da Eq. (2.34) diverge no limite $\theta \rightarrow 0$. Isso resulta do alcance infinito do potencial Coulombiano. Uma consequência imediata é que Eq. (2.4) não é válida para colisões de íons pesados, já que a interação projétil-alvo tem sempre uma componente Coulombiana.

2.5 Colisões Quânticas

Na descrição quântica, a colisão núcleo-núcleo é representada pela equação de Schrödinger,

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \psi^{(+)}(\mathbf{r}) + V(r) \psi^{(+)}(\mathbf{r}) = E \psi^{(+)}(\mathbf{r}), \quad (2.35)$$

e a solução de espalhamento tem a forma

$$\psi^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) + \psi_{\text{esp}}(\mathbf{r}). \quad (2.36)$$

Na equação acima, o primeiro termo representa a onda incidente e o segundo corresponde a uma onda esférica espalhada⁵, resultante da ação do potencial esférico.

⁵Podemos construir duas soluções com ondas esféricas de comportamentos diferentes. Na primeira, $\psi^{(+)}$, ela se propaga com velocidade radial positiva, se afastando do centro espalhador. Na segunda, $\psi^{(-)}$, ela se propaga com velocidade negativa, convergindo para ele.

ricamente simétrico, $V(r)$.

Para resolver o problema acima, temos que considerar duas situações. A primeira é a de um potencial de curto alcance, que se anula ou pode ser desprezado em distâncias superiores a seu alcance, representado por \bar{R} . Qualquer potencial que no limite $r \rightarrow \infty$ tende a zero mais rapidamente que r^{-1} se enquadra nesta categoria. A segunda categoria é a dos potenciais que não satisfazem a esta condição, como o potencial Coulombiano. Este é o caso das colisões nucleares, que discutiremos nesta dissertação. Entretanto, é importante discutir algumas ideias gerais de colisões com potenciais de curto alcance.

No caso de potenciais de curto alcance, a onda incidente é uma onda plana e a espalhada é uma onda esférica. Tomando o eixo-z na direção do feixe incidente, elas têm os comportamentos assintóticos (para $r > \bar{R}$),

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \longrightarrow A e^{ikz} \quad \text{e} \quad \psi_{\text{esp}}(\mathbf{r}) \longrightarrow A f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r}, \quad (2.37)$$

onde $f(\theta)$ é a amplitude de espalhamento. Esta amplitude determina a seção de choque diferencial, como veremos a seguir.

Calculamos então a seção de choque usando a definição da Eq. (2.3). Para isso, precisamos determinar a corrente incidente, J , e o número de partículas que atinge o detetor, $N(\theta, \Delta\Omega)$. Inicialmente, calculamos a densidade de corrente de probabilidade,

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar}{2\mu i} \left[\psi^*(\mathbf{r}) \nabla \psi(\mathbf{r}) - \psi(\mathbf{r}) \nabla \psi^*(\mathbf{r}) \right], \quad (2.38)$$

associada a ψ_{inc} . Chegamos ao resultado $\mathbf{j}_{\text{in}} = |A|^2 v \hat{\mathbf{z}}$. A corrente incidente é então,

$$J \equiv \mathbf{j}_{\text{in}} \cdot \hat{\mathbf{z}} = |A|^2 v. \quad (2.39)$$

Para calcularmos o fluxo da corrente espalhada através da superfície do detetor, precisamos da componente radial da corrente espalhada, $\mathbf{j}_{\text{esp}} \cdot \hat{\mathbf{r}}$, em distâncias assintóticas. Usando a Eq. (2.38) para ψ_{esp} e desprezando termos da ordem de r^{-3} , chegamos ao resultado,

$$\mathbf{j}_{\text{esp}} \cdot \hat{\mathbf{r}} = |A|^2 \frac{v}{r^2}. \quad (2.40)$$

Determinamos então $N(\theta, \Delta\Omega)$ multiplicando a corrente da equação acima pela área transversal do detetor, $\Delta S = r^2 \Delta\Omega$, indicada na figura 2.1. Obtemos,

$$N(\theta, \Delta\Omega) = |A|^2 |f(\theta)|^2 v \Delta\Omega. \quad (2.41)$$

Finalmente, inserindo as Eqs. (2.39) e (2.41) na Eq. (2.3), chegamos à expressão

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (2.42)$$

Usualmente, a função de onda de espalhamento é expandida em ondas parciais, o que leva a uma equação radial para cada componente do momento angular. No caso de potenciais de curto alcance, a série de ondas parciais converge rapidamente. Entretanto, quando a interação tem uma componente Coulombiana, a série de ondas parciais não converge. Então este procedimento não pode ser utilizado nas colisões núcleo-núcleo estudadas nesta dissertação.

2.5.1 Colisões Coulombianas

Em uma colisão Coulombiana de partículas pontuais, sem estrutura interna, a interação é dada por⁶,

$$V_C(r) = \frac{Z_P Z_T e^2}{r}. \quad (2.43)$$

⁶Como é comum em Física Nuclear, utilizamos o sistema de unidades CGS.

e a Eq. (2.35) pode ser colocada na forma⁷

$$\left[\nabla^2 + k^2 - \frac{2\eta k}{r} \right] \phi_c^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = 0, \quad (2.44)$$

onde η e k são respectivamente o parâmetro de Sommerfeld e número de onda do movimento projétil-alvo, dados por

$$\eta = \frac{Z_P Z_T e^2}{\hbar v} \quad \text{e} \quad k = \frac{\sqrt{2\mu E}}{\hbar}. \quad (2.45)$$

Na equação (2.44), $\phi_c^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r})$ representa a solução de espalhamento, que tem a forma da Eq. (2.36),

$$\psi^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{inc}}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \psi_{\text{esp}}(\mathbf{k}; \mathbf{r}).$$

Entretanto, neste caso ψ_{inc} e ψ_{esp} não tem as formas assintóticas da Eq. (2.37). Devido ao alcance infinito da interação Coulombiana, as ondas são distorcidas mesmos em distâncias muito grandes. Neste caso, adotando para a constante de normalização o valor $A = (2\pi)^{-3/2}$, temos as formas assintóticas,

$$\psi_{\text{inc}}(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} e^{ikz} \left[e^{-i\eta \ln\{k(r-z)\}} \right] \quad (2.46)$$

e

$$\psi_{\text{esp}}(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} f_C(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \left[e^{-i\eta \ln\{2\eta r\}} \right]. \quad (2.47)$$

Nas equações acima, a distorção assintótica causada pelo campo Colombiano corresponde aos fatores dentro de colchetes.

Usando coordenadas parabólicas, a Eq. (2.44) pode ser resolvida analiticamente [1]. Deste modo, obtemos a amplitude de espalhamento Coulombiano

⁷Uma discussão mais detalhada do espalhamento quântico por potenciais coulombianos pode ser encontrada em livros texto, como [1, 2].

$$f_c(\theta) = -\frac{a}{2} \exp^{2i\sigma_0} \frac{\exp^{-i\eta \ln\{\sin^2 \theta/2\}}}{\sin^2(\theta/2)}. \quad (2.48)$$

Na equação acima, a é a metade da distância de aproximação máxima em uma colisão frontal, dada pela Eq. (2.33), e σ_0 é a defasagem Coulombiana para $l = 0$,

$$\sigma_0 = \arg \{ \Gamma(1 + i\eta) \}, \quad (2.49)$$

onde Γ é a função gama usual.

A seção de choque Coulombiana é obtida tomando-se o módulo da Eq. (2.48) ao quadrado. Obtemos,

$$\frac{d\sigma_c(\theta)}{d\Omega} = |f_c(\theta)|^2 = \frac{a^2}{4} \left[\frac{1}{\sin^4 \theta/2} \right]. \quad (2.50)$$

Note que a validade da Eq. (2.42) para potenciais de longo alcance não é óbvia. Entretanto, ela pode ser provada [2]. Outro ponto interessante é que no caso da interação Coulombiana entre cargas pontuais, a seção de choque quântica é idêntica à seção de choque de Rutherford, que foi obtida por Mecânica Clássica.

Expansão em ondas parciais - as funções de Coulomb

Embora expansões em ondas parciais sejam divergentes para o colisões Coulombianas, elas são muito úteis em colisões nucleares, onde o potencial de interação tem o termo Coulombiano e um termo de curto alcance.

A função de onda $\phi_c^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r})$ pode ser expandida em ondas parciais, na forma

$$\phi_c^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{lm} C_{lm} Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}) \frac{u_{c,l}(k, r)}{kr}. \quad (2.51)$$

Inserindo esta expansão na Eq. (2.44), obtemos a equação para a função de onda

radial,

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{2\eta k}{r} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u_{c,l}(k, r) = E u_{c,l}(k, r). \quad (2.52)$$

Fazendo a mudança de variável: $r \rightarrow \rho = kr$, a equação acima toma a forma

$$u_{c,l}''(\rho) + \left[1 - \frac{2\eta}{\rho} - \frac{l(l+1)}{\rho^2} \right] u_{c,l}(k, r) = 0, \quad (2.53)$$

onde $u_{c,l}''(\rho)$ representa a derivada segunda de $u_{c,l}$ em relação a seu argumento. Esta é a equação de Coulomb, que é bastante conhecida. Suas soluções podem ser expressas como a combinações lineares da solução regular, representada por $F_l(\eta, \rho)$, e da irregular, representada por $G_l(\eta, \rho)$. Nos limites $\rho \rightarrow 0$ e $\rho \rightarrow \infty$, estas funções apresentam os seguintes comportamentos:

- No limite $\rho \rightarrow 0$

$$F_l(\eta, \rho) \rightarrow A_l \rho^{l+1}, \quad G_l(\eta, \rho) \rightarrow \frac{1}{A_l (2l+1)} \rho^{-l}, \quad (2.54)$$

com

$$A_0 = \left(\frac{2\pi\eta}{\exp 2\pi\eta} \right)^{1/2}, \quad A_{l>0} = \frac{A_0}{(2l+1)!!} \prod_{s=1}^l \left(1 + \frac{\eta^2}{S^2} \right)^{1/2} \quad (2.55)$$

- No limite $\rho \rightarrow \infty$

$$F_l(\eta, \rho) \rightarrow \sin \left[\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln(2\rho) + \sigma_l \right] \quad (2.56)$$

$$G_l(\eta, \rho) \rightarrow \cos \left[\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln(2\rho) + \sigma_l \right]. \quad (2.57)$$

Nas equações acima, σ_l é a defasagem Coulombiana para a onda parcial l ,

dada por

$$\sigma_l = \arg \{ \Gamma(1 + l + i\eta) \}. \quad (2.58)$$

As soluções da equação de Coulomb também podem ser expressas como combinações lineares das soluções $H_l^{(+)}(\eta, \rho)$, definidas como

$$H_l^{(+)}(\eta, \rho) = G_l(\eta, \rho) \pm iF_l(\eta, \rho). \quad (2.59)$$

A funções $H_l^{(-)}(\eta, \rho)$ e $H_l^{(+)}(\eta, \rho)$ correspondem respectivamente a ondas esféricas entrantes e saíntes. Elas tem os seguintes limites assintóticos,

$$H_l^{(-)}(\eta, \rho \rightarrow \infty) \longrightarrow \exp \left[-i \left(\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln(2\rho) + \sigma_l \right) \right] \quad (2.60)$$

$$H_l^{(+)}(\eta, \rho \rightarrow \infty) \longrightarrow \exp \left[+i \left(\rho - \frac{l\pi}{2} - \eta \ln(2\rho) + \sigma_l \right) \right]. \quad (2.61)$$

2.5.2 Colisões nucleares (Coulomb + curto alcance)

Em uma colisão núcleo-núcleo o potencial de interação tem a forma geral

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r). \quad (2.62)$$

Em grandes distâncias ($r \gg R_P + R_T$), $V_C(r)$ tem a forma da Eq. (2.43), que corresponde à repulsão Coulombiana de duas cargas pontuais. Mas, esta expressão deixa de ser válida quando as densidades de carga dos núcleos tem superposição. Nestas circunstâncias, o procedimento usual é aproximar a interação Coulombiana pelo potencial de uma partícula pontual de carga $Z_P e$ em uma esfera de raio $R_C = r_{0C} (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$ e carga total $Z_T e$, com densidade uniforme. O

parâmetro r_{0C} é da ordem de 1 fm. Nesta aproximação, a interação Coulombiana pode ser calculada analiticamente, e o resultado é

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_P Z_T e^2}{2R_C} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right), & \text{para } r < R_C \\ \frac{Z_P Z_T e^2}{r} & \text{para } r \geq R_C. \end{cases} \quad (2.63)$$

O potencial $V_N(r)$ resulta da ação de forças nucleares entre os nucleons do projétil e do alvo. Então ele tem curto alcance, sendo desprezível para r maior que uma distância \bar{R} , da ordem de 15 fm. Frequentemente este potencial é parametrizado por uma função Woods-Saxon (WS), da forma

$$V_N(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp[(r - R_0)/a]}, \quad (2.64)$$

com $R_C = r_{0C} (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$. A profundidade, V_0 , o parâmetro de raio, R_0 , e a difusividade, a , dependem do sistema. Em análises de modelo óptico, eles são tratados de modo fenomenológico.

Potenciais nucleares de convolução (*folding*), como o de Akyüz-Winther [8, 9] ou de São Paulo [10, 11], e potenciais de proximidade [12] são também utilizados com frequência [2]. Um potencial de *folding* bastante popular é o de Akyüz-Winther [8, 9]. Este potencial é calculado através de uma integração múltipla de uma interação nucleon-nucleon e as densidades do projétil e do alvo. Posteriormente, os potenciais são aproximados por funções WS, com parâmetros expressos analiticamente em termos dos números de massa do sistema.

Para descrever a colisão, temos que resolver a equação de Schrödinger

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_C(r) + V_N(r) \right] \psi^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = E \psi^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}), \quad (2.65)$$

procurando uma solução da forma $\psi^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi_{\text{inc}}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) + \psi_{\text{esp}}(\mathbf{k}; \mathbf{r})$. O potencial

nuclear, de curto alcance, não altera a forma assintótica da onda incidente. Portanto, ela mantém a forma da Eq. (2.46). Por outro lado, o potencial modifica a onda emergente. Sua forma assintótica passa a ser

$$\psi_{\text{esp}}(\mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left(f_C(\theta) + f_N(\theta) \right) \frac{e^{ikr}}{r} \left[e^{-i\eta \ln\{2\eta r\}} \right]. \quad (2.66)$$

A seção de choque diferencial é então dada por

$$\frac{d\sigma(\theta)}{d\Omega} = \left| f_C(\theta) + f_N(\theta) \right|^2, \quad (2.67)$$

com a amplitude Coulombiana, $f_C(\theta)$, dada pela Eq. (2.48). Entretanto, para determinarmos a seção de choque, é necessário calcular a amplitude nuclear. Para isso, expandimos $\psi^{(+)}(\mathbf{r})$ na forma

$$\psi^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) e^{i\sigma_l} i^l \frac{u_l(k, r)}{kr}, \quad (2.68)$$

onde θ é o ângulo do vetor \mathbf{r} com o eixo-z.

Inserindo esta expansão na Eq. (2.65), obtemos a equação radial

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2\eta k}{r} \right] u_l(k, r) + V_N(r) u_l(k, r) = E u_l(k, r). \quad (2.69)$$

Para distâncias superiores ao alcance do potencial, $V_N(r) = 0$ e o potencial Coulombiano se reduz ao de cargas pontuais. Então, a equação acima corresponde à equação de Coulomb, projetada em ondas parciais. Portanto, a função de onda radial pode se escrita como uma combinação linear das funções $H_l^{(-)}(\eta, kr)$ e $H_l^{(+)}(\eta, kr)$. Como a normalização das funções de onda não afeta a seção de choque podemos fazer uma escolha arbitrária e escrever a função de onda assintótica

em função de um único parâmetro, $S_{N,l}$, na forma,

$$u_l(k, r > \bar{R}) = \frac{i}{2} [H_l^{(-)}(\eta, kr) - S_{N,l} H_l^{(+)}(\eta, kr)]. \quad (2.70)$$

Este parâmetro, que é a componente da matriz-S nuclear⁸ na onda parcial l , pode ser determinado resolvendo a equação radial numericamente para $r \leq \bar{R}$ e impondo a continuidade da derivada logaritmica em $r = \bar{R}$. Em seguida, calculamos a amplitude de espalhamento nuclear tomando a forma assintótica da Eq. (2.68) e identificando o resultado com a forma assintótica da função de onda de espalhamento,

$$\psi^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \left\{ e^{ikz} [e^{-i\eta \ln\{k(r-z)\}}] + \right. \\ \left. (f_C(\theta) + f_N(\theta)) \frac{e^{ikr}}{r} [e^{-i\eta \ln\{2\eta r\}}] \right\}. \quad (2.71)$$

Depois de diversas operações algébricas, chegamos ao resultado,

$$f_N(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) e^{2i\sigma_l} (S_{N,l} - 1). \quad (2.72)$$

Usando esta expressão e a Eq. (2.48) na Eq. (2.67), temos a seção de choque diferencial elástica para colisões nucleares.

⁸O operador de *scattering* e seus elementos de matriz, a matriz-S, desempenham um papel fundamental na teoria de colisões quânticas. Este operador relaciona estados iniciais com estados finais no processo de colisão. Pode-se mostrar que as quantidades $S_{N,l}$ que aparecem na Eq. (2.70) correspondem aos elementos de matriz $\langle lm | S_N | l'm' \rangle$. Como este operador é diagonal nesta representação e os elementos de matriz não dependem de m , usa-se a notação compacta $S_{N,l}$.

2.5.3 Potenciais complexos - a seção de choque de absorção

Em colisões típicas de íons pesados há diversos canais abertos. Então o tratamento apropriado é o método de canais acoplados (CA). No entanto, quando a colisão envolve muitos canais, a resolução das equações de CA requer recursos computacionais consideráveis e, em alguns casos, pode ser uma tarefa inviável. Em tais casos, podemos obter aproximações para a função de onda elástica usando potenciais ópticos e/ou potenciais de polarização. Estes potenciais tem a forma geral

$$V(r) = U(r) + iW(r), \quad (2.73)$$

onde a parte real, $U(r)$, e a parte imaginária, $W(r)$, do potencial são funções de curto alcance. Como o potencial acima é complexo, a equação de continuidade não é satisfeita. Para estados estacionários, como os que estamos considerando, esta equação se reduz a

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0, \quad (2.74)$$

onde \mathbf{j} é a densidade de corrente de probabilidade da Eq. (2.38). Entretanto, podemos derivar uma equação mais geral, válida também para potenciais complexos, seguindo os procedimentos descritos abaixo.

Inicialmente, escrevemos a equação de Schrödinger que descreve a colisão, e também seu complexo conjugado⁹,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\mathbf{r}) = E \psi(\mathbf{r}) \quad (2.75)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V^*(r) \right] \psi^*(\mathbf{r}) = E \psi^*(\mathbf{r}). \quad (2.76)$$

Em seguida, executamos a operação: Eq. (2.75) $\times \psi^*(\mathbf{r})$ - Eq. (2.76)* $\times \psi(\mathbf{r})$. O

⁹Para simplificar as equações, usamos aqui a notação compacta: $\psi^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \rightarrow \psi(\mathbf{r})$.

resultado obtido pode ser colocado na forma,

$$\frac{\hbar}{2\mu i} \left[\psi^*(\mathbf{r}) \nabla^2 \psi(\mathbf{r}) - \psi(\mathbf{r}) \nabla^2 \psi^*(\mathbf{r}) \right] = -\frac{2}{\hbar} W(r) |\psi(\mathbf{r})|^2. \quad (2.77)$$

Identificando no primeiro termo da equação acima o divergente da densidade de corrente, chegamos à relação,

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = \frac{2}{\hbar} W(r) |\psi(\mathbf{r})|^2. \quad (2.78)$$

Integrando a equação acima membro a membro, obtemos

$$\int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot \mathbf{j} \, d^3\mathbf{r} = \frac{2}{\hbar} \int_{\mathcal{V}} W(\mathbf{r}) |\psi(\mathbf{k}, \mathbf{r})|^2 \, d^3\mathbf{r}, \quad (2.79)$$

onde \mathcal{V} é o volume de uma esfera com centro em $\mathbf{r} = 0$ e de raio suficientemente grande para conter toda a região em que $W(\mathbf{r}) \neq 0$. Usamos então o teorema da divergência para converter a integral de volume em uma integral de superfície.

Isto é,

$$\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, ds = \frac{2}{\hbar} \int_{\mathcal{V}} W(\mathbf{r}) |\psi(\mathbf{k}, \mathbf{r})|^2 \, d^3\mathbf{r}, \quad (2.80)$$

onde S é a superfície que delimita \mathcal{V} e $\hat{\mathbf{n}}$ é o vetor unitário normal em cada ponto desta superfície.

O primeiro membro da equação acima representa o fluxo da densidade de corrente total através de uma superfície que contém a região do potencial imaginário. A integral do segundo membro da Eq. (2.79) representa o fluxo de probabilidade através de uma superfície em que o potencial imaginário está totalmente contido. Ele tem contribuições da parte entrante e da parte sante da corrente total, e no caso de potenciais reais, as duas se cancelam. Entretanto, para potenciais complexos, a corrente entrante é parcialmente absorvida. Assim, o resultado líquido

passa a ser um número negativo. O número de partículas absorvidas é então

$$N_a = - \int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} \, ds = - \frac{2}{\hbar} \int_V W(\mathbf{r}) |\psi(\mathbf{k}, \mathbf{r})|^2 \, d^3\mathbf{r}, \quad (2.81)$$

e a seção de choque de absorção é definida como

$$\sigma_a = \frac{N_a}{J}. \quad (2.82)$$

Usando a relação $v = 2E/\hbar k$ e inserindo as Eqs. (2.81) e (2.39) na equação acima, chegamos à expressão,

$$\sigma_a = \frac{1}{|A|^2} \frac{k}{E} \int d^3\mathbf{r} [-W(\mathbf{r})] |\psi(\mathbf{r})|^2. \quad (2.83)$$

Podemos também obter a expansão em ondas parciais da expressão acima. Substituindo a função de onda do integrando por sua expansão em ondas parciais (Eq. (2.68)), chegamos ao resultado

$$\sigma_a = \frac{\pi}{k^2} \sum (2l + 1) T_l, \quad (2.84)$$

onde T_l é a probabilidade de absorção

$$T_l = \frac{1}{|A|^2} \frac{4k}{E} \int dr [-W(\mathbf{r})] |u_l(k, r)|^2. \quad (2.85)$$

A probabilidade de absorção pode ser também expressa em função dos elementos da matriz-S, se calcularmos diretamente o fluxo da corrente. Neste caso, fazemos a expansão em ondas parciais e tomamos a forma assintótica das funções de onda radiais. Chegamos então à Eq. (2.84) mas com a probabilidade de absorção dada por

$$T_l = 1 - |S_{N,l}|^2. \quad (2.86)$$

As Eqs. (2.83) e (2.84) são extremamente úteis quando o potencial imaginário é uma soma de termos associados a diferentes processos físicos. Isso acontece, por exemplo, em colisões de íons pesados. Neste caso, podemos ter um termo volumétrico, W^F , que representa a perda de fluxo incidente no processo de fusão, e um termo superficial, W^D , resultante do acoplamento com canais de reações diretas (canais inelásticos, de transferência ou de *breakup*). Usando a notação de Dirac, a seção de choque de absorção pode ser escrita como

$$\sigma_a = \sigma_F + \sigma_D, \quad (2.87)$$

com

$$\sigma_F = \frac{1}{|A|^2} \times \frac{k}{E} \langle \psi^{(+)} | -W^F | \psi^{(+)} \rangle \quad (2.88)$$

e

$$\sigma_D = \frac{1}{|A|^2} \times \frac{k}{E} \langle \psi^{(+)} | -W^D | \psi^{(+)} \rangle. \quad (2.89)$$

2.5.4 A seção de choque de fusão

Uma reação de fusão ocorre quando os centros do projétil e do alvo atingem distâncias bem menores que a soma dos seus raios. Neste caso, suas densidades se interpenetram fortemente, e o projétil e o alvo perdem suas identidades iniciais. Para simular esta situação em uma descrição unidimensional da colisão, é necessário introduzir um potencial imaginário de curto alcance e extremamente intenso. A seção de choque é então calculada pela Eq. (2.88).

No caso da fusão, o potencial imaginário atua em uma região interior à barreira Coulombiana. A situação para uma onda parcial l é representada esquematicamente na figura 2.5, que mostra a corrente associada à parte entrante da função de onda radial, $j_l^{(-)}$, incidindo sobre a barreira Coulombiana. Então, uma parte desta corrente, $j_l^{(+)}$, é refletida e outra parte, j_F , atravessa a barreira e alcança o potencial

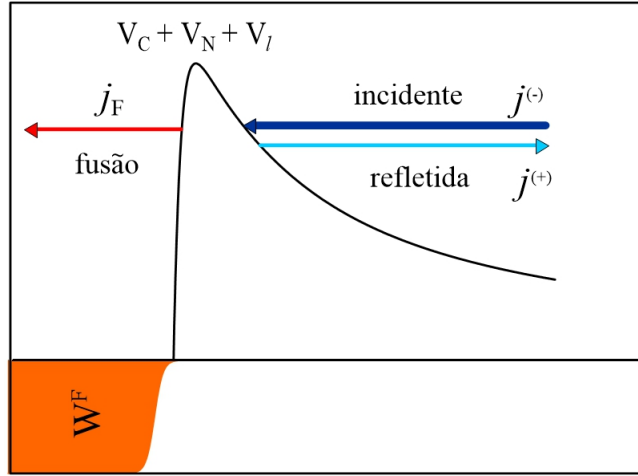


Figura 2.5: Representação esquemática de uma reação de fusão (figura adaptada da Ref. [13]).

imaginário. Como a absorção é extremamente forte, a probabilidade de fusão é muito próxima de 1. Portanto, a probabilidade de fusão pode ser aproximada pelo fator de transmissão através da barreira Coulombiana.

O fator de transmissão WKB

O tratamento mais simples para o problema é a aproximação WKB (ver, por exemplo [14]). Para energias de colisão abaixo da barreira, o fator de transmissão pode ser aproximado pela expressão,

$$T_l^{\text{WKB}} \approx \exp[-2\Phi], \quad (2.90)$$

com

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \kappa_l(r) dr. \quad (2.91)$$

Na equação acima,

$$\kappa_l(r) = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2\mu [V_l(r) - E]}, \quad (2.92)$$

onde $V_l(R)$ é o potencial efetivo da equação radial para a onda parcial l ,

$$V_l(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}. \quad (2.93)$$

Os limites de integração na Eq. (2.91), r_1 e r_2 , são os dois pontos de retorno, definidos pela condição $V_l(r) = E$.

Frequentemente, introduz-se o momento angular modificado $\lambda = l + 1/2$ e faz-se a aproximação

$$l(l+1) \simeq \lambda^2.$$

O fator de transmissão de Kemble

A aproximação WKB usual para o fator de transmissão apresenta um sério problema. Ela só é razoável em energias bem abaixo da barreira, onde $T_l^{\text{WKB}} \ll 1$. Na energia da barreira e em energias mais altas, $\Phi = 0$ e portanto $T_l^{\text{WKB}} = 1$. Este resultado, discorda da Mecânica Quântica, que prevê reflexão da onda incidente mesmo em energias acima da barreira. Esta limitação foi eliminada por Kemble [15]. Utilizando um método diferente para obter as fórmulas de conexão do WKB, ele chegou ao fator de transmissão

$$T_l^{\text{WKB}} = \frac{1}{1 + \exp[2\Phi]} \quad (2.94)$$

onde que Φ é a mesma função da Eq. (2.91).

É fácil mostrar que a expressão acima se reduz ao fator de transmissão WKB usual (Eq. (2.90)) para energias bem abaixo da barreira. Como $\Phi \gg 1$, podemos desprezar a unidade no denominador da equação acima. Assim, as Eqs. (2.90) e (2.94) coincidem. Por outro lado, a Eq. (2.94) dá o valor correto na energia da barreira. Neste caso, os pontos de retorno r_1 e r_2 convergem para o raio da barreira e a função Φ se anula. Então, o fator de transmissão assume o valor previsto

pela Mecânica Quântica, $T_l^{\text{WKB}} = 1/2$. Em princípio, o valor $1/2$ seria mantido para qualquer energia acima da barreira, já que não há pontos de retorno reais. Entretanto, Kemple observou que as Eqs. (2.94) e (2.92) continuam válidas acima da barreira, tomando pontos de retorno r_1 e r_2 complexos. Este procedimento pode ser facilmente utilizado na aproximação parabólica de Hill-Wheeler para a barreira do potencial efetivo, que discutimos a seguir.

O fator de transmissão de Hill-Wheeler

Em 1953, D. L. Hill e J. A. Wheeler [16] obtiveram uma expressão analítica para o fator de transmissão através de uma barreira parabólica. Aproximando a barreira do potencial efetivo na forma,

$$V_l(r) = B_l - \frac{1}{2} \mu \omega_l^2 [r - R_l]^2, \quad (2.95)$$

chegamos ao resultado,

$$T_l^{\text{WKB}} = \frac{1}{1 + \exp[2\Phi_l^{\text{HW}}]}, \quad (2.96)$$

com

$$\Phi_l^{\text{HW}} = \frac{\pi}{\hbar \omega_l} [B_l - E]. \quad (2.97)$$

Este resultado pode ser usado para obter uma aproximação para a seção de choque de fusão. Para cada onda parcial, ajustamos o potencial efetivo na região da barreira por uma parábola, na forma da Eq. (2.95). Deste modo, obtemos a altura, B_l , o raio R_l e o parâmetro de curvatura, ω_l , de cada onda parcial. A seção de choque de fusão é então dada pela expressão

$$\sigma_{\text{F}}^{\text{HW}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l + 1}{1 + \exp[2\pi(B_l - E)/\hbar \omega_l]}. \quad (2.98)$$

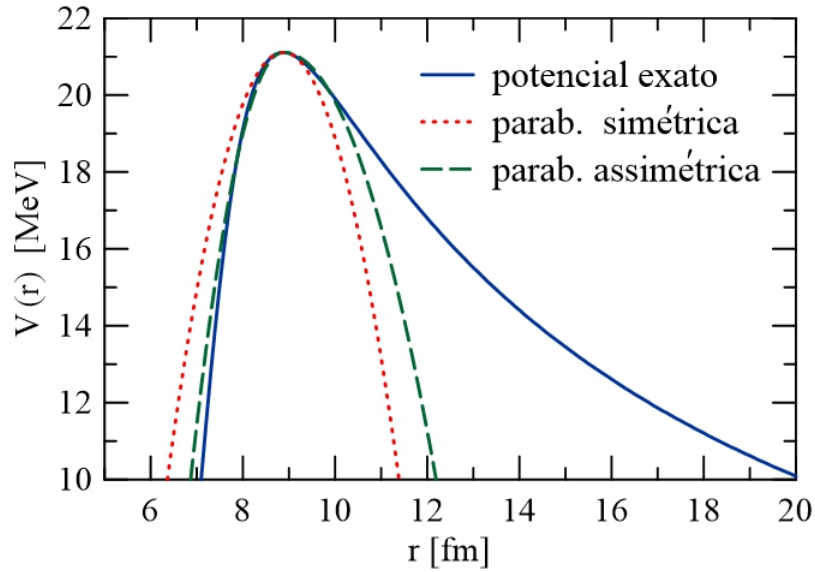


Figura 2.6: A barreira de potencial para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ (linha cheia) e os ajustes parabólicos (linhas tracejadas).

A validade da aproximação de Hill-Wheeler depende da qualidade do ajuste parabólico para a barreira. A questão é ilustrada na Fig. 2.6, para o potencial efetivo do sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$, no caso $l = 0$. Os cálculos foram feitos com potencial Coulombiano da Eq. (2.63) (com $r_{0C} = 1$ fm) e o potencial nuclear de Akyüz-Winther [8, 9].

A figura mostra a barreira do potencial exato (linha cheia azul), em comparação com o ajuste parabólico da Eq. (2.95) (linha pontilhada vermelha). Claramente, o ajuste não é muito bom, exceto em uma região muito próxima do raio da barreira ($r \simeq R_B = 8.9$ fm). Então, a validade depende de os dois pontos de retorno estarem próximos de R_B . Ou seja, de a energia de colisão ser pouco abaixo de V_B . O problema resulta do fato de que a barreira exata é bastante assimétrica, enquanto a parábola é simétrica em relação a R_B . Esta dificuldade pode ser amenizada se ajustarmos o barreira por uma parábola assimétrica, com um parâmetro de curvatura para $r < R_B$ e outro para $r > R_B$. Representamos estes parâmetros por $\hbar\omega_l^{(1)}$

e $\hbar\omega_l^{(2)}$, respectivamente. O ajuste pode ser estendido a energias mais baixas se determinarmos estes parâmetros a partir de valores do potencial um pouco mais afastados de R_B . O resultado de um ajuste deste tipo é representado pela linha tracejada verde na Fig. 2.8. Neste caso, eles foram determinados pelos valores do potencial em $r_1 = R_B - 1$ fm e $r_2 = R_B + 1$. Sem dúvida, este procedimento leva a um ajuste significativamente melhor.

Embora o ajuste assimétrico da barreira seja claramente melhor, e preciso calcular a função $\Phi(E)$ para uma parábola assimétrica. Para isto, dividimos a integral da Eq. (2.91) em duas partes: uma entre r_1 e R_B , outra entre R_B e r_2 . Somando então as contribuições das duas regiões, obtemos o resultado da Eq. (2.97), mas com o parâmetro de curvatura efetivo,

$$\hbar\omega_l^{(\text{ef})} = \frac{2 \hbar\omega_l^{(1)} \hbar\omega_l^{(2)}}{\hbar\omega_l^{(1)} + \hbar\omega_l^{(2)}}. \quad (2.99)$$

A fórmula de Wong para a seção de choque de fusão

C.Y. Wong [17] obteve uma fórmula analítica para a seção de choque de fusão usando a fatores de transmissão de Hill-Wheeler (Eq. (2.98)), com as seguintes aproximações adicionais:

1. Fez a mudança de variável $l \rightarrow \lambda = l + 1/2$ e tratou λ como uma variável contínua. Deste modo, a soma de ondas parciais da Eq. (2.98) se transforma em uma integral em λ .
2. Desprezou a dependência em l de R_l e $\hbar\omega_l$, fazendo as aproximações $R_l \simeq R_{l=0} \equiv R_B$ e $\hbar\omega_l \simeq \hbar\omega_{l=0} \equiv \hbar\omega$. Deste modo, a altura da barreira é dada pela expressão

$$B_l \simeq V_B + \frac{\hbar^2 \lambda^2}{2\mu R_B},$$

onde usamos a notação $V_B \equiv B_{l=0}$.

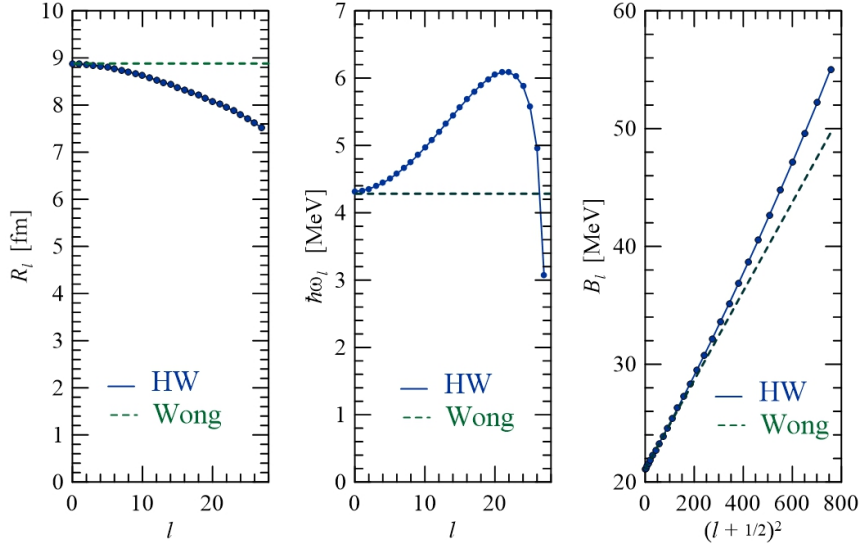


Figura 2.7: Variação dos parâmetros das barreiras do potencial efetivo (com o termo centrífugo) com o momento angular. As linhas tracejadas correspondem aos valores tomados para a fórmula analítica de Wong para a seção de choque de fusão.

Deste modo ele obteve a seguinte expressão para a seção de choque de fusão,

$$\sigma_F^W = R_B^2 \frac{\hbar\omega}{2E} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{2\pi}{\hbar\omega} (E - V_B) \right] \right\} \quad (2.100)$$

A suposição de que as dependências em l dos parâmetros R_l e $\hbar\omega_l$ podem ser desprezadas depende bastante do sistema. Ela não é realística para sistemas muito leves mas melhora para sistemas mais pesados. Na Fig. 2.7, ilustramos a situação para o sistema de massa intermediária, ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$. As linhas cheias representam os parâmetros no ajuste parabólico da barreira de cada onda parcial e as linhas tracejadas são os valores independentes de l adotados por Wong. Claramente, a suposição de que R_l e $\hbar\omega_l$ não dependem de l não é muito precisa. Entretanto, como veremos mais adiante, a seção de choque de Wong é semelhante

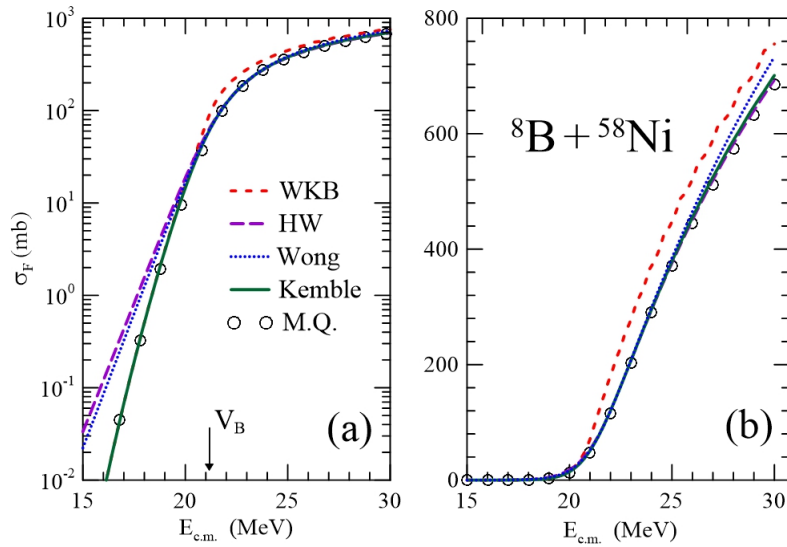


Figura 2.8: Comparação da seção de choque quântica (círculos vazios) com as obtidas pelas diferentes aproximações semiclássicas discutidas no texto.

à de Hill-Wheeler.

Seções de choque semiclássicas e o resultado quântico

Investigamos agora a validade das aproximações discutidas acima em um caso concreto: a colisão ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$. Calculamos as seções de choque de fusão para o potencial de Akýuz-Winther [8, 9] e comparamos os resultados com a seção de choque quântica, obtida através das Eqs. (2.84) e (2.85). Neste caso, adotamos um potencial imaginário de absorção forte e curto alcance (dado por uma função Woods-Saxon com parâmetros $W_0 = -50$ MeV, $r_0 = 1$ fm e $a_i = 0.6$ fm). Os resultados são mostrados na Fig. 2.8. Para facilitar comparações abaixo e acima da barreira, mostramos as seções de choque em uma escala logarítmica (painel (a)) e em uma escala linear (painel (b)).

Primeiramente, observamos que os resultados da aproximação de Kemble são excelentes. Eles são praticamente indistinguíveis dos resultados quânticos em toda a faixa de energia considerada. A segunda conclusão é que a aproximação

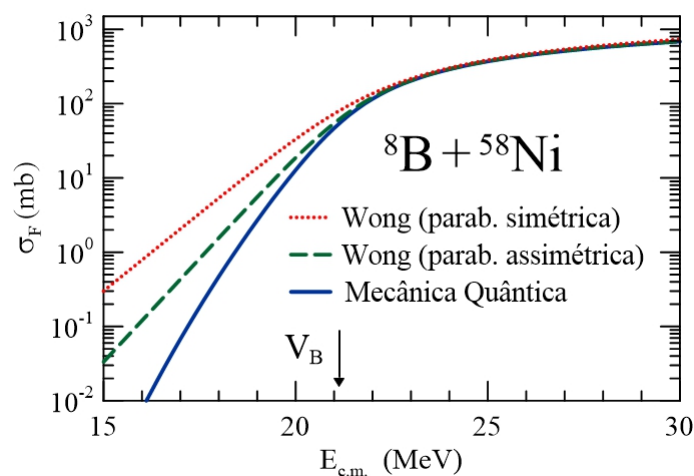


Figura 2.9: Comparação da seção de choque quântica (linha cheia) com as obtidas por aproximações de Wong, baseadas em ajustes da barreira de $l = 0$ por uma parábola simétrica (linha pontilhada) e por uma parábola assimétrica. Os ajustes são os mesmos da Fig. 2.6.

WKB usual funciona muito bem em energia abaixo da barreira mas ela superestima o resultado quântico acima da barreira. Isso não causa surpresa, já que esta aproximação não considera reflexões nesta região de energia. Por outro lado, as aproximações de Hill-Wheeler e de Wong funcionam muito bem acima da barreira mas superestima o resultado quântico abaixo da barreira. A razão deste comportamento é que a aproximação parabólica da barreira é bastante ruim em energias muito abaixo da barreira. Nesta região de energia, a barreira parabólica é muito mais estreita, e portanto leva a fatores de transmissão bem maiores. Notamos também que as aproximações de Hill-Wheeler e de Wong dão resultados equivalentes, com uma ligeira superioridade da seção de choque de Wong.

É importante mencionar que as seções de choque de Hill-Wheeler e de Wong que aparecem na Fig. 2.8 foram obtidas com ajustes da barreira por parábolas assimétricas, como discutido na Fig. 2.6. A importância desta escolha é ilustrada na Fig. 2.9, onde comparamos a seção de choque quântica com resultados da aproximação de Wong, usando parâmetros de ajustes da barreira Coulombiana por

uma parábola simétrica (linha pontilhada) e por uma assimétrica (linha tracejada).
Acima da barreira, as três curvas são praticamente idênticas. Mas, abaixo da
barreira, os resultados da parábola assimétrica são muito mais precisos.

Capítulo 3

Teoria de reações nucleares

No capítulo anterior, discutimos diversos aspectos de colisões nucleares por um potencial, onde a estrutura interna dos participantes da colisão é completamente ignorada. Neste caso, o Hamiltoniano depende apenas do vetor \mathbf{r} , entre os centros de massa do projétil e do alvo. Descrições deste tipo só podem ser usadas para calcular a seção de choque elástica e a seção de choque de absorção. Mas, em situações típicas, queremos calcular seções de choque para processos não elásticos específicos, como colisões inelásticas, reações de transferência e *breakup*. Temos então que levar em conta os graus de liberdade internos mais relevantes do projétil e/ou do alvo. Isso pode ser feito através do método de canais acoplados (CA), que discutiremos neste capítulo.

3.1 O método de canais acoplados

Consideremos uma colisão em que a interação entre o projétil e o alvo depende de \mathbf{r} e também de algumas coordenadas internas dos participantes da colisão, que representaremos por ξ . Neste caso, o Hamiltoniano do sistema no referencial do

seu centro de massa pode ser escrito na forma ¹

$$\mathbb{H}(\mathbf{r}, \xi) = K(\mathbf{r}) + h(\xi) + \mathbb{V}(\mathbf{r}, \xi), \quad (3.1)$$

onde $K(\mathbf{r})$ representa o operador de energia cinética associado ao movimento relativo, $V(\mathbf{r}, \xi)$ expressa a interação entre o projétil e o alvo e $h(\xi)$ é o hamiltoniano interno do sistema, que só depende dos graus de liberdade internos, ξ . O canal elástico e os canais não elásticos que são envolvidos na colisão são auto-estados do Hamiltoniano intrínseco, que satisfazem as equações

$$h_\alpha \varphi_\alpha(\xi) = \epsilon_\alpha \varphi_\alpha(\xi), \quad (\varphi_\alpha | \varphi_{\alpha'}) = \delta_{\alpha, \alpha'}, \quad (3.2)$$

onde $\alpha = 0$ representa o canal elástico, e $(\varphi_\alpha | \varphi_{\alpha'})$ indica produtos escalares no espaço dos graus de liberdade ξ .

No método de canais acoplados a função de onda do sistema é expandida na forma

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{r}, \xi) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}^{(+)}(\mathbf{r}) \varphi_{\alpha}(\xi) \quad (3.3)$$

e esta expansão é usada na equação de Schrödinger que descreve a colisão,

$$\left[E - \mathbb{H}(\mathbf{r}, \xi) \right] \Psi^{(+)}(\mathbf{r}, \xi) = 0. \quad (3.4)$$

Em seguida, tomamos o produto escalar da equação resultante com cada um dos estados intrínsecos, $(\varphi_\alpha |$. Deste modo, obtemos o conjunto de equações acopla-

¹Notação: usaremos fontes especiais (to tipo \mathbb{H} e \mathbb{V}) para operadores que atuam simultaneamente sobre os graus de liberdade \mathbf{r} e ξ , e fontes usuais para aqueles que só atuam sobre um dos espaços. Os que atuam exclusivamente sobre \mathbf{r} e exclusivamente sobre ξ serão representados respectivamente por letras maiúsculas (como H) e por letras minúsculas (como h).

das,

$$\left[E_\alpha - H_\alpha \right] \psi_\alpha^{(+)}(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha' \neq \alpha}^{\infty} V_{\alpha, \alpha'}(r) \psi_{\alpha'}^{(+)}(\mathbf{r}), \quad \text{com } \alpha = 0, 1, \dots, \quad (3.5)$$

onde H_α é o Hamiltoniano no canal α ,

$$H_\alpha = K + \int d\xi \varphi_\alpha^*(\xi) \mathbb{V}(\mathbf{r}, \xi) \varphi_\alpha(\xi). \quad (3.6)$$

As equações acima envolvem também os elementos de matriz da interação não diagonais no espaço de canais ($\alpha \neq \alpha'$),

$$V_{\alpha, \alpha'}(r) = \int d\xi \varphi_\alpha^*(\xi) \mathbb{V}(\mathbf{r}, \xi) \varphi_{\alpha'}(\xi). \quad (3.7)$$

Para simplificar as expressões, usamos a notação compacta para os elementos de matriz diagonais: $V_\alpha(r) \equiv V_{\alpha, \alpha}(r)$. Em aplicações práticas, é necessário truncar as séries infinitas das Eqs. (3.3) e (3.5), de modo a obter um número finito de equações acopladas.

Procuramos então uma solução das equações acopladas com a condição de contorno de espalhamento. Ela corresponde a uma onda incidente no canal elástico, e ondas esféricas emergentes em todos os canais. Como existem forças Coulombianas a onda incidente e as emergentes apresentam distorções assintóticas, como vimos no capítulo anterior. Assim, em distâncias assintóticas, a função de onda deve apresentar o seguinte comportamento (com a normalização $A = (2\pi)^{-3/2}$),

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \longrightarrow \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\alpha} \left[\phi_C(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \delta_{\alpha, 0} + \bar{f}_\alpha(\mathbf{k}_\alpha, \mathbf{k}) \frac{\exp[i\Theta_\alpha(r)]}{r} \right], \quad (3.8)$$

onde $\Theta_\alpha(r)$ é a fase assintótica da onda esférica no canal α ,

$$\Theta_\alpha(r) = k_\alpha r - \eta_\alpha \log(2k_\alpha r) \quad (3.9)$$

e k_α é o vetor de onda neste canal². Na equação acima, η_α é o parâmetro de Sommerfeld do canal, dado por

$$\eta_\alpha = \frac{Z_P Z_T e^2}{\hbar v_\alpha}, \quad (3.10)$$

onde $v_\alpha = \sqrt{2E_\alpha/\mu}$.

Como no caso do *espalhamento por potencial*, a seção de choque é determinada pela amplitude de espalhamento. Generalizando o procedimento do capítulo anterior, obtemos

$$\frac{d\sigma_\alpha(\theta)}{d\Omega} = \frac{k_\alpha}{k} \left| f_c(\theta) \delta_{\alpha,0} + \bar{f}_\alpha(\theta) \right|^2, \quad (3.11)$$

onde o fator k_α/k é introduzido para compensar a diferença entre as velocidades no canal de entrada e de saída [2, 1]. Na equação acima, θ é o ângulo de observação, $f_c(\theta)$ é amplitude Coulombiana da Eq. (2.48), e $\bar{f}_\alpha(\theta)$ é a correção resultante da interação de curto alcance, que aparece na Eq. (3.8).

3.1.1 Extensão ao contínuo - a aproximação CDCC

Em colisões de núcleos fortemente ligados, a expansão em canais envolve um conjunto finito de estados intrínsecos ligados, rotulados pelo índice discreto, α . Entretanto, em colisões de núcleos fracamente ligados, a colisão pode levar a estados intrínsecos no contínuo, representando a situação em que o projétil se

²Para o canal elástico, usamos a notação simplificada $k_0 = k$

dissocia em dois ou mais fragmentos. Neste caso, é necessário incluir também estes estados na expansão. A Eq. (3.3) então toma a forma³

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \varphi_{\alpha}(\xi) + \int_0^{\infty} d\varepsilon \psi_{\varepsilon}^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \varphi_{\varepsilon}(\xi). \quad (3.12)$$

Isto é, além da soma sobre os canais ligados, a expansão acima inclui também uma integral sobre a energia de excitação no contínuo.

A inclusão dos estados no contínuo na Eq. (3.12) torna o método de canais acoplados extremamente complicado. O uso do procedimento da seção anterior levaria a um número infinito de equações acopladas, mesmo truncando a energia interna em algum valor máximo, ε_{\max} . Este problema pode ser resolvido de modo aproximado com uma discretização do contínuo. Este procedimento, conhecido pela sigla CDCC (*Continuum Discretized Coupled Channel*) [18, 19, 20], foi introduzido por Sakuragi e colaboradores [18] para descrever reações nucleares envolvendo o dêuteron. Ele consiste em substituir o espaço de estados no contínuo por um conjunto finito de pacotes de onda gerados pela superposição de estados intrínsecos com energias nas vizinhanças dos valores $\{\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_N\}$, como representado esquematicamente na Fig. 3.1. O método CDCC será brevemente descrito nesta subseção. Há também um segundo modo de discretizar o contínuo, conhecido como o método dos *pseudo-states* [21]. Mas, como não o utilizamos nesta dissertação, não vamos discutí-lo.

No método de *bins*, o contínuo é aproximado pelo conjunto finito de pacotes de onda,

$$\phi_n(x) = \int d\varepsilon \Gamma(\varepsilon - \varepsilon_n) \varphi_{\varepsilon}(x), \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (3.13)$$

³Por simplicidade, representamos os estados no contínuo pela sua energia. Usualmente, outros números quânticos são necessários para especificar o estado intrínseco. Seria necessário então somar sobre os números quânticos adicionais.

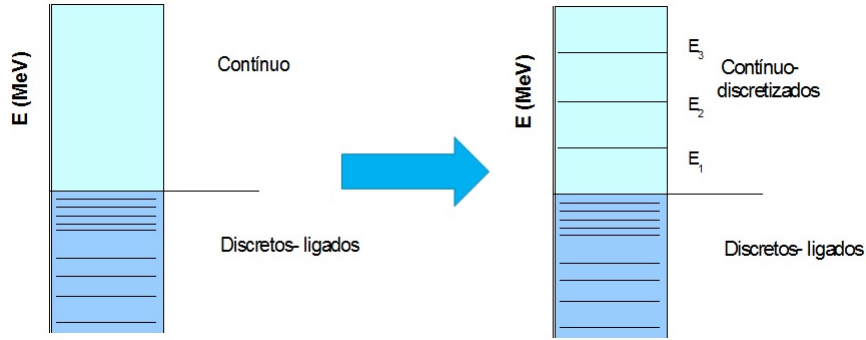


Figura 3.1: Representação esquemática da discretização do contínuo.

Na equação acima, $\Gamma(\varepsilon - \varepsilon_n)$ é uma função de ε com máximo em $\varepsilon = \varepsilon_n$, concentrada entre $\varepsilon - \Delta/2$ e $\varepsilon + \Delta/2$. Assim, a contribuição do contínuo na equação é representada por uma soma sobre os estados discretos acima. A Eq. (3.12) então fica

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \varphi_{\alpha}(\mathbf{x}) + \sum_{n=1}^N \psi_n^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \phi_n(\mathbf{x}). \quad (3.14)$$

Agora a expansão envolve um número discreto de canais e as equações acopladas podem ser obtidas do mesmo modo que no caso de canais exclusivamente ligados.

O método CDCC foi aplicado com sucesso em colisões dêuteron-núcleo [20] e, mais recentemente, em colisões de íons pesados fracamente ligados, estáveis e radioativos (ver, por exemplo, a referência [22]).

3.2 A seção de choque de absorção na teoria de canais acoplados

Na descrição de canais acoplados, a atenuação da corrente incidente resultante da excitação dos canais incluídos nos cálculos é levada em conta de modo

explícito. Entretanto, há canais relevantes que não são considerados, como, por exemplo, o de fusão. Um outro exemplo importante é o de canais inelásticos do alvo em cálculos que envolvem o contínuo, que serão discutidos no capítulo 5. Deste modo, a seção de choque de reação não é dada simplesmente pela soma das seções de choque dos canais não elásticos. Precisamos incluir também as contribuições dos canais que foram ignorados. Isso é feito através de potenciais complexos. Nesta seção, generalizamos a seção de choque de absorção do capítulo anterior para o problema de muitos canais.

Como no caso do *espalhamento por potencial*, partimos da equação de Schrödinger, no caso a Eq. (3.5), e de sua conjugada hermítica. Usando a notação de Dirac, estas equações são

$$[E - K - \mathbb{V}] |\Psi\rangle = 0, \quad (3.15)$$

e

$$\langle \Psi | [E - K - \mathbb{V}^\dagger] = 0. \quad (3.16)$$

Em seguida, executamos a seguinte operação: $\langle \Psi | [\text{Eq. (3.15)}] - [\text{Eq. (3.16)}] |\Psi\rangle$. Assim, usando a forma explícita do operador K e adotando a notação

$$\mathbb{V} = \mathbb{U} + i\mathbb{W}, \quad (3.17)$$

obtemos⁴

$$\frac{\hbar}{2\mu i} \langle \Psi | \nabla^2 | \Psi \rangle = \frac{2}{\hbar} \langle \Psi | \mathbb{W} | \Psi \rangle. \quad (3.18)$$

Escrevendo a equação acima na representação de coordenadas e usando a expansão da função de onda em canais (Eq. (3.3)), chegamos ao resultado,

⁴ Nesta seção, usaremos as notações simplificadas: $\Psi^{(+)}(\mathbf{k}; \mathbf{r}) \rightarrow \Psi$ e $\psi_\alpha^{(+)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) \rightarrow \psi_\alpha(\mathbf{r})$.

$$\nabla \cdot \left[\sum_{\alpha} \mathbf{j}_{\alpha} \right] = \frac{2}{\hbar} \sum_{\alpha\alpha'} W_{\alpha,\alpha'}(r) \psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}), \quad (3.19)$$

onde

$$\mathbf{j}_{\alpha} = \frac{\hbar}{2\mu i} \left[\psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \nabla \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) - \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) \nabla \psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \right] \quad (3.20)$$

é a corrente no canal α .

Para calcular a seção de choque de absorção, procedemos como na seção 2.5.3. Mas, agora temos que considerar a perda de corrente em todos os canais. Então, a Eq. (2.81) fica,

$$N_a = - \int_S \left[\sum_{\alpha} \mathbf{j}_{\alpha} \right] \cdot \hat{\mathbf{n}} ds = - \int_{\mathcal{V}} \nabla \cdot \left[\sum_{\alpha} \mathbf{j}_{\alpha} \right] d^3\mathbf{r}. \quad (3.21)$$

Ou, usando a Eq. (3.19), obtemos

$$N_a = \frac{2}{\hbar} \sum_{\alpha\alpha'} \int_{\mathcal{V}} [-W_{\alpha,\alpha'}(r)] \psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}. \quad (3.22)$$

A seção de choque de absorção obtida dividindo N_a pela corrente incidente, que tem o mesmo valor que no espalhamento por um potencial. Isto é (ver Eq. (2.39)) $J = |A|^2 v$. Então, a seção de choque de absorção toma a forma

$$\sigma_a = \frac{1}{|A|^2} \frac{2}{\hbar v} \sum_{\alpha,\alpha'} \int_{\mathcal{V}} [-W_{\alpha,\alpha'}(r)] \psi_{\alpha}^*(\mathbf{r}) \psi_{\alpha'}(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}. \quad (3.23)$$

Usualmente, adotamos a notação de Dirac e utilizamos a relação $2/\hbar v = k/E$ para escrever a seção de choque na forma

$$\sigma_a = \frac{1}{|A|^2} \frac{k}{E} \sum_{\alpha,\alpha'} \left\langle \psi_{\alpha} \left| [-W_{\alpha,\alpha'}(r)] \right| \psi_{\alpha'} \right\rangle d^3\mathbf{r}. \quad (3.24)$$

Quando os elementos de matriz da interação fora da diagonal são reais, o que

se assume em muitos trabalhos, a equação acima se simplifica bastante. Neste caso a seção de choque de absorção é dada por uma soma de contribuições dos canais envolvidos. Podemos então escrever,

$$\sigma_a = \sum_{\alpha} \sigma_a^{(\alpha)}, \quad (3.25)$$

com

$$\sigma_a^{(\alpha)} = \frac{1}{|A|^2} \frac{k}{E} \langle \psi_{\alpha} | [- W_{\alpha}(r)] | \psi_{\alpha} \rangle d^3\mathbf{r}. \quad (3.26)$$

Na equação acima usamos a notação simplificada para o potencial imaginário no canal α : $W_{\alpha,\alpha}(r) \equiv W_{\alpha}(r)$.

3.2.1 Projeções em momento angular

Vamos agora aplicar o método de expansão em ondas parciais para o caso de espalhamento de multi-canal, adotando a hipótese simplificadora de que os núcleos tem spin zero. No presente caso, os graus de liberdade associados à base da expansão são as variáveis angulares do vetor \mathbf{r} , que representamos por $\hat{\mathbf{r}}$, e as coordenadas nucleares intrínsecas, ξ . As expansões são feitas em termos dos estados ⁵

$$\mathcal{Y}_n(\zeta) \equiv \mathcal{Y}_{\alpha}^{lm}(\zeta) = i^l \varphi_{\alpha}(\xi) Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}), \quad (3.27)$$

onde ζ corresponde aos graus de liberdade $\{\hat{\mathbf{r}}; \xi\}$, e a n representa os números quânticos necessários para especificar o estado, no nosso caso $n \equiv \{\alpha lm\}$. Como estamos supondo que os participantes da colisão tem spin zero, a invariância por rotação leva à conservação dos números quânticos l e m . Os estados da Eq. (3.27)

⁵A fase global da função de onda é arbitrária e aqui ela é definida pelo fator i^l . Com esta escolha a função de onde tem propriedades convenientes por inversão temporal [3].

satisfazem as relações de ortonormalidade

$$\langle \mathcal{Y}_\alpha^{lm} | \mathcal{Y}_{\alpha'}^{l'm'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (3.28)$$

Assim, a expansão da função de onda $\Psi^{(+)}$ tem a forma geral

$$\Psi^{(+)}(0k; \xi, \mathbf{r}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{lm} C_{lm}(\hat{\mathbf{k}}) \sum_{\alpha} \mathcal{Y}_\alpha^{lm}(\zeta) \frac{u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r)}{k_0 r}, \quad (3.29)$$

onde $u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r)$ é a função de onda radial no canal α , em uma colisão iniciada no canal elástico com momento angular $\hbar\sqrt{l(l+1)}$ e componente- z $\hbar m$, e $C_{lm}(\hat{\mathbf{k}})$ são coeficientes a serem determinados.

Usando a expansão acima na Eq. (3.5), obtemos as equações radiais acopladas

$$\left[E_\alpha + \frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) - V_{\alpha l}(r) \right] u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r) = \sum_{\alpha'} V_{\alpha l, \alpha' l}(r) u_{\alpha' l, 0l}(k_{\alpha'}, r), \quad (3.30)$$

onde⁶

$$V_{\alpha l, \alpha' l}(r) = \langle \mathcal{Y}_\alpha^{lm} | \mathbb{V} | \mathcal{Y}_{\alpha'}^{lm} \rangle \equiv \int d\hat{\mathbf{r}} Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{r}}) (\alpha | \mathbb{V} | \alpha') Y_{lm}(\hat{\mathbf{r}}). \quad (3.31)$$

Na Eq. (3.30) usamos a notação simplificada para os elementos de matriz diagonais da interação: $V_{\alpha l, \alpha' l}(r) \rightarrow V_{\alpha l}(r)$.

Para garantir a condição de contorno de espalhamento da Eq. (3.8), as funções de onda radiais tem o comportamento assintótico

$$u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r) \longrightarrow \frac{i}{2} \left[H_l^{(-)}(\eta, kr) \delta_{\alpha 0} - \sqrt{\frac{k}{k_\alpha}} \bar{S}_{\alpha l, 0l} H_l^{(+)}(\eta, k_\alpha r) \right]. \quad (3.32)$$

⁶Como ocorre frequentemente, estamos fazendo a suposição de que a interação é local no espaço de coordenadas.

Ela é dada pela superposição de uma onda esférica incidente, $H^{(-)}(\eta, kr)$, apenas no canal elástico, e ondas esféricas emergentes, $H^{(-)}(\eta, k_\alpha r)$, em todos os canais. Como na Eq. (3.11), o fator $\sqrt{k/k_\alpha}$ compensa a diferença entre a velocidade de propagação no canal elástico e nos demais canais.

Para determinar os coeficientes C_{lm} da Eq. (3.29) e a amplitude de espalhamento de curto alcance, $\bar{f}_\alpha(\theta)$ (ver Eq. (3.8)), procedemos de modo análogo ao caso do espalhamento por um potencial. Na Eq. (3.8), expandimos $\phi_C(k, r)$ em ondas parciais e tomamos seu limite assintótico. Identificamos então a função de onda resultante com a forma assintótica da Eq. (3.29), obtida usando a Eq. (3.32). Igualando as intensidades das ondas esféricas incidentes determinamos $C_{lm}(\hat{\mathbf{k}})$. Depois, repetindo o procedimento para as componentes emergentes, determinamos a amplitude $\bar{f}_\alpha(\theta)$. Chegamos aos seguintes resultados:

$$\Psi^{(+)}(0k; r, \zeta) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{lm} 4\pi Y_{lm}^*(\hat{\mathbf{k}}) e^{i\sigma_{0l}} \sum_{\alpha} \mathcal{Y}_{\alpha}^{lm}(\zeta) \frac{u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r)}{k_0 r}, \quad (3.33)$$

e

$$\bar{f}_\alpha(\theta) = \frac{1}{2i\sqrt{k_\alpha k}} \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta) e^{i(\sigma_{\alpha l} + \sigma_{0l})} [\bar{S}_{\alpha l, 0l} - \delta_{\alpha 0}]. \quad (3.34)$$

A distribuição angular elástica é então dada pela Eq. (3.11).

Podemos usar a Eq. (3.33) para obter a expansão em ondas parciais da seção de choque de absorção. No caso mais simples, em que o potencial imaginário é diagonal no espaço de canais, a seção de choque é dada pela Eq. (3.25), com

$$\sigma_a^{(\alpha)} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \mathcal{T}_l^{(\alpha)}, \quad (3.35)$$

onde a probabilidade de absorção projetada em momento angular é dada pela

expressão

$$\mathcal{T}_l^{(\alpha)} = \frac{4k}{E} \int dr (-W_\alpha(r)) |u_{\alpha l, 0l}(k_\alpha, r)|^2. \quad (3.36)$$

A seção de choque de reação pode ser obtida a partir do módulo da matriz-S no canal elástico, que pode ser obtido pelo ajuste de distribuições angulares elásticas experimentais. Ela é dada pela expressão

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum (2l + 1) [1 - |S_{N,l}|^2]. \quad (3.37)$$

A seção de choque de absorção pode então ser determinada a partir de σ_R e das seções de choque para os canais não elásticos, obtidas pela resolução das equações de canais acoplados. Ela é dada por

$$\sigma_a = \sigma_R - \sum_{\alpha \neq 0} \sigma_\alpha. \quad (3.38)$$

onde σ_α é calculada pela integral angular da Eq. (3.11). Se todos os canais relevantes associados a reações diretas são incluídos no conjunto de equações acopladas, o potencial imaginário representa exclusivamente o processo de fusão. Neste caso podemos escrever $\sigma_F = \sigma_a$.

3.3 Potenciais de polarização

Na seção anterior discutimos o método de canais acoplados, sendo este um caminho natural para estudar colisões nucleares quando graus de liberdade internos tem papel relevante. No entanto, a solução destas equações pode ser um problema de grande complexidade, especialmente quando elas envolvem a discretização do contínuo. Para estes casos é conveniente reformular o problema de CA usando a técnicas de projetores, como a desenvolvida por Feshbach [23]. Este proce-

dimento reduz as equações de CA a uma única equação para a função de onda elástica, contendo um potencial efetivo, $V_{ef}(r)$. Em uma situação ideal, este potencial simula de modo exato os efeitos do acoplamento. Então, a função de onda elástica resultante é idêntica à que seria obtida pela resolução das equações de CA. Entretanto, a determinação de um potencial efetivo exato é tão complexa quanto a resolução das equações acopladas. Por isso, estes potenciais são calculados de modo aproximado e a eficiência do método depende da validade das aproximações adotadas.

3.3.1 O formalismo de projetores de Feshbach

Consideremos o problema de canais acoplados discutido na seção 3.1. Inicialmente introduzimos os operadores de projeção P e Q ,

$$P = |\varphi_0\rangle \langle \varphi_0| \quad \text{e} \quad Q = \sum_{\alpha \neq 0} |\varphi_\alpha\rangle \langle \varphi_\alpha|. \quad (3.39)$$

Estes operadores tem as seguintes propriedades,

$$P^2 = P; \quad Q^2 = Q; \quad QP = PQ = 0; \quad P + Q = 1. \quad (3.40)$$

A última das propriedades acima, a de completividade, é válida se mantivermos a expansão infinita, o que não acontece em situações práticas. Entretanto, se os principais canais forem incluídos, ela é satisfeita com boa aproximação. Então podemos escrever⁷

$$|\Psi\rangle \simeq (P + Q) |\Psi\rangle \equiv |\Psi_P\rangle + |\Psi_Q\rangle, \quad (3.41)$$

⁷Nesta seção simplificamos bastante a notação da função de onda de scattering, omitindo o seu argumento e o sobre-escrito “(+)”.

com a seguinte notação,

$$|\Psi_P\rangle = P |\Psi\rangle \quad \text{e} \quad |\Psi_Q\rangle = Q |\Psi\rangle. \quad (3.42)$$

Inserindo a Eq. (3.41) na Eq. (3.4), obtemos

$$\left[E - \mathbb{H} \right] |\Psi_P\rangle + \left[E - \mathbb{H} \right] |\Psi\rangle = 0. \quad (3.43)$$

Agora aplicamos o operador P pela esquerda na equação acima e, em seguida, repetimos a operação, mas com o operador Q . Usando as propriedades da Eq. (3.40) e reagrupando os termos nas expressões resultantes, chegamos às equações,

$$\left[E - \mathbb{H}_{PP} \right] |\Psi_P\rangle = \mathbb{H}_{PQ} |\Psi_Q\rangle \quad (3.44)$$

$$\left[E - \mathbb{H}_{QQ} \right] |\Psi_Q\rangle = \mathbb{H}_{QP} |\Psi_P\rangle. \quad (3.45)$$

Nas equações acima adotamos a notação

$$\mathbb{H}_{AB} \equiv A \mathbb{H} B, \quad \text{onde } A \text{ e } B \text{ representam } P \text{ ou } Q. \quad (3.46)$$

Agora, multiplicamos membro a membro a Eq. (3.45) pelo inverso do operador $E - \mathbb{H}_{QQ}$. Como este operador tem zeros, seu inverso tem polos. Então, é necessário movê-los para o plano complexo, fazendo um deslocamento infinitesimal para cima ou para baixo do eixo real, conforme a condição de contorno desejada [2, 1]. Assim, chegamos à equação

$$|\Psi_Q\rangle = \mathbb{G}_Q^{(+)} \mathbb{H}_{QP} |\Psi_P\rangle, \quad (3.47)$$

onde $\mathbb{G}_Q^{(+)}$ é a função de Green com condições de contorno de espalhamento,

$$\mathbb{G}_Q^{(+)} = \frac{1}{E - \mathbb{H}_{QQ} + i\epsilon}. \quad (3.48)$$

Inserindo a Eq. (3.47) na Eq. (3.44), obtemos

$$\left[E - K - \mathbb{V}_{PP} \right] |\Psi_P\rangle = \mathbb{H}_{PQ} \mathbb{G}_Q^{(+)} \mathbb{H}_{QP} |\Psi_P\rangle. \quad (3.49)$$

Como os projetores são ortogonais e eles comutam com K , fazemos as substituições:

$$\mathbb{H}_{PQ} \longrightarrow \mathbb{V}_{PQ}, \quad \mathbb{H}_{QP} \longrightarrow \mathbb{V}_{QP} \quad \text{e} \quad \mathbb{H}_{PP} \longrightarrow K + \mathbb{V}_{PP}.$$

Então, a Eq. (3.49) pode ser colocada na forma

$$\left[E - K - \mathbb{V}_{ef} \right] |\Psi_P\rangle = 0 \quad (3.50)$$

com

$$\mathbb{V}_{ef} = \mathbb{V}_{PP} + \mathbb{V}_{PQ} \mathbb{G}_Q^{(+)} \mathbb{V}_{QP}. \quad (3.51)$$

As equações acima envolvem operadores e funções de onda no espaço dos graus de liberdade \mathbf{r} e ξ . Podemos obter equações apenas no espaço \mathbf{r} , tomando produtos escalares com o estado intrínseco fundamental. Assim, obtemos

$$\left[E - K - V_{ef} \right] |\psi_0^{(+)}\rangle = 0, \quad (3.52)$$

com⁸

$$|\psi_0^{(+)}\rangle = (\varphi_0 | \Psi_P\rangle \quad \text{e} \quad V_{ef} = (\varphi_0 | \mathbb{V}_{ef} | \varphi_0). \quad (3.53)$$

⁸Adotamos as notações: $(\varphi_0 | \Psi_P\rangle = \int d\xi \varphi_0^*(\xi) \Psi_P(\mathbf{r}, \xi)$ e $V_{ef} = \int d\xi |\varphi_0(\xi)|^2 \mathbb{V}_{ef}(\mathbf{r}, \xi)$.

O potencial efetivo para a equação de um canal, V_{ef} , pode ser escrito na forma,

$$V_{\text{ef}} = V_P + V_{\text{pol}}. \quad (3.54)$$

O primeiro termo na equação acima, V_P , envolve apenas o canal elástico. Frequentemente ele é aproximado por um potencial de folding, como será discutido em uma seção mais adiante. O segundo termo,

$$V_{\text{pol}} = \left(\varphi_0 \left| \mathbb{V}_{PQ} \mathbb{G}_Q^{(+)} \mathbb{V}_{QP} \right| \varphi_0 \right), \quad (3.55)$$

usualmente conhecido como potencial de polarização, envolve processos mais complexos: o acoplamento \mathbb{V}_{PQ} causa uma transição do espaço P para o espaço Q , a função de Green $\mathbb{G}_Q^{(+)}$ propaga o sistema no espaço Q , e então o operador \mathbb{V}_{QP} leva de volta o sistema para o espaço P . Devido ao termo $i\epsilon$ da função de Green (Eq. (3.48)), o potencial V_{pol} é complexo. Sua parte imaginária é responsável pela perda de fluxo no canal elástico, resultante da população de canais no espaço Q .

O formalismo de Feshbach tem sido muito usado em reações nucleares. Em algumas situações, é conveniente dividir o espaço Q em sub-espacos menores e então aproximar V_{ef} pela soma de contribuições independentes dos sub-espacos considerados. Esta ideia levou à introdução do potencial óptico, que representa os efeitos médios de um grande número de canais abertos e fechados sobre o canal elástico. Ele leva à função de onda elástica média, para intervalos de energia que contém diversas ressonâncias. Enquanto sua parte real é apenas uma pequena correção ao potencial real V_P , sua parte imaginária é de grande importância. Ela simula a absorção associada à fusão. Em geral, o potencial óptico não é calculado diretamente. Ele é parametrizado e os parâmetros são ajustados para reproduzir dados de espalhamento elástico. Outro tratamento usual, que adotaremos nesta

dissertação, é desprezar sua parte real e parametrizar sua parte imaginária por um potencial de absorção forte e de curto alcance, $-W_{\text{opt}}$. Assim, o potencial efetivo é dado por⁹

$$V_{\text{opt}} = U_{\text{p}} - iW_{\text{opt}}. \quad (3.56)$$

Por outro lado, o potencial óptico não simula efeitos de acoplamentos intensos com canais específicos, resultantes da estrutura nuclear dos núcleos envolvidos na colisão. Neste caso, é necessário somar o potencial de polarização correspondente. O potencial efetivo então toma a forma

$$V_{\text{ef}} = V_{\text{opt}} + V_{\text{pol}}, \quad (3.57)$$

e o potencial de polarização é calculado usando algum modelo aproximado.

3.3.2 O potencial de polarização de Thompson *et al.*

Diversos autores utilizaram versões aproximadas da Eq. (3.55) para calcular potenciais de polarização [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31]. Entretanto, o potencial de polarização pode ser calculado a partir das funções de onda das equações de canais acopladas, projetadas em ondas parciais, usando o procedimento descrito a seguir.

Considerando a situação simples em que não levamos em conta os spins, a

⁹Usamos a notação: $V = U + iW$. Isto é, V representa o potencial complexo, enquanto U e W representam suas partes real e imaginária, respectivamente. Como V_{p} é puramente real, passamos a escrevê-lo por U_{p} .

função de onda radial no canal elástico satisfaz a equação

$$\left[E + \frac{\hbar^2}{2\mu} \left(\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) - V_{0l}(r) \right] u_l(k, r) = \sum_{\alpha} V_{0l,\alpha l}(r) u_{\alpha l,0l}(k_{\alpha}, r). \quad (3.58)$$

Acima, usamos as notações simplificadas: $u_{0l,0l}(k_0, r) \rightarrow u_l(k, r)$, $E_0 \rightarrow E$ e $k_0 \rightarrow k$. Introduzindo o Hamiltoniano do canal elástico na onda parcial l ,

$$H_l = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right] + V_{0l}(r), \quad (3.59)$$

a Eq. (3.58) pode ser escrita na forma mais compacta

$$\left[E - H_l \right] u_l(k, r) = \sum_{\alpha} V_{0l,\alpha l}(r) u_{\alpha l,0l}(k_{\alpha}, r). \quad (3.60)$$

Note que os efeitos de acoplamento de canais sobre o canal a função de onda radial elástica são expressos pelo segundo membro da equação acima. Estes efeitos podem ser representados por um potencial de polarização na equação para o canal elástico. Isto é,

$$\left[E - H_l - V_{\text{pol}}(r) \right] u_l(k, r) = 0. \quad (3.61)$$

Comparando as equações (3.60) e (3.61) chegamos à expressão formal do potencial de polarização

$$V_{\text{pol}}^{(l)}(r) = \frac{1}{u_l(k, r)} \sum_{\alpha} V_{0l,\alpha l}(r) u_{\alpha l,0l}(k_{\alpha}, r). \quad (3.62)$$

Esta definição do potencial de polarização tem as seguintes limitações:

1. Ele é determinado a partir das funções de onda radiais, que são as soluções das equações de canais acoplados. Então não faz sentido utilizar V_{pol} para

calcular a função de onda elástica, que já conhecemos.

2. O potencial da Eq. (3.62) tem polos nos zeros de $u_l(k, r)$.
3. O potencial da Eq. (3.62) tem uma indesejável dependência em momento angular.

O primeiro dos problemas listados anteriormente na realidade não existe, pois a finalidade deste potencial não é calcular funções de onda radiais. Ele serve para simplificar equações acopladas envolvendo outros canais. Isto fica claro em um exemplo: colisões de núcleos fracamente ligados com alvos deformados. Neste caso, as seções de choque para diferentes processos são influenciadas pelos acoplamentos com o canal de *breakup* (levados em conta pelo método CDCC) e pelos canais de excitações rotacionais do alvo. Neste caso, as equações de canais acoplados tornam-se extremamente complexas, do ponto de vista computacional. A situação pode ser drasticamente simplificada se substituirmos os acoplamentos com o canal de *breakup* por um potencial de polarização e resolvermos o problema de canais acoplados incluindo apenas os canais rotacionais.

Entretanto, as duas outras restrições são muito importantes. Então, torna-se necessário introduzir aproximações do potencial de polarização que eliminem estas restrições. Uma proposta muito eficiente nesta linha é o potencial de polarização de Thompson *et al.* [32]. Ela consiste em fazer uma média ponderada dos potenciais dependentes de momento angular da Eq. (3.62), utilizando pesos estatísticos que eliminam os polos de $V_{\text{pol}}^{(l)}(r)$. Ele é dado pela expressão,

$$V_{\text{pol}}(r) = \frac{\sum_l \omega_l(r) V_{\text{pol}}^{(l)}(r)}{\sum_l \omega_l(r)}, \quad (3.63)$$

com

$$\omega_l(r) = (2l + 1) \left[1 - |\bar{S}_{0l,0l}|^2 \right] u_l(k, r). \quad (3.64)$$

Como a expressão acima é uma média dos potenciais de polarização para todas as ondas parciais, o resultado é independente de l . Por outro lado, o potencial da Eq. (3.63) não tem polos. Como os pesos $\omega_l(r)$ são proporcionais às funções de onda radiais, seus zeros cancelam os polos de $V_{\text{pol}}^{(l)}(r)$ no numerador da Eq. (3.63). Por outro lado o a soma no denominador desta equação nunca se anula, pois os zeros das funções de onda radiais para diferentes l nunca coincidem.

Capítulo 4

Estudo do sistema $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$

Neste capítulo usamos as teorias discutidas nos capítulos anteriores para estudar o sistema $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$. Como o ^{154}Sm é um núcleo fortemente deformado, ele tem estados rotacionais com energias muito baixas e eles desempenham um papel de grande importância na colisão. Estes estados são representados na Fig. 4.1, que mostra o esquema de níveis do ^{154}Sm para energias de excitação até ~ 2 MeV. O estado fundamental é representado pela linha cheia azul e os estados excitados da banda rotacional são representados pelas linhas cheias vermelhas. Como vemos, as energias de excitação destes estados coletivos são bastante baixas. Seus valores são listados na tabela 4.1. Como o parâmetro de deformação quadrupolar do ^{154}Sm , ele tem o valor $\beta_2 = 0.304$ [33], os canais correspondentes à banda fundamental se acoplam fortemente. Então, devemos esperar que este mecanismo de reação tenha um papel fundamental na colisão.

Tabela 4.1: Spins, paridades e energias de excitação dos estados da banda fundamental do ^{154}Sm (obtidos da Ref. [35]).

J^π	0^+	2^+	4^+	6^+	8^+
E (keV)	0	82	266	544	902

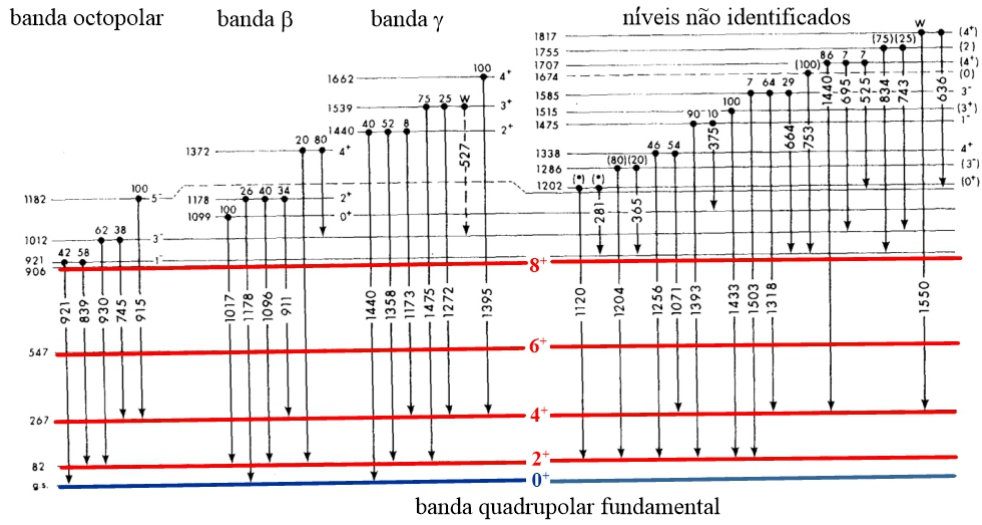


Figura 4.1: Esquema de níveis do ^{154}Sm . A banda rotacional do estado fundamental é representada por linhas grossas (figura adaptada da Ref. [34]).

Como a tabela 4.1 mostra, a energia do primeiro estado excitado do ^{154}Sm é de apenas 82 keV. Então, não é possível distinguir experimentalmente o canal elástico do canal 2^+ . Por esta razão, não há medidas do espalhamento elástico para o sistema $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$. Por outro lado, há medidas do espalhamento quase-elástico, que corresponde à soma das seções de choque elástica e inelástica para o estado 2^+ . Nayak e colaboradores [36] mediram a seção de choque quase-elástica deste sistema para a energia $E_{\text{lab}} = 100$ MeV e Lin e colaboradores [37] mediram a função de excitação quase-elástica para o ângulo $\theta_{\text{lab}} = 175$ graus.

4.1 O potencial óptico

Efetuamos diversos cálculos de espalhamento com um único canal (apenas o elástico), e cálculos de canais acoplados envolvendo os canais rotacionais associados à banda rotacional o ^{154}Sm . Nossos cálculos foram feitos com um potencial

óptico,

$$V_{\text{opt}}(r) = U_{\text{opt}}(r) + i W_{\text{opt}}(r),$$

tomando para a parte real, U_{opt} o potencial de Akyüz-Winther (ver seção 2.5.2). Usualmente, este potencial é aproximado pela função Woods-Saxon,

$$U_{\text{opt}}(r) = -\frac{U_0}{1 + \exp[(r - R_R)/a_R]}, \quad (4.1)$$

com $R_R = r_{0R} (A_P^{1/3} + A_T^{1/3})$. Os parâmetros U_0 , r_{0R} e a_R são expressos analiticamente em função dos números de massa do projétil e do alvo. Para o sistema em estudo, eles tem os valores numéricos

$$U_0 = 62.53 \text{ MeV}, \quad r_{0R} = 1.177 \text{ fm} \quad \text{e} \quad a_R = 0.6528 \text{ fm}.$$

O termo Coulombiano do potencial é dado pela Eq. (2.63), com $r_{0C} = 1 \text{ fm}$.

Para o potencial $U_{\text{opt}}(r)$ descrito acima, a altura, o raio e o parâmetro de curvatura da barreira Coulombiana são:

$$V_B = 60.8 \text{ MeV}, \quad R_B = 11.0 \text{ fm} \quad \text{e} \quad \hbar\omega = 4.3 \text{ MeV}. \quad (4.2)$$

Para a parte imaginária do potencial óptico, adotamos uma função Woods-Saxon com parâmetros $W_0 = 50 \text{ MeV}$, $r_{0I} = 1,0 \text{ fm}$ e $a_I = 0.2 \text{ fm}$. Estes são valores típicos de um potencial imaginário representando absorção forte de curto alcance. Esta escolha é baseada na suposição de que a absorção resulta exclusivamente do processo de fusão. Neste caso, a atenuação da corrente incidente associada a reações diretas é levada em conta explicitamente, através das equações de canais acoplados.

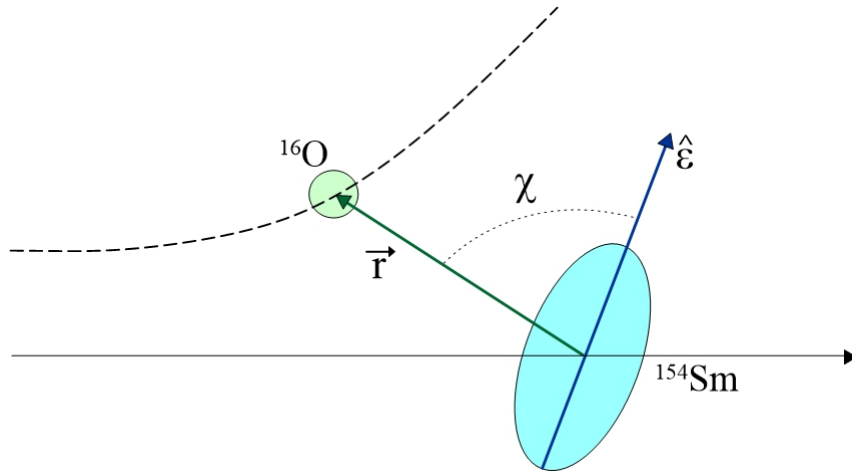


Figura 4.2: Representação esquemática dos graus de liberdade na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$.

4.2 O potencial de acoplamento entre os canais

Em nossos cálculos, o ^{154}Sm é tratado como um rotor simétrico e o grau de liberdade associado à sua dinâmica intrínseca é a orientação de seu eixo de simetria, $\hat{\epsilon}$. O potencial de acoplamento¹ depende então da distância entre os centros do projétil e do alvo, r , e do ângulo entre o vetor r e o eixo $\hat{\epsilon}$. Denotamos este ângulo por χ , como indicado esquematicamente na figura 4.2.

4.2.1 O acoplamento nuclear

A deformação do ^{154}Sm é levada em conta introduzindo uma dependência angular para o seu raio. Considerando apenas deformações quadrupolares, como estamos fazendo, o raio do potencial real é dado por,

$$R_{\text{R}}(\chi) = r_{0\text{R}} \left[A_{\text{P}}^{1/3} + A_{\text{T}}^{1/3} \right] \left(1 + \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \beta_2 P_2(\cos \chi) \right). \quad (4.3)$$

¹Ver o artigo de revisão de Taro Tamura [38].

A Eq. (4.1) então toma a forma,

$$U^{(N)}(r, \chi) = -\frac{U_0}{1 + \exp [(r - R_R(\chi))/a_R]}. \quad (4.4)$$

Usualmente, o potencial acima é expandido em multipolos na forma,

$$U^{(N)}(r, \chi) = \sum U_\lambda^{(N)}(r) P_\lambda(\cos \chi), \quad (4.5)$$

onde $P_\lambda(\cos \chi)$ é o polinômio de Legendre de ordem λ . Usando a relação de orto-normalidade destes polinômios, obtemos

$$U_\lambda^{(N)}(r) = -U_0 \left(\frac{2\lambda + 1}{2} \right) \int_{-1}^1 \frac{P_\lambda(\cos \chi)}{1 + \exp [(r - R_R(\chi))/a_R]} d \cos \chi. \quad (4.6)$$

Em nossos cálculos, truncamos a expansão acima em $\lambda = 2$. Como os spins dos estados intrínsecos considerados diferem por duas unidades, e suas paridades são todas positivas (ver tabela 4.1), todos os elementos de matriz do termo dipolar ($\lambda = 1$) da expansão são nulos. Portanto, as equações de canais acoplados só envolvem o termo monopolar (diagonal no espaço de canais) e o quadrupolar. Então, a Eq. (4.5) pode ser escrita

$$U^{(N)}(r, \chi) = U_{\text{opt}}^{(N)}(r) + \Delta U^{(N)}(r, \chi), \quad (4.7)$$

onde $U_{\text{opt}}(r)$ é o termos esfericamente simétrico (monopolo), que é diagonal no espaço de canais, e $\Delta U(r, \chi)$ é o acoplamento quadrupolar,

$$\Delta U^{(N)}(r, \chi) = U_2^{(N)}(r) P_2(\cos \chi). \quad (4.8)$$

4.2.2 O acoplamento Coulombiano

A interação Coulombiana entre o projétil (esférico) e o alvo (deformado) é tratada de modo análogo [38]. Partimos da integral de convolução

$$U^{(C)}(r, \chi) = \rho_P \rho_T \int_{\mathbf{x} \in P} \int_{\mathbf{x}' \in P} \frac{d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{x}'}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}. \quad (4.9)$$

Na equação acima, \mathbf{x} e \mathbf{x}' representam um ponto no interior do projétil esférico e um ponto no interior do alvo deformado. É feita a suposição de que as densidades de carga no interior do projétil e do alvo são constantes. Seus valores são $\rho_P = Z_P e / \mathcal{V}_P$ e $\rho_T = Z_T e / \mathcal{V}_T$, onde \mathcal{V}_P e \mathcal{V}_T são respectivamente os volumes do projétil esférico e do alvo deformado. Note que, o resultado das integrações na Eq. (4.9) vai depender do módulo do vetor \mathbf{r} e do ângulo entre \mathbf{r} e $\hat{\mathbf{e}}$, χ .

A interação Coulombiana é expandida em multipolos até segunda ordem, como no caso da interação nuclear. Ela pode então ser escrita de modo análogo à Eq. (4.7),

$$U^{(C)}(r, \chi) = U_{\text{opt}}^{(C)}(r) + \Delta U^{(C)}(r, \chi). \quad (4.10)$$

Neste caso, o termo monopolar, $U_{\text{opt}}^{(C)}(r)$ é aproximado como na Eq. (2.63), e o acoplamento Coulombiano é dado por

$$\Delta U^{(C)}(r, \chi) = U_2^{(C)}(r) P_2(\cos \chi), \quad (4.11)$$

com

$$U_2^{(C)}(r) = \int_{-1}^1 d \cos \chi U^{(C)}(r, \chi) P_2(\cos \theta). \quad (4.12)$$

4.3 Seções de choque

Nesta seção mostramos uma série de resultados numéricos obtidos pela solução das equações de canais acoplados. Frequentemente, comparamos as seções de choque com resultados obtidos em cálculos só com o potencial óptico, onde não levamos em conta os elementos de matriz fora da diagonal, no espaço de canais. Deste modo, podemos avaliar a importância do acoplamento de canais.

4.3.1 Distribuições angulares elásticas

Nesta seção estudamos o espalhamento elástico, calculando distribuições angulares para três energias de colisão: $E_{c.m.} = 58$ MeV, $E_{c.m.} = 61$ MeV e $E_{c.m.} = 65$ MeV. Como a energia da barreira Coulombiana é 60.8 MeV, estamos considerando uma energia abaixo da barreira, uma aproximadamente igual à da barreira, e uma acima dela.

Inicialmente, estudamos a convergência de nossos cálculos de canais acoplados, adotando diferentes limites para os estados rotacionais incluídos na expansão de canais. Realizamos cálculos para $I_{\max} = 2, 4, 6$ e $8 \hbar$. Os resultados são mostrados na Fig. 4.3. Comparando as curvas das figuras, concluímos que para as energias consideradas temos convergência em toda a região angular estudada, pois as curvas para $I_{\max} = 6 \hbar$ e $I_{\max} = 8 \hbar$ são quase indistinguíveis. Observamos também que a convergência é alcançada mais facilmente para colisões em energias mais baixas, ou para ângulos de espalhamento menores. Para ângulos maiores, ou maiores energias de colisão, o projétil alcança regiões mais próximas do alvo, onde a interação quadrupolar é mais intensa (ela vai a zero como $\sim 1/r^3$). Como esta interação não acopla estados com $\Delta I \geq 2$, os estados de spin maiores que 2 só podem ser populados em processos de ordem superior. O estado 6^+ , por exem-

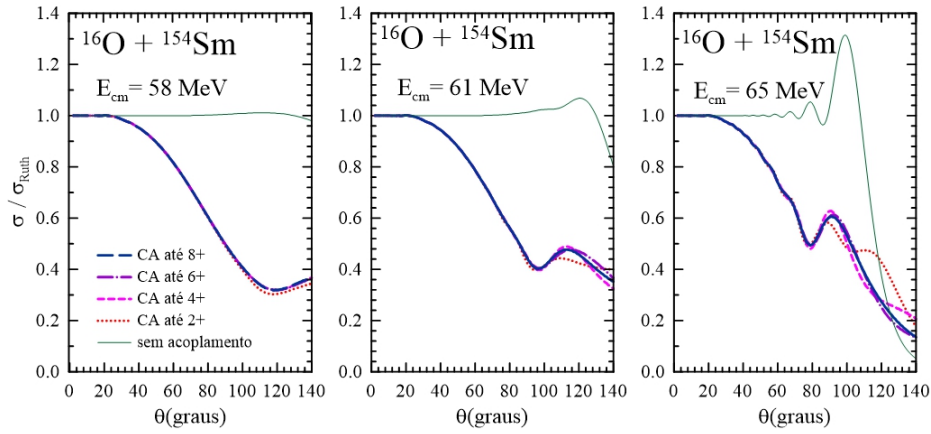


Figura 4.3: Seções de choque elásticas normalizadas em relação às seções de choque de Rutherford correspondentes, para as energias $E_{c.m.} = 58$ MeV, $E_{c.m.} = 61$ MeV e $E_{c.m.} = 65$ MeV.

plo, é excitado em processos de terceira ordem, ou de ordens maiores. Portanto, nestas colisões a convergência é mais lenta.

Comparando a distribuição angular de canais acoplados² com os resultados sem acoplamento, concluímos que o acoplamento com os canais rotacionais tem um efeito dramático na seção de choque elástica.

Na ausência do acoplamento (linhas finas verdes contínuas), a seção de choque apresenta o padrão típico de colisões elásticas de íons pesados. Na energia de 58 MeV, que está abaixo da barreira, a distância de aproximação máxima é maior que a soma dos raios nucleares. Assim, o potencial é semelhante ao correspondente à repulsão de duas cargas pontuais, $Z_P e$ e $Z_T e$. Deste modo, a razão σ/σ_{Ruth} se mantém muito próxima de 1, mesmo em ângulos traseiros. Para energias acima da barreira, a situação é diferente. A razão σ/σ_{Ruth} é próxima de 1 em ângulos dianteiros, na medida em que o ângulo cresce ela apresenta oscilações de amplitudes crescentes, passa por um máximo acentuado, usualmente chamado de máximo de

²A partir de agora, quando nos referimos a cálculos de canais acoplados estamos subentendendo que é o cálculo com $I_{max} = 8\hbar$, para o qual a convergência é garantida.

arco-íris, ou pico de Fresnel, e depois cai rapidamente para ângulos grandes.

Quando os acoplamentos de canais são levados em conta (as outras linhas na figura), o panorama muda completamente. A razão $\sigma/\sigma_{\text{Ruth}}$ já começa a cair em ângulos frontais e o máximo de arco-íris desaparece completamente.

Acoplamentos coulombianos e nucleares

Para compreender melhor o comportamento das seções de choque da Fig. 4.3, é conveniente considerar as influências dos acoplamentos coulombiano e nuclear separadamente. Isso é feito na Fig. 4.4, onde as seções de choque sem acoplamento e com acoplamento da figura anterior (linhas finas verdes e linhas grossas azuis, respectivamente) são comparadas com dois outros tipos de curva. No primeiro, mantemos o acoplamento coulombiano mas fazemos o acoplamento nuclear igual a zero (linhas tracejadas vermelhas). No segundo, mantemos o acoplamento nuclear mas fazemos o acoplamento coulombiano igual a zero (linhas traço-ponto violetas). A figura leva a várias conclusões interessantes.

Primeiramente, vemos que em ângulos frontais o acoplamento coulombiano domina completamente, pois os resultados com o acoplamento total são praticamente idênticos aos que incluem só o coulombiano. Isto se deve ao fato de a interação quadrupolar coulombiana ter um alcance muito maior que o do acoplamento nuclear. Embora os dois acoplamentos tendam a zero assintoticamente, o coulombiano vai a zero como $\sim 1/r^3$, enquanto o nuclear cai a zero muito mais rapidamente (como uma exponencial).

A segunda observação é que os resultados que só consideram o acoplamento nuclear são mais semelhantes aos sem acoplamento. A razão $\sigma/\sigma_{\text{Ruth}}$ se mantém igual a 1 até ângulos bem maiores, apresentam o máximo de arco-íris, e depois cai rapidamente. Mas agora isto ocorre em um ângulo um pouco menor que no

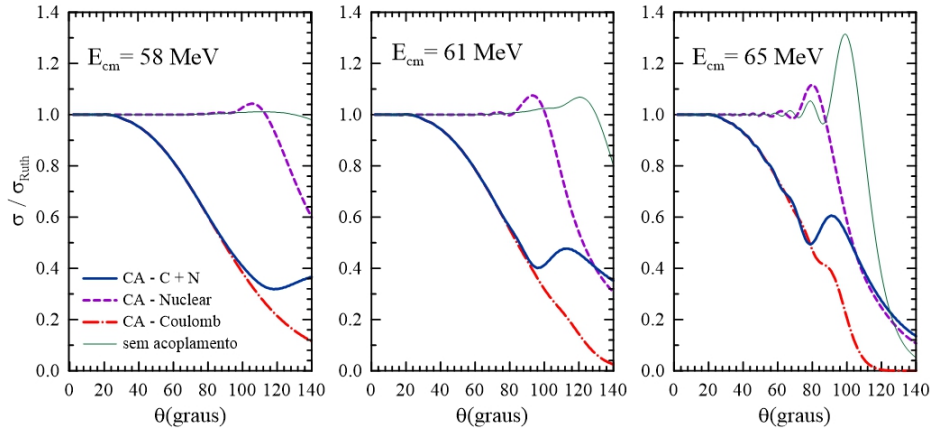


Figura 4.4: Efeitos dos acoplamentos coulombianos e nucleares nas seções de choque elásticas da figura anterior.

caso sem acoplamento. Isto significa que o alcance do acoplamento nuclear é um pouco maior que o do potencial óptico.

Finalmente, comparando as três seções de choque que levam em conta acoplamentos, observamos que nas regiões onde as seções de choque com acoplamentos parciais (só Coulomb ou só nuclear) a curva correspondente ao acoplamento completo fica entre as curvas com acoplamentos parciais. Isto indica que a interferência coulombiano-nuclear tem carácter destrutivo.

4.3.2 Potenciais de polarização

A figura 4.5 mostra os potenciais de polarização do método de Thompson *et al.* [32], obtidos com o código FRESCO [7]. Os cálculos foram feitos para as mesmas energias de colisão das figuras anteriores. As linhas cheias azuis e as linhas tracejadas vermelhas correspondem respectivamente às partes reais (U_{pol}) e imaginárias (W_{pol}) dos potenciais. Nos painéis superiores os potenciais são representados na região $5 \text{ fm} \leq r \leq 15 \text{ fm}$, onde eles tem valores relevantes. Os painéis inferiores mostram os mesmos potenciais a partir do raio da barreira. Observamos

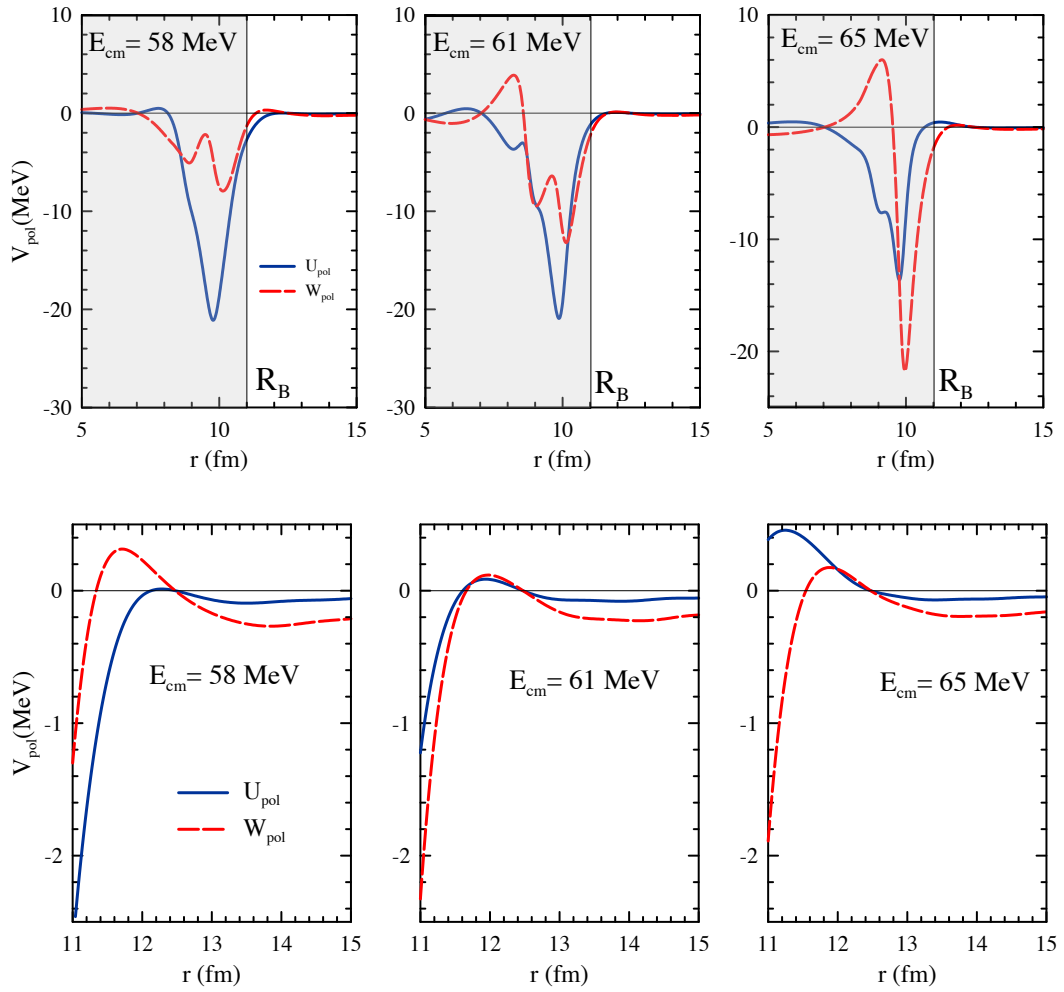


Figura 4.5: Potenciais de polarização na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, para as mesmas energias da figura anterior. Os painéis inferiores e os inferiores mostram os mesmos potenciais, só que em em diferentes intervalos de r e em escalas diferentes. Os detalhes são dados no texto.

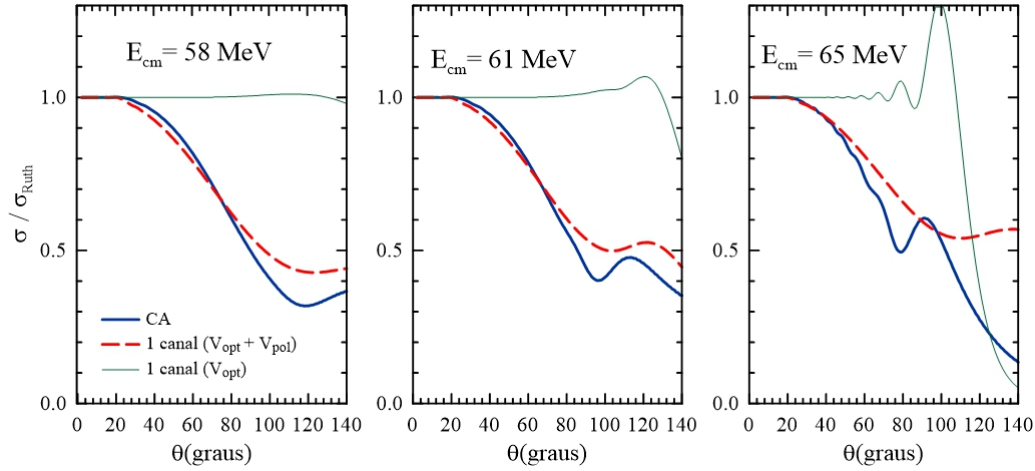


Figura 4.6: Teste de validade dos potenciais de polarização. As seções de choque elásticas obtidas sem acoplamento (linhas finas verdes) e as de canais acoplados (linhas espessas azuis) são comparadas com as obtidas com os potenciais de polarização (linhas tracejadas vermelhas). Os detalhes são dados no texto.

que $U_{\text{pol}}(r = R_B)$ é negativo para as duas energias mais baixas e positivo para 65 MeV. Estes comportamentos tem grande importância para a seção de choque de fusão, como veremos na seção 4.5.

O potencial de polarização é um potencial efetivo que deve ser adicionado ao Hamiltoniano do canal elástico, de modo a produzir a mesma função de onda elástica obtida das equações de canais acoplados. Entretanto, o potencial que satisfaz exatamente a esta condição tem propriedades indesejáveis. Ele é não local, ou então é dependente de momento angular e tem polos. Como vimos na seção 3.3.2, o potencial aproximado de Thompson *et al.* [32] é local, independente de momento angular, e não tem polos. Mas, não podemos saber de antemão se esta aproximação é adequada.

Este ponto é investigado na Fig. 4.6 onde apresentamos distribuições angulares elásticas para as energias de colisão $E_{\text{c.m.}} = 58 \text{ MeV}$, 61 MeV e 65 MeV . As

linhas espessas azuis e as linhas finas verdes representam respectivamente resultados obtidos pelas equações de canais acoplados e pelas equações radiais sem acoplamento. Elas são as mesmas curvas da Fig. 4.3. As linhas tracejadas vermelhas foram obtidas a partir de equações envolvendo apenas o canal elástico, mas incluindo o potencial de polarização. Isto é, resolvendo equações radiais com o potencial $V_{\text{opt}}(r) + V_{\text{pol}}(r)$.

Podemos observar que com o uso dos potenciais de polarização os resultados de canais acoplados são reproduzidos razoavelmente. Em ângulos dianteiros a aproximação é excelente. Por outro lado, em ângulos maiores a aproximação é apenas qualitativa. Entretanto, se considerarmos que o efeito do acoplamento (diferença entre a linha verde e azul) é extremamente forte, a aproximação dá resultados satisfatórios.

4.4 Seções de choque inelásticas

Estudamos agora o espalhamento inelástico, para os canais excitados da banda rotacional, 2^+ , 4^+ e 6^+ . Inicialmente, calculamos distribuições angulares para as três energias consideradas nas seções anteriores, $E_{\text{c.m.}} = 58 \text{ MeV}$, 61 MeV e 65 MeV . Os resultados são mostrados nos três painéis da figura 4.7. Os painéis mostram também as seções de choque inelásticas totais (linhas grossas azuis), σ_{inel} .

Inicialmente observamos que as seções de choque do canal 2^+ (σ_{2^+}) excedem as do canal 4^+ (σ_{4^+}) por mais de uma ordem de grandeza. Por outro lado, σ_{4^+} é cerca de uma ordem de grandeza maior que a seção de choque para o canal 6^+ (σ_{6^+}). Deste modo, a seção de choque inelástica total é quase exclusivamente devida ao canal 2^+ . Estes comportamentos estão associados à ordem dos processos que populam os estados 0^+ , 2^+ e 4^+ . Como o acoplamento quadrupolar só

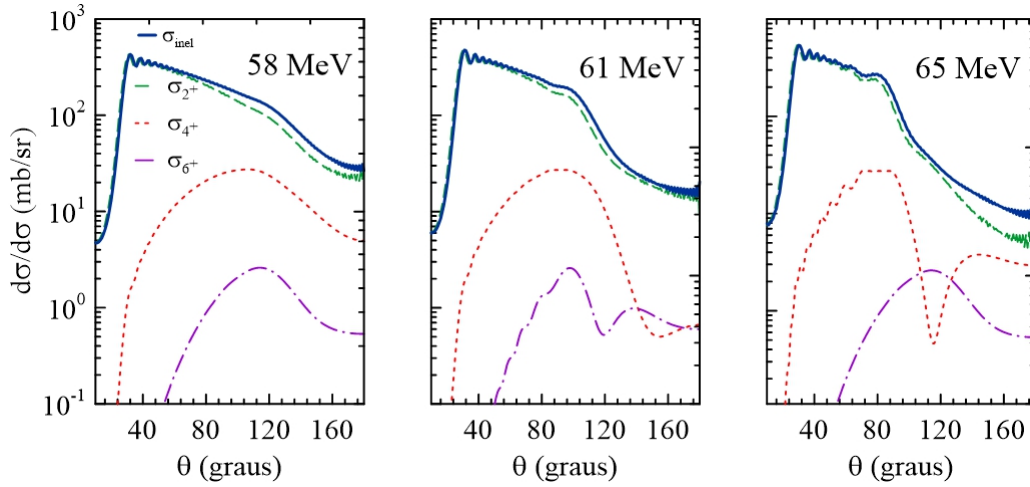


Figura 4.7: Distribuições angulares para os canais inelásticos 2^+ , 4^+ e 6^+ para as três energias $E_{c.m.} = 58$ MeV, 61 MeV e 65 MeV. A seção de choque σ_{inel} corresponde à soma das seções de choque para todos os canais inelásticos.

transfere duas unidades de momento angular as excitações destes estados resultam respectivamente de processo de primeira, segunda e terceira ordem.

As distribuições angulares, que são muito pequenas em ângulos frontais, passam por máximos em ângulos intermediários, e caem em ângulos traseiros. Este comportamento pode ser compreendido se relacionarmos os ângulos de deflexão com as trajetórias percorridas. Ângulos frontais correspondem a trajetórias em que o projétil se mantém muito distante do alvo. Deste modo, o acoplamento de canais é sempre muito fraco. Por outro lado, ângulos traseiros são associados a trajetórias em que o projétil se aproxima muito do alvo. Embora estas colisões atravessem regiões em que o acoplamento inelástico é muito intenso, elas alcançam a região da absorção forte, onde a fusão é o canal dominante.

Notamos também que o ângulo de máximo da seção de choque cresce com o spin. Isto está associado à ordem do processo dominante na excitação de cada canal. Processos de ordens mais altas ocorrem em trajetórias que atingem regiões mais próximas, que levam a ângulos de deflexão maiores.

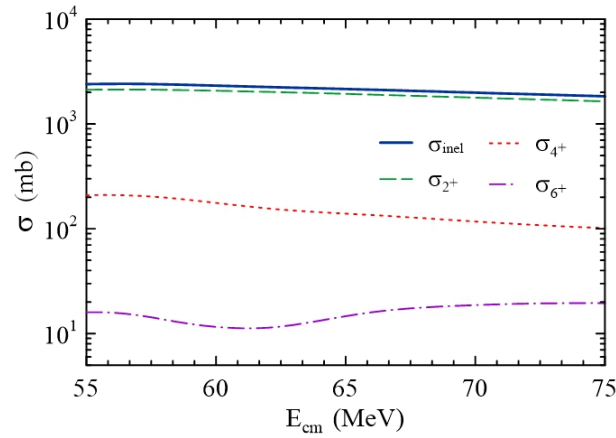


Figura 4.8: Funções de excitação para os canais inelásticos. A notação é a mesma da figura anterior.

Na figura 4.8 mostramos as funções de excitação para os canais da figura anterior. Inicialmente, observamos que $\sigma_{2^+}/\sigma_{4^+} \sim 20$ e a razão $\sigma_{4^+}/\sigma_{6^+}$ é da mesma ordem de grandeza. Observamos também que estas funções de excitação tem um comportamento atípico, se comparadas a seções de choque inelásticas de outras colisões de íons pesados. Usualmente, as seções de choque caem rapidamente para energias abaixo da barreira (em nosso caso $V_B = 60.8$ MeV). O comportamento incomum na Fig. 4.8, se deve à excitação coulombiana da banda rotacional do ^{154}Sm , que é muito intensa devido a seu grande momento de quadrupolo.

A situação fica mais clara se calcularmos separadamente as contribuições do acoplamento coulombiano e do nuclear. Os resultados de cálculos deste tipo para o canal 2^+ são mostrados na figura 4.9. A linha tracejada rosa foi obtida com acoplamento puramente coulombiano. Isto é, fazendo o acoplamento nuclear igual a zero. Por outro lado, a linha pontilhada verde foi obtida desligando o acoplamento coulombiano, mas mantendo o nuclear. Finalmente, a linha grossa azul corresponde aos resultados de um cálculo com o acoplamento completo. Uma comparação destas curvas mostra claramente que a excitação do canal 2^+ é to-

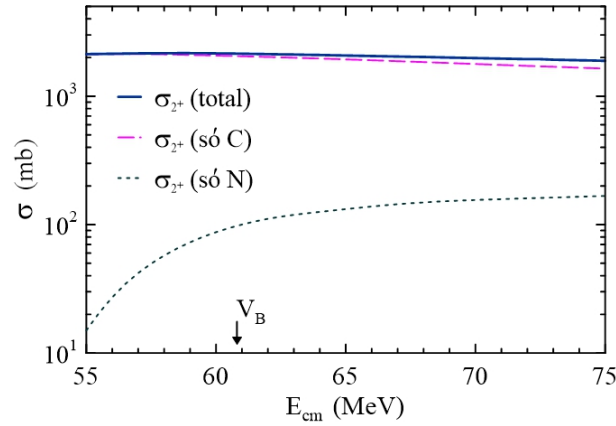


Figura 4.9: Contribuições dos acoplamentos coulombiano e nuclear para excitação do canal 2^+ .

talmente dominada pelo acoplamento quadrupolar coulombiano³, que cai muito lentamente ($\sim 1/r^3$) com a distância projétil-alvo. Neste caso a barreira coulombiana não tem um papel relevante, pois o acoplamento não cai bruscamente para $r > R_B$.

4.5 Seções de choque de fusão e de reação

Nesta seção estudamos os processos de fusão e de reação na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, utilizando os diferentes tratamentos teóricos apresentados nos capítulos 2 e 3. Começamos pela descrição do *espalhamento por potencial*, em que a interação é aproximada pelo potencial óptico, que só depende da distância entre o projétil e o alvo. Calculamos então a seção de choque quântica, e as semiclássicas, resultante das aproximações discutidas anteriormente. Depois, discutimos resultados do método de canais acoplados e descrições por potenciais de polarização.

³O mesmo acontece com seções de choque para os outros canais inelásticos, que não são mostradas na figuras.

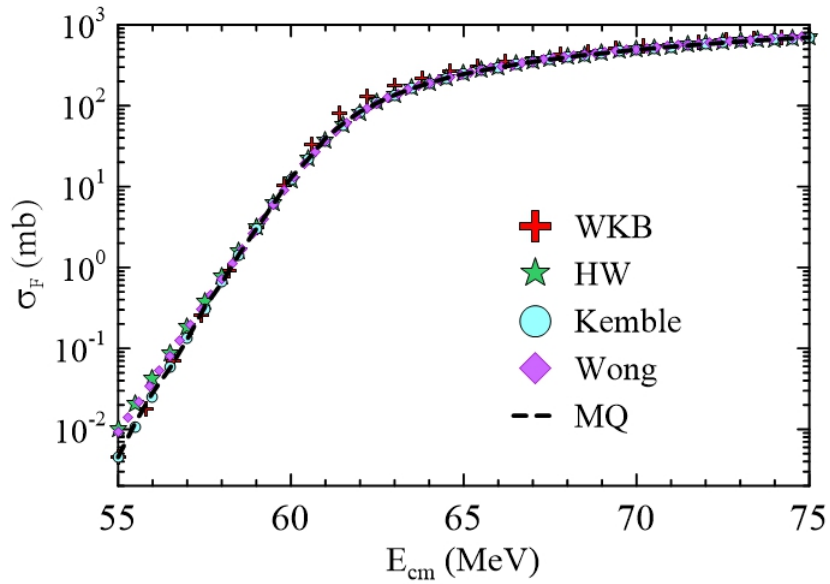


Figura 4.10: Aproximações semiclássicas para a seção de choque quântica calculada com um único canal.

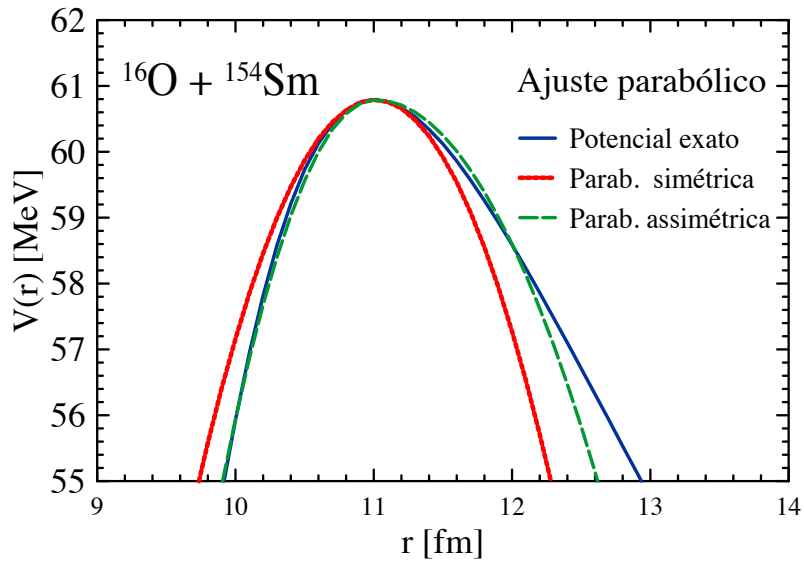


Figura 4.11: Aproximações da barreira do potencial de Akyüz-Winther por uma parábola simétricas e por uma assimétrica.

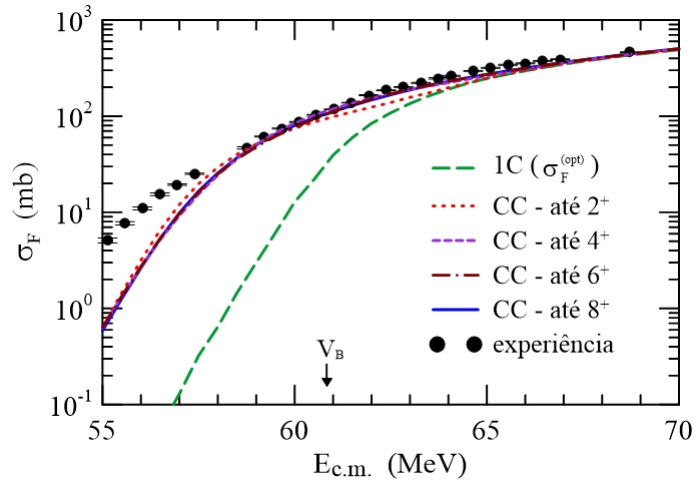


Figura 4.12: Seções de choque teóricas resultantes de cálculos de canais acoplados e de cálculos de modelo óptico, em comparação com os dados de Leigh *et al.* [39].

A Fig. 4.10 mostra a seção de choque de fusão calculada através da equação de Schrödinger com $V_{\text{opt}}(r)$ (sem acoplamento de canais), em comparação com resultados das aproximações semiclássicas descritas na seção 2.5.4. Concluímos que todas as aproximações consideradas levam a resultados muito próximos do obtido pela mecânica quântica exata. Isso acontece porque o sistema é razoavelmente pesado ($Z_p Z_T = 496$), e porque não estamos considerando energias de colisão muito abaixo da barreira. A menor energia que aparece na figura é 55 MeV, que é ~ 6 MeV abaixo de V_B . Nestas circunstâncias a aproximação parabólica para a barreira Coulombiana funciona bem.

Isto é ilustrado na figura 4.11, onde a barreira do potencial de AW adotado (linha contínua azul) é comparada com as aproximações parabólicas simétrica e assimétrica (ver seção 2.5.4), representadas pelas linhas pontilhada vermelha e tracejada verde, respectivamente. Como vemos, as aproximações são bem razoáveis, especialmente a da parábola assimétrica.

Consideramos agora seções de choque de fusão obtidas por cálculos de ca-

nais acoplados. A figura Fig. 4.12 mostra resultados de diferentes cálculos de CA, comparados com a seção de choque sem acoplamento e com os dados de Leigh *et al.* [39]. A figura leva a várias conclusões. Primeiramente, vemos que a convergência dos cálculos de CA é bastante rápida. Incluindo apenas o canal 2^+ já obtemos resultados próximos da convergência, embora haja pequenas discrepâncias nas vizinhanças da barreira. Mas, incluindo também o canal 4^+ os resultados (curva tracejada violeta) se tornam bastante precisos. Eles se confundem com as curvas que representam cálculos de CA que incluem também o canal 6^+ (linha traço-ponto marron) e o canal 8^+ (linha contínua azul). A segunda conclusão é que os efeitos do acoplamento com a banda rotacional são extremamente importantes para energias abaixo da barreira. Nesta região de energia, o acoplamento leva a um aumento da seção de choque em mais de duas ordens de grandeza. Por outro lado, os efeitos acima da barreira são pouco relevantes. Para $E_{c.m.} \gtrsim 65$ MeV, as curvas correspondentes a descrições de canais acoplados se confundem com a do potencial óptico. A terceira conclusão que podemos tirar da figura é que a seção de choque experimental para energias acima de ~ 58 MeV é muito bem descrita pelos cálculos de CA. Abaixo desta energia a seção de choque teórica subestima os dados experimentais. Este comportamento foi bem explicado por Leight *et al.* [33]. Analisando distribuições de barreiras e outros dados, estes autores concluíram que é necessário incluir também efeitos de deformação hexadecapolar, com um $\beta_4 = +0.052$. Eles concluíram que sem esta deformação, é necessário utilizar um valor maior da deformação quadrupolar, $\beta_2 = 0.376$.

Discutimos agora o acoplamento com os canais rotacionais no contexto de potenciais de polarização. O objetivo do potencial de polarização é o de simular os efeitos do acoplamento em uma equação para o canal elástico, através de um potencial efetivo. Este potencial é a soma do potencial óptico com o de polarização.

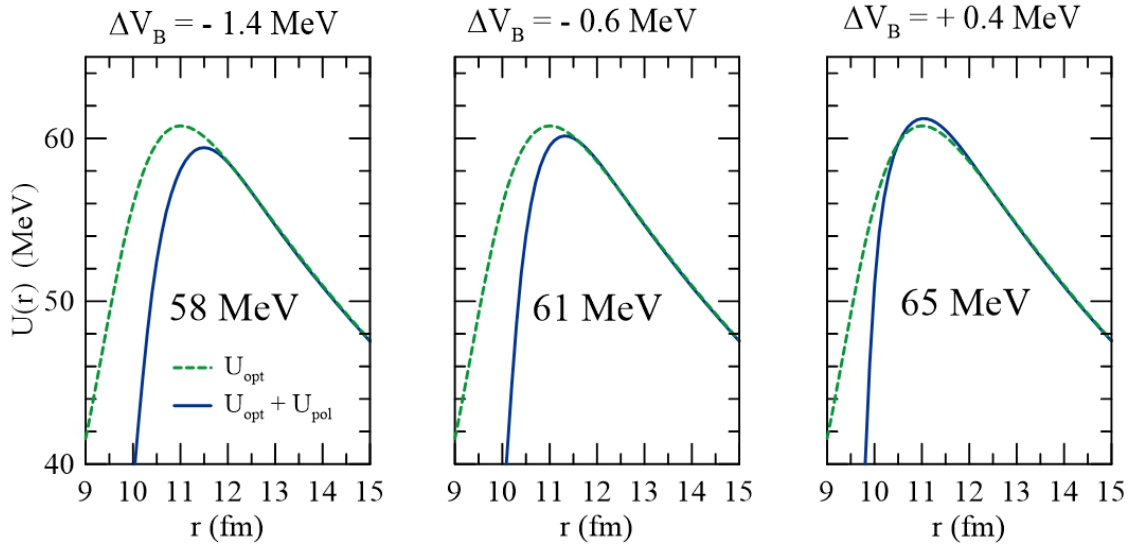


Figura 4.13: Barreiras do potencial óptico e a modificação resultante da adição do potencial de polarização.

Uma consequência deste procedimento é que a barreira Coulombiana se modifica. Isto é ilustrado na Fig. 4.13 para as energias de colisão $E_{c.m.} = 68 \text{ MeV}$, 61 MeV e 65 MeV . A parte real do potencial de polarização, U_{pol} , altera a barreira do potencial óptico (linhas tracejadas verdes). Ela assume então as formas representadas pelas linhas contínuas azuis. Deste modo, a altura da barreira sofre os deslocamentos ΔV_B , indicados na parte superior da figura. Vemos que para a energia de colisão $E_{c.m.} = 65 \text{ MeV}$, que se situa acima da barreira, este deslocamento é positivo. Por outro lado, para energias abaixo da barreira este deslocamento é negativo, e seu valor absoluto aumenta com a redução da energia de colisão. Portanto, a parte real do potencial de polarização leva a um grande aumento da seção de choque abaixo da barreira.

O potencial de polarização modifica também a absorção da onda incidente, pois sua parte imaginária, W_{pol} , se soma à parte imaginária do potencial óptico, W_{opt} . A figura 4.14 ilustra esta mudança, mostrando os potenciais W_{opt} e $W_{opt} + W_{pol}$ para as mesmas energias de colisão da figura anterior. Sem o potencial de

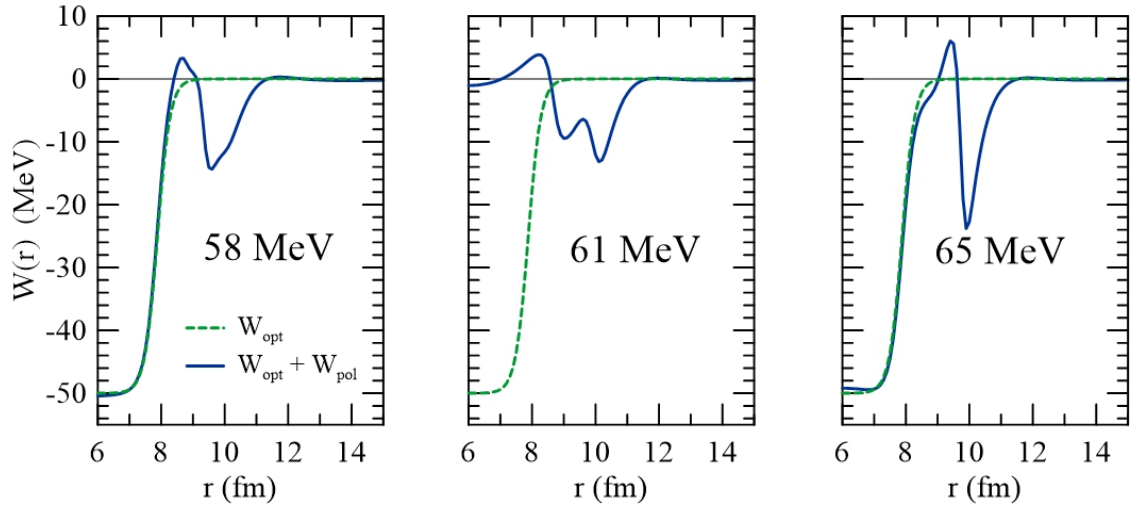


Figura 4.14: Modificação da parte imaginária da interação resultante da adição de W_{pol} .

polarização, o potencial W_{opt} só absorve o fluxo incidente que atinge a região interior à barreira ($r \lesssim R_B = 8.9$ fm). Com inclusão de W_{pol} o potencial imaginário (linhas contínuas azuis) produz absorção intensa fora da barreira. Deste modo, a onda incidente é fortemente atenuada antes de chegar na região interna, onde ocorre a fusão. Esta atenuação está associada à população dos canais rotacionais.

A discussão das figuras anteriores indica duas tendências de seções de choque de fusão baseadas em potenciais de polarização. A primeira é que a parte real deste potencial leva a um aumento da seção de choque de fusão em energias sub-Coulombianas. A segunda é que a parte imaginária de V_{pol} produz absorção da corrente incidente antes de ela atravessar a barreira, o que reduz a seção de choque de fusão. Então, o comportamento de seções de choque de teorias de um canal baseadas em potenciais de polarização depende da competição entre tendências opostas.

A Fig. 4.15 mostra a seção de choque de fusão obtida por um tratamento de

um canal com o potencial $V_{\text{eff}} = V_{\text{opt}} + V_{\text{pol}}$ (linha traço-ponto violeta), a seção de choque de um canal mas apenas com o potencial V_{opt} (linha tracejada verde), e a seção de choque de canais acoplados (linha contínua azul). Fica claro que a inclusão de V_{pol} na equação de um canal não reproduz a seção de choque de CA. Ela subestima esta última por mais de duas ordens de grandeza, para todas as energias de colisão da figura. Ela é também muito menor que a seção de choque óptica, exceto nas energias mais baixas, onde elas são equivalentes.

Este resultado pode ser explicado facilmente. A seção de choque de fusão na descrição de canais acoplados corresponde à absorção do potencial W_{opt} . Portanto, ela é dada pelas Eqs. (3.25) e (3.26). Ela é a soma de contribuições dos canais, na forma

$$\sigma_{\text{F}} = \sum_{\alpha} \sigma_{\text{F}}^{(\alpha)}, \quad (4.13)$$

com $\alpha = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+, 8^+$, e

$$\sigma_{\text{F}}^{(\alpha)} = \frac{1}{|A|^2} \frac{k}{E} \langle \psi_{\alpha} | [-W_{\text{opt}}(r)] | \psi_{\alpha} \rangle d^3\mathbf{r}. \quad (4.14)$$

Por outro lado, na descrição por um potencial de polarização, mesmo que ele seja exato, o máximo que se pode esperar é uma descrição precisa da contribuição do canal elástico para a fusão. Assim, as contribuições dos canais excitados são totalmente desprezadas. Para o sistema considerado, onde a excitação Coulombiana é extremamente forte para parâmetros de impacto pequenos, que são justamente os que contribuem fortemente para a fusão. Deste modo, não é surpreendente que a seção de choque de um canal para o potencial $V_{\text{opt}} + V_{\text{pol}}$ seja extremamente pequena. Pela mesma razão ela é menor também que as seções de choque de um canal para o potencial óptico, já que neste caso não há a absorção de longo alcance, que reduz a corrente transmitida através da barreira.

Um aproximação melhor pode ser obtida com o potencial efetivo $V_{\text{eff}} = V_{\text{opt}} +$

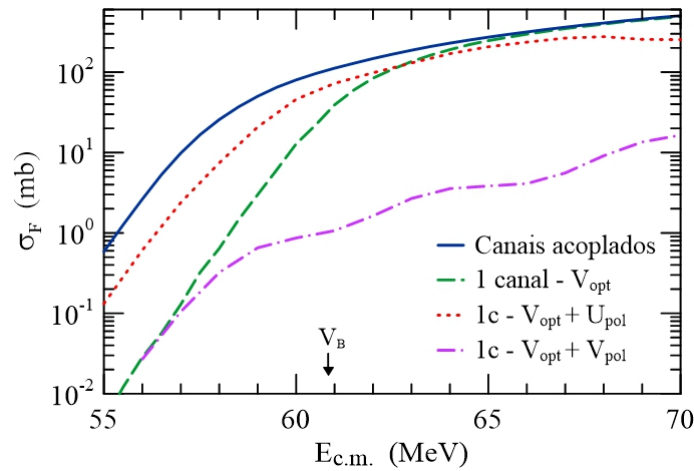


Figura 4.15: Seções de choque teóricas resultantes de cálculos de canais acoplados e de cálculos de modelo óptico, em comparação com os dados de Leigh *et al.* [39].

U_{pol} . Isto é, levando em conta a parte real do potencial de polarização mas deixando de fora sua parte imaginária. Deste modo, não há a atenuação da corrente na região externa à barreira. Isto corresponde a aproximação de supor que a transmissão de barreira nos canais excitados pode ser aproximada pela transmissão pelo canal elástico. A seção de choque obtida com o potencial $V_{opt} + U_{pol}$ é representado pela linha pontilhada vermelha na Fig. 4.15. Claramente, ela leva a resultados muito melhores que os obtidos com o potencial de polarização completo. Embora o comportamento da seção de choque acima da barreira seja um pouco estranha, o aumento da seção de choque óptica abaixo da barreira obtido no tratamento de canais acoplados é ao menos parcialmente reproduzido nesta aproximação.

Para finalizar este capítulo, comparamos as funções de excitação de fusão e de reação obtidas pelo tratamento de canais acoplados. Os resultados são mostrados na Fig. 4.16, em função da energia de colisão. Vemos que a seção de choque de fusão (linha contínua azul) é muito menor que a de reação (linha tracejada

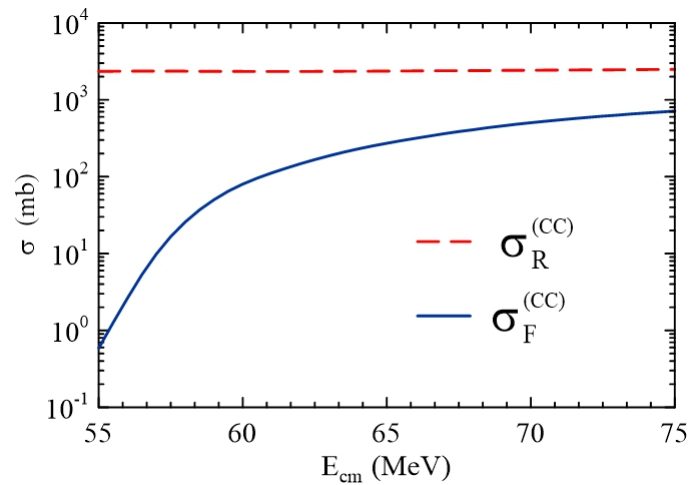


Figura 4.16: Seções de choque de fusão e reação na colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$, obtidos pelos cálculos de CA discutidos no texto.

vermelha) em todo o intervalo de energias considerado. Para as energias mais baixas, a seção de choque de reação é mais de três ordens de grandeza maior que a de fusão. A razão deste comportamento é que para energias abaixo da barreira a seção de choque de fusão cai exponencialmente. Por outro lado, a contribuição dos canais inelásticos não se reduz exponencialmente com a energia na região sub-Coulombiana. Como foi mostrado na figura 4.9, a seção de choque inelástica abaixo da barreira é fortemente dominada pela contribuição da excitação Coulombiana, que decresce lentamente com a energia de colisão.

Capítulo 5

Estudo do sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$

Neste capítulo estudamos colisões de projéteis de ${}^8\text{B}$ com um alvo de ${}^{58}\text{Ni}$. A característica especial deste sistema é que o ${}^8\text{B}$ tende a se dissociar na configuração ${}^7\text{Be} + p$, representada esquematicamente na figura 5.1. A dinâmica da colisão envolve os vetores posição dos fragmentos em relação ao ${}^{58}\text{Ni}$, \mathbf{r}_p e \mathbf{r}_{Be} . Estes vetores podem ser expressos em função do vetor de colisão, \mathbf{r} , e do vetor entre os fragmentos do alvo, \mathbf{x} , através das expressões

$$\mathbf{r}_p = \mathbf{r} + \frac{7}{8} \mathbf{x} \quad \text{e} \quad \mathbf{r}_{\text{Be}} = \mathbf{r} - \frac{1}{8} \mathbf{x}. \quad (5.1)$$

A energia necessária para separar o próton de valência é de apenas 0.136 MeV. Assim, o núcleon fracamente ligado orbita a grandes distâncias do centro do ${}^8\text{B}$, formando um halo de próton. A baixa energia de separação do próton tem duas consequências importantes.

A primeira, de natureza estática, é que o potencial óptico para este sistema é afetado para densidade difusa, resultante do halo. Esta característica leva a uma redução da barreira Coulombiana e isso produz um aumento da seção de choque de fusão em baixas energias.

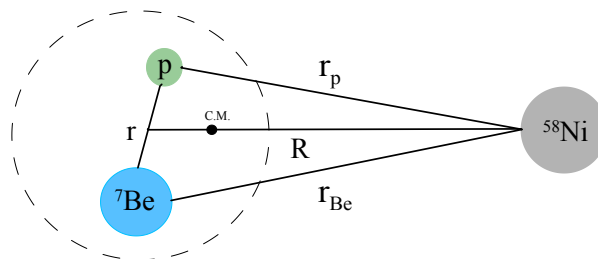


Figura 5.1: Ilustração da configuração ${}^7\text{Be} + p$ do ${}^8\text{B}$, na colisão com um alvo de ${}^{58}\text{Ni}$.

A segunda, de natureza dinâmica, é que o canal de *breakup* se acopla fortemente com o canal elástico, influenciando as seções de choque de todos os canais de reação. O acoplamento com o canal de *breakup* dá origem a diversas reações nucleares, como representado esquematicamente na Fig. 5.2. Assim, a colisão ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ pode levar aos diferentes estados finais e podemos definir as seguintes seções de choque.

- *Fusão completa* (CF): todos os núcleons do projétil são absorvidos pelo alvo. Isto pode acontecer diretamente (DCF) ou sequencialmente (SCF), após o processo de *breakup*;
- *Fusão incompleta* (ICF): o projétil sofre *breakup* e depois o alvo absorve parcialmente os fragmentos produzidos;
- *Fusão total* (TF): é uma seção de choque inclusiva, que corresponde à soma das fusões completa e incompleta. Em geral, não é possível distinguir CF de ICF, nem do ponto de vista experimental, nem do teórico. Então, apenas a soma destes processos é conhecida;
- *breakup elástico* (EBU): processo em que o projétil se fragmenta e nenhum

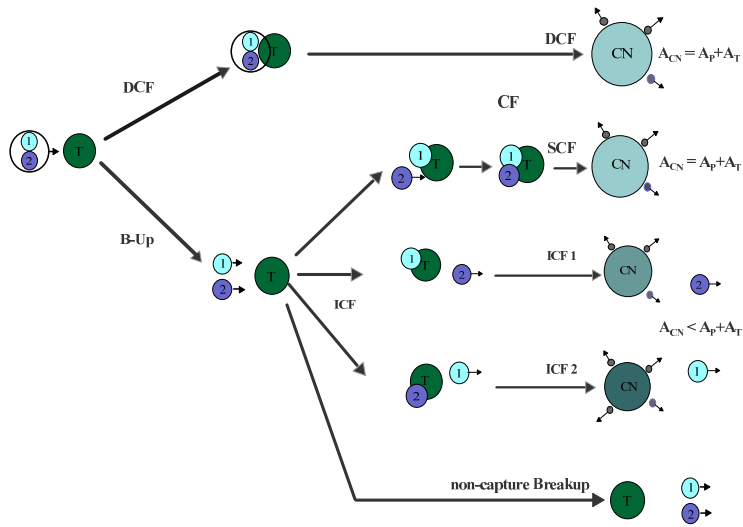


Figura 5.2: Representação esquemática dos processos de breakup, assumindo que este se quebra em apenas dois fragmentos [40]. A generalização para a dissociação em mais de dois fragmentos é trivial.

fragmento é absorvido pelo alvo. Além disso, o alvo permanece no estado fundamental;

- *breakup sem captura* (NCBU): este é um processo mais inclusivo que o EBU pois considera também eventos de *breakup* sem captura de fragmento, em que o alvo é excitado.

Em nossos cálculos o ${}^8\text{B}$ é tratado como um sistema de dois fragmentos, composto por um núcleo central de ${}^7\text{Be}$ e um próton de valência. Seus estados intrínsecos, $\varphi_\alpha(\mathbf{x})$, são então funções do vetor \mathbf{x} , que separa o próton do centro do ${}^7\text{Be}$. A interação projétil-alvo é escrita como a soma das interações do alvo com cada um dos fragmentos. Isto é,

$$V(\mathbf{r}) = V_{p-T}(\mathbf{r}_p) + V_{\text{Be}-T}(\mathbf{r}_{\text{Be}}). \quad (5.2)$$

Estas interações são complexas. Elas podem ser escritas na forma

$$V_{p-T}(\mathbf{r}_p) = U_{p-T}(\mathbf{r}_p) - i W_{p-T}(\mathbf{r}_p), \quad (5.3)$$

$$V_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be}) = U_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be}) - i W_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be}). \quad (5.4)$$

Para as partes reais destas interações, $U_{p-T}(\mathbf{r}_p)$ e $U_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be})$, adotamos o potencial de Akyüz-Winther [8, 9], na forma Woods-Saxon. Neste caso, os parâmetros dos dois potenciais tem os valores

$$U_0^{p+T} = 23.21 \text{ MeV}, \quad r_{0R}^{p+T} = 1.163 \text{ fm} \text{ e } a_R^{p+T} = 0.5127 \text{ fm.}$$

e

$$U_0^{Be-T} = 43.27 \text{ MeV}, \quad r_{0R}^{Be-T} = 1.169 \text{ fm} \text{ e } a_R^{Be-T} = 0.6045 \text{ fm.}$$

A escolha do potencial de Akyüz-Winther é bastante comum. Por outro lado, as barreiras resultantes deste potencial são semelhantes às obtidas com outros potenciais, como o de São Paulo [10] ou o de proximidade [12]. Isto é ilustrado na tabela 5.1, onde comparamos os parâmetros de barreira obtidos com estes potenciais para diversos sistemas.

Já a escolha das partes imaginárias dos dois potenciais, $W_{p-T}(\mathbf{r}_p)$ e $W_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be})$, deve ser feita com cuidado. Certamente, elas devem representar a absorção pelo canal de fusão, que nunca é incluído no conjunto de equações acopladas. Um potencial imaginário para esta finalidade deve ser extremamente forte na região interior à barreira, onde ocorre a fusão. Mas, ele só deve atuar lá. Isto é, ele deve ter curto alcance. Por outro lado, a parte imaginária do potencial óptico pode representar também a absorção em colisões periféricas que populam canais que não são incluídos explicitamente nas equações acopladas.

Tabela 5.1: Parâmetro da barreira de diferentes sistemas

Sistema	Parâmetro	AW	Prox.	SP
$^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$	V_B	60.79	59.40	60.43
	R_B	11.01	11.23	11.00
	$\hbar\omega$	4.53	4.22	4.44
$^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$	V_B	21.11	20.02	20.79
	R_B	8.87	9.26	8.90
	$\hbar\omega$	4.57	4.02	3.54
$^6\text{Li} + ^{209}\text{Bi}$	V_B	30.45	29.00	29.80
	R_B	11.10	11.57	11.3
	$\hbar\omega$	5.20	4.61	4.69
$^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$	V_B	2.95	2.66	2.89
	R_B	8.18	8.98	8.5
	$\hbar\omega$	2.12	1.66	1.75

Nossos cálculos CDCC para o sistema $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$ incluem o canal elástico, e os estados do contínuo discretizado do ^8B na configuração $p+^7\text{Be}$, já que o estado fundamental é seu único estado ligado. Então, ficam fora das equações acopladas os canais com excitação do alvo¹. Se estes canais não contribuírem para a seção de choque que está sendo calculada, eles devem ser eliminados pela ação da parte imaginária do potencial óptico. Este é o caso do espalhamento elástico. Devemos usar então potenciais imaginários de longo alcance. O mesmo procedimento deve ser adotado quando calculamos a seção de choque de breakup elástico, onde o alvo e os fragmentos do projétil tem que ficar nos seus estados fundamentais. A situação é diferente quando calculamos seções de choque de fusão e de *Non Capture Breakup* (NCBU), que consideram eventos independentemente dos estados finais do alvo ou dos fragmentos. Neste caso é preferível utilizar potenciais ópticos com absorção de curto alcance. Embora esta opção não descreva de modo preciso as contribuições de canais excitados, ela é melhor do que utilizar absorção

¹ Há também a possibilidade de excitação de um dos fragmentos produzido no *breakup*. Cálculos deste tipo não serão considerados nesta dissertação.

de longo alcance, onde estas contribuições são completamente ignoradas.

Portanto, dependendo da seção de choque calculada, utilizamos dois tipos de potencial imaginário, como descrito abaixo.

- *absorção de longo alcance:*

Obtemos os potenciais imaginários multiplicando as partes reais dos potenciais nucleares pelo fator de normalização $N = 0.78$. Isto é

$$W_{p-T}(\mathbf{r}_p) = 0.78 U_{p-T}^{(N)}(\mathbf{r}_p); \quad W_{Be-T}(\mathbf{r}_{Be}) = 0.78 U_{Be-T}^{(N)}(\mathbf{r}_{Be}). \quad (5.5)$$

- *absorção de curto alcance:*

Neste caso os potenciais imaginários são representados por funções Woods-Saxon, com os parâmetros apropriados para absorção por fusão:

$$\begin{aligned} W_0^{Be-T} &= W_0^{p-T} = 50.0 \text{ MeV}, \\ r_{0R}^{Be-T} &= r_{0R}^{p-T} = 1.169 \text{ fm} \\ a_R^{Be-T} &= a_R^{p-T} = 0.6045 \text{ fm}. \end{aligned}$$

5.1 O potencial óptico e o potencial de acoplamento

No capítulo anterior tratamos separadamente o potencial óptico e o potencial de acoplamento. O primeiro se caracteriza por depender apenas da distância projétil-alvo enquanto o segundo depende de r e também dos graus de liberdades intrínsecos. Agora a situação é diferente. A interação é escrita em termos das coordenadas \mathbf{r}_p e \mathbf{r}_{Be} , que são combinações lineares dos vetores \mathbf{r} e \mathbf{x} . Portanto, na interação adotada, o potencial óptico e o potencial de acoplamento aparecem

misturados. Mas, para estudar os efeitos do acoplamento com o canal de *breakup* é preciso comparar nossos resultados com resultados sem acoplamento. Isto é, resultados de cálculos de um canal (o elástico), com um potencial óptico. Há diferentes maneiras de escolher o potencial óptico. Consideramos três possibilidades.

A primeira possibilidade é usar um potencial que ignora a estrutura de *clusters* do alvo. Neste caso adotamos o potencial de interação entre o ${}^8\text{B}$ e o alvo. Isto é,

$$V_{\text{opt}}^{(1)}(r) = V_{\text{B-T}}(r). \quad (5.6)$$

A segunda possibilidade é considerar o potencial da Eq. (5.4) com os dois fragmentos no centro do ${}^8\text{B}$ ($\mathbf{x} = 0$),

$$V_{\text{opt}}^{(2)}(r) = V_{\text{p-T}}(\mathbf{r}) + V_{\text{Be-T}}(\mathbf{r}). \quad (5.7)$$

A terceira possibilidade é tomarmos o valor esperado do potencial da Eq. (5.4) para o estado fundamental do projétil, $\varphi_0(\mathbf{x})$. Isto é

$$V_{\text{opt}}^{(3)}(r) = \int d^3\mathbf{x} |\varphi_0(\mathbf{x})|^2 [V_{\text{p-T}}(\mathbf{r} + 7\mathbf{x}/8) + V_{\text{Be-T}}(\mathbf{r} - \mathbf{x}/8)]. \quad (5.8)$$

A figura 5.3 mostra as partes reais correspondente aos três potenciais ópticos discutidos acima, na região da barreira. A diferença entre a linha pontilhada vermelha e a contínua azul é o efeito do halo. Como acontece em colisões de núcleos com halo de nêutron, o halo torna o potencial mais difuso e isso leva a uma redução da barreira Coulombiana. Os parâmetros de barreira dos três potenciais são mostrados na Tabela 5.2. Comparando as barreiras dos potenciais $V_{\text{opt}}^{(2)}(r)$ e $V_{\text{opt}}^{(3)}(r)$, concluímos que o efeito estático do halo de próton é uma redução de 0.9 MeV na altura da barreira. Outro ponto interessante é que os parâmetros de curvatura para os potenciais obtido somando contribuições de cada fragmento são bem

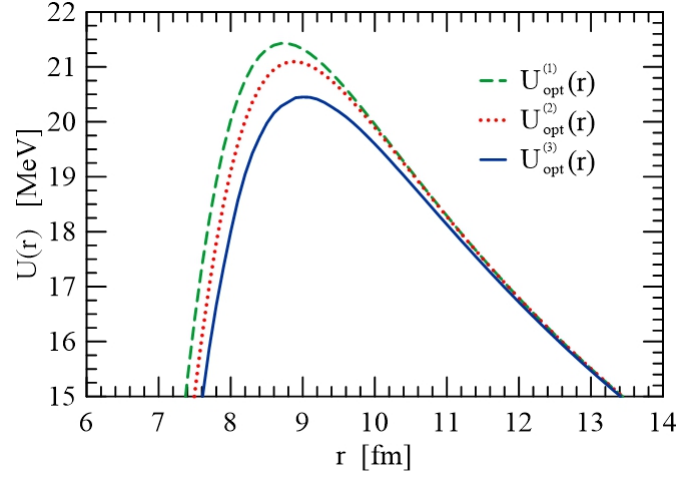


Figura 5.3: Partes reais dos potenciais ópticos discutidos no texto. Como fazemos habitualmente, usamos a notação: $U_{\text{opt}}^{(i)}(r) \equiv \text{Re} \{V_{\text{opt}}^{(i)}(r)\}$.

Tabela 5.2: Parâmetros de barreira dos potenciais ópticos discutidos no texto

Potencial	V_B (MeV)	R_B (fm)	$\hbar\omega$ (MeV)
$V_{\text{opt}}^{(1)}(r)$	21.1	8.8	4.4
$V_{\text{opt}}^{(2)}(r)$	21.4	8.7	11.7
$V_{\text{opt}}^{(3)}(r)$	20.5	9.1	8.8

maiores que os valores usuais para o potencial de AW ou o SPP para a interação projétil-alvo (ver Tabela 5.1). Estes últimos valem, tipicamente, entre 4 e 6 MeV.

5.2 Seção de choque

Calculamos agora seções de choques elásticas, de *breakup* e de fusão, usando o método de canais acoplados com discretização do contínuo (CDCC). Nossos resultados serão comparados os de tratamentos mais simples, que consideram apenas o canal elástico, usando potenciais ópticos ou potenciais efetivos ($V_{\text{opt}} + V_{\text{pol}}$).

5.2.1 Distribuições angulares elásticas

Inicialmente estudamos o espalhamento elástico, calculando distribuições angulares para três energias de colisão: $E_{c.m.} = 18$ MeV, $E_{c.m.} = 21$ MeV e $E_{c.m.} = 25$ MeV. Como a energia da barreira Coulombiana é 21.11 MeV, estamos considerando uma energia 3 MeV abaixo da barreira, uma aproximadamente igual a V_B , e outra 4 MeV acima. Como explicamos na seção anterior, cálculos de espalhamento elástico devem ser feitos com a versão de longo alcance para o potencial imaginário.

Seções de choque obtidas com cálculos CDCC são mostradas na figura 5.4 (linhas contínuas azuis), em comparação com resultados de cálculos de um canal usando os três potenciais ópticos das Eqs. (5.6) (curva tracejada violeta), (5.7) (curva pontilhada verde) e (5.8) (curva traço-ponto vermelha). Como se trata de espalhamento elástico, optamos pela absorção de longo alcance, em que a parte imaginária dos potenciais é obtida multiplicando a parte real do potencial nuclear por 0.78.

O efeito estático do halo pode ser estimado comparando as curvas obtidas com os potenciais $V_{opt}^{(2)}$ e $V_{opt}^{(3)}$. Como o halo aumenta o alcance do potencial nuclear, e portanto o do potencial imaginário, que é proporcional a ele, a absorção do potencial $V_{opt}^{(3)}$ atua em trajetórias mais distantes, que levam a ângulos de deflexão menores. Então a queda acentuada da razão σ/σ_{Ruth} ocorre em um ângulo menor que nas seções de choque de um canal para os outros dois potenciais ópticos. Por outro lado ela não apresenta a queda em ângulos pequenos encontrada na seção de choque do CDCC, já que ela resulta exclusivamente do *breakup* Coulombiano, que não é levado em conta pelo potencial óptico.

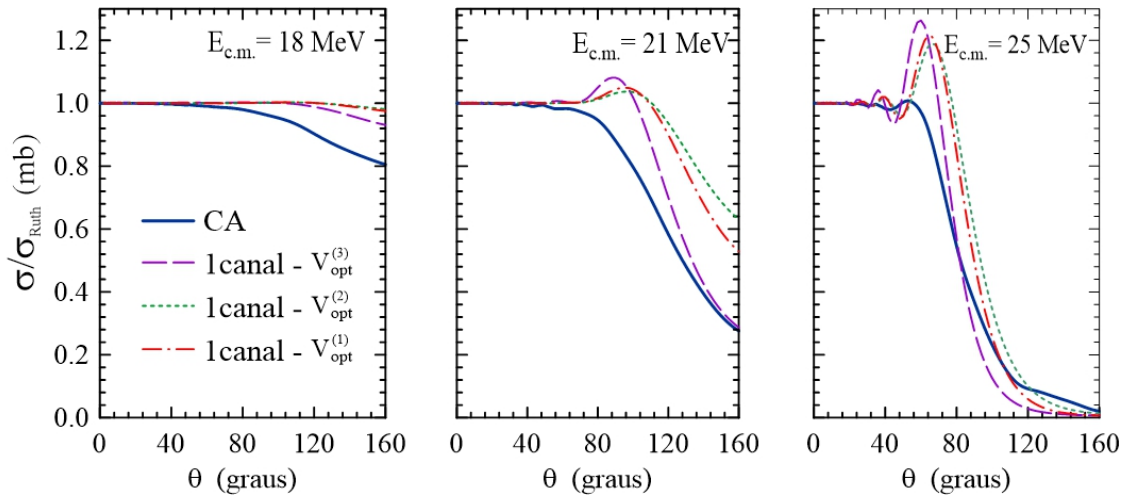


Figura 5.4: Seções de choque elásticas normalizadas em relação às seções de choque de Rutherford correspondentes, para as energias $E_{c.m.} = 18$ MeV, $E_{c.m.} = 21$ MeV e $E_{c.m.} = 25$ MeV.

5.2.2 Potencial de polarização

Passamos agora ao cálculo de potenciais de polarização. Como potenciais imaginários de longo alcance e de curto alcance levam a funções de onda radiais diferentes, e estas funções são utilizadas na construção de V_{pol} , teremos potenciais de polarização diferentes para cada uma das opções: uma associada à absorção de longo alcance e outra à de curto alcance.

A figura 5.5 mostra os potenciais de polarização associados à absorção de longo alcance, para as energias de colisão $E_{c.m.} = 18$ MeV, $E_{c.m.} = 21$ MeV e $E_{c.m.} = 25$ MeV. As partes reais dos potenciais são representados por linhas contínuas azuis e as partes imaginárias por linhas tracejadas vermelhas. Os retângulos escuros representam a parte interna da barreira. As partes reais dos potenciais no raio da barreira e na região externa são muito pequenas. Então elas não devem influenciar significativamente a colisão. As partes imaginárias também são pequenas, embora sejam um pouco maiores. Mas, como elas se estendem para fora da barreira, elas podem influenciar colisões distantes, associadas a ângulos inter-

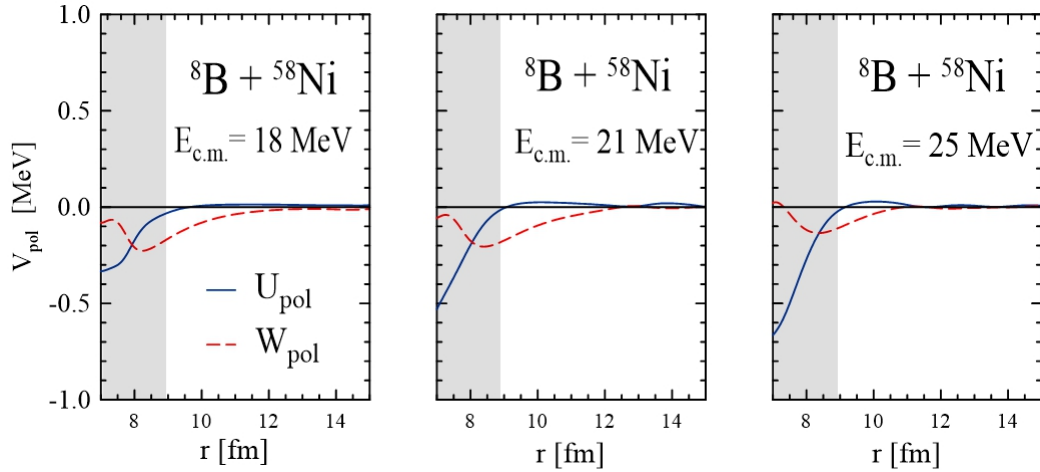


Figura 5.5: Partes reais e imaginárias dos potenciais de polarização de longo alcance na colisão ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$, para as mesmas energias da figura anterior.

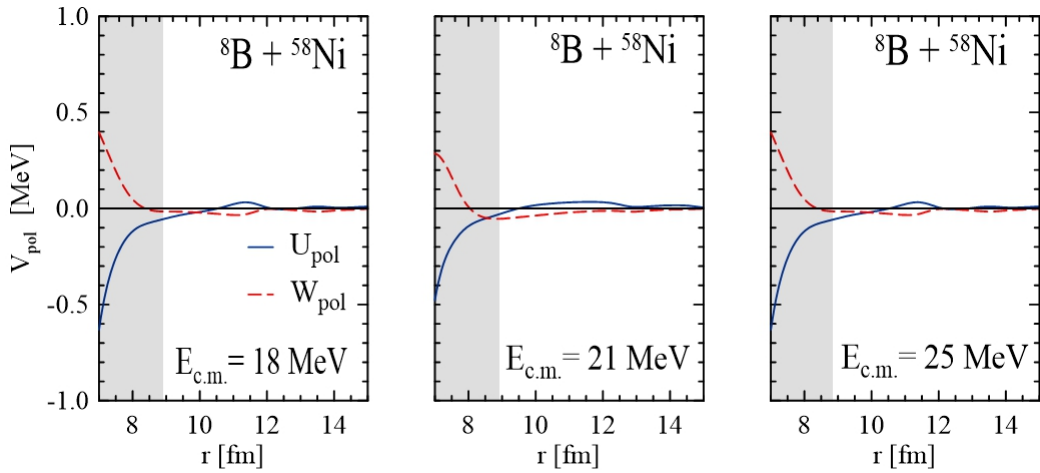


Figura 5.6: Figura análoga à anterior, mas agora o potencial foi derivado a partir de funções de onda para absorção de curto alcance nas interações fragmento-alvo.

mediários.

Potenciais de polarização obtidos a partir de potenciais ópticos com absorção de curto alcance são mostrados na figura 5.6. As energias de colisão são as mesmas da figura anterior e a notação das curvas também é a mesma. Vemos que neste caso os potenciais fora da barreira são ainda menores, tanto suas partes reais quanto as imaginárias. Então, a influência destes potenciais nas seções de choque elásticas deve ser muito pequena.

5.3 Seção de choque de breakup

Calculamos seções de choque de *breakup* dos dois tipos discutidos na início deste capítulo: o *breakup* elástico (EBU) e o *breakup* sem captura (NCBU). Como explicado anteriormente, o EBU deve ser calculado usando potenciais ópticos com absorção de longo alcance e o NCBU deve utilizar os com absorção de curto alcance.

A figura 5.7 mostra resultados de cálculos CDCC para a seção de choque de EBU (linha contínuas azuis). Para investigar as contribuições individuais dos acoplamentos Coulombianos e nucleares, mostramos também resultados obtidos só com acoplamentos Coulombianos (linhas tracejadas vermelhas) e só com acoplamentos nucleares (linhas pontilhadas verdes). É importante enfatizar que os termos diagonais (no espaço de canais) de ambas interações são incluídos em todos os cálculos. Só elementos de matriz fora da diagonal de um dos dois tipos de interação são excluídos.

Primeiramente, notamos que o *breakup* Coulombiano predomina em ângulos dianteiros, independentemente da energia de colisão. Isto é uma consequência natural do longo alcance do acoplamento Coulombiano. O principal termo deste acoplamento é o de dipolo elétrico, que decresce com a distância como r^{-2} . O

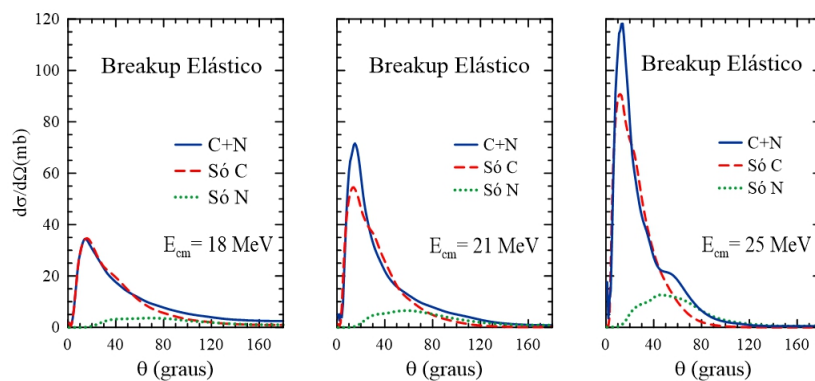


Figura 5.7: Seções de choque de *Breakup* elástico do ^8B em colisões com ^{58}Ni em para três energias de colisão diferentes (linhas contínuas azuis). As linhas tracejadas vermelhas e as pontilhadas verdes correspondem a resultados de cálculos CDCC considerando só o acoplamento Coulombiano e só o nuclear, respectivamente.

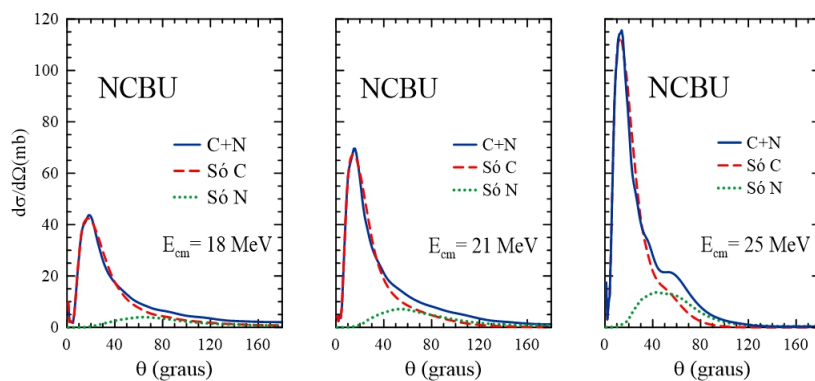


Figura 5.8: Figura análoga à anterior mas aqui as seções de choque são para *breakup* sem captura (NCBU).

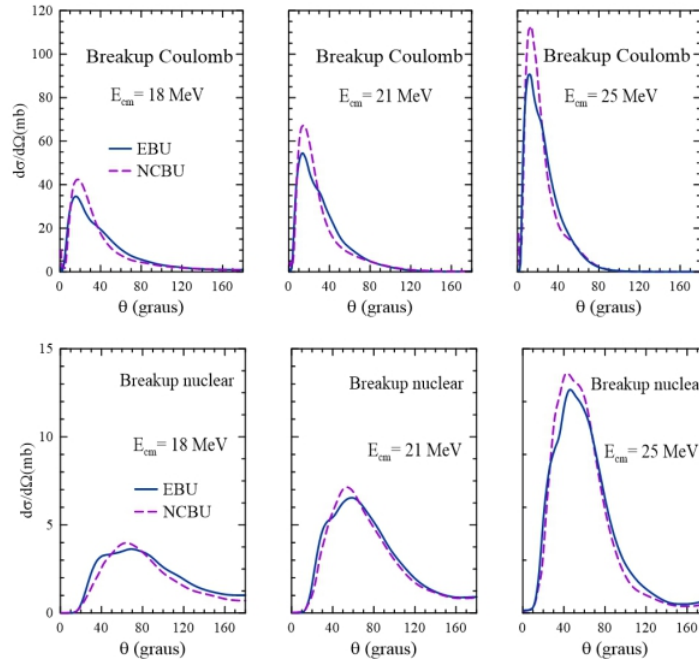


Figura 5.9: Comparação do EBU and NCBU em *breakup* Coulombiano (painéis superiores) e em *breakup* nuclear (painéis inferiores).

acoplamento nuclear cai a zero muito mais rapidamente, decrescendo exponencialmente com a distância. Então, o *breakup* nuclear só tem um papel importante em ângulos maiores. Notamos também que o *breakup* nuclear cresce com a energia e se desloca para ângulos menores. Isso também é um comportamento esperado. À medida que a energia cresce, a repulsão Coulombiana torna-se menos efetiva e o projétil se aproxima mais do alvo. Assim, ele alcança regiões onde o acoplamento nuclear é mais intenso e os ângulos de deflexão diminuem. Na energia mais alta, de 25 MeV, o *breakup* nuclear excede o Coulombiano em ângulos maiores que 70 graus.

Na figura 5.8, comparamos seções de choque para NCBU obtidas com cálculos CDCC com o acoplamento completo, e só com um dos tipos de acoplamento, o Coulombiano ou o nuclear. As diferentes linhas representam os cálculos correspondentes da figura anterior. Comparando esta figura com a anterior, concluímos

que as seções de choque de NCBU são muito semelhantes às de EBU, embora as de NCBU sejam ligeiramente maiores.

Para entender melhor as diferenças entre seções de choque de EBU e NCBU, comparamos separadamente as contribuições do *breakup* Coulombiano e do Nuclear, para EBU e NCBU. Isto é feito na figura 5.9. Analisando os painéis superiores, observamos que as seções de choque para NCBU Coulombiano são maiores que as de EBU em ângulos dianteiros e menores em ângulos intermediários. No caso de *breakup* nuclear, a situação é parecida.

5.4 Seção de choque de Fusão

Passamos agora ao estudo da fusão no sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$. Como discutimos no início do capítulo, em colisões de núcleos fracamente ligados há diferentes tipos de fusão (ver ilustração na Fig. 5.2). Além da fusão completa, que ocorre também em colisões de núcleos fortemente ligados, há a fusão incompleta, onde o projétil se fragmenta e há absorção parcial dos fragmentos pelo alvo. Usualmente, determinações individuais de CF e ICF apresentam grandes dificuldades. Por esta razão, a maioria dos estudos disponíveis determinam apenas a fusão total.

Aguilera *et al.* [41] mediram a fusão total para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ em energias na vizinhança da barreira Coulombiana. Rangel *et al.* [42] realizaram um estudo teórico do mesmo problema. Nosso estudo da fusão deste sistema tem o objetivo de investigar a influência da escolha do potencial de interação sobre a seção de choque. Então ele se restringe a cálculos de um canal, que não leva em conta efeitos de acoplamentos com o canal de *breakup* nem acoplamentos com canais inelástico e transfer. Portanto, comparações de nossos resultados com resultados dos artigos de Aguilera *et al.* e de Rangel *et al.* não fariam levaria a conclusões significativas.

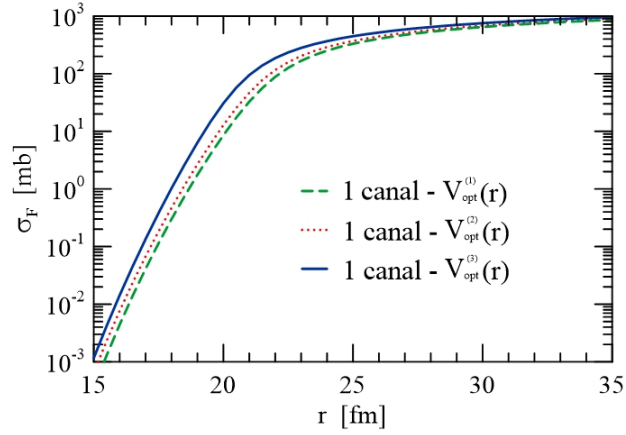


Figura 5.10: Seções de choque de fusão obtidas em cálculos de um canal usando os potenciais ópticos $V_{\text{opt}}^{(1)}$, $V_{\text{opt}}^{(2)}$ e $V_{\text{opt}}^{(3)}$.

Nesta seção discutiremos o cálculo da seção de choque de fusão total para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$, resultante de cálculos de um canal. Em princípio, a influência do canal de *breakup* sobre a seção de choque de fusão poderia ser estimada através de cálculos CDCC. Entretanto, cálculos de fusão com o código CDCC disponível apresentam algumas dificuldades. Portanto, restringiremos nossa discussão às previsões do *espalhamento por potencial*.

A figura 5.10 mostra as seções de choque de fusão obtidas em cálculos de um canal, para as três opções de potencial óptico, das Eqs. (5.6), (5.7) e (5.8). Como explicamos no início do capítulo, a fusão tem que ser calculada com um potencial óptico representando absorção de curto alcance. As linhas tracejada verde, pontilhada vermelha e contínua azul representam respectivamente os resultados obtidos com os potenciais ópticos $V_{\text{opt}}^{(1)}$, $V_{\text{opt}}^{(2)}$ e $V_{\text{opt}}^{(3)}$. Vemos que, em energias acima de 30 MeV, ou seja mais de 4 MeV acima da barreira ($V_B \sim 21$ MeV), os três potenciais levam a seções de choque muito próximas. Entretanto, para $E < V_B$, elas são bem diferentes. A maior seção de choque é a obtida com $V_{\text{opt}}^{(3)}$, seguida da obtida com $V_{\text{opt}}^{(2)}$, e então a do potencial $V_{\text{opt}}^{(1)}$. Estes resultados são consistentes com as

barreiras destes potenciais, mostradas na figura 5.3. A maior seção de choque corresponde à barreira mais baixa, seguida pelas correspondentes a barreiras de alturas crescentes. A diferença entre a seção de choque do potencial $V_{\text{opt}}^{(3)}$ e a do potencial $V_{\text{opt}}^{(2)}$ expressa, portanto, o efeito estático da baixa energia de separação do próton do ${}^8\text{B}$ sobre a fusão.

Capítulo 6

Conclusões e perspectivas futuras

Essa dissertação teve por objetivo principal analisar os efeitos de acoplamentos de canais sobre seções de choque para os diferentes processos que podem ocorrer em colisões de íons pesados, com ênfase no espalhamento elástico e na fusão.

Começamos fazendo uma revisão dos tópicos de teoria de colisão relevantes para o nosso estudo. Apresentamos de modo sucinto descrições de uma colisão pela Mecânica Clássica e pela Mecânica Quântica, na versão simplificada do *espalhamento por potencial*. Discutimos também o método de canais acoplados, incluindo a discretização do contínuo.

Estudamos então dois sistemas onde acoplamentos de canais tem um papel de grande importância. Primeiramente, consideramos a colisão $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$. Neste caso, há forte acoplamento do canal elástico com os canais associados à banda rotacional do ^{154}Sm , que é fortemente deformado. Como os efeitos deste acoplamento são bem conhecidos, este sistema é ideal como uma primeira aplicação de técnicas mais atuais de canais acoplados, e para o cálculo de potenciais de

polarização realísticos. Estudamos então seções de choque para diversos canais e mostramos que o potencial de polarização de Thompson *et al.* reproduz bem os efeitos de canais acoplados no espalhamento elástico.

Passamos então ao estudo de um problema de grande interesse atual. Consideramos a colisão do projétil fracamente ligado ${}^8\text{B}$ com o um alvo de ${}^{58}\text{Ni}$. Devido à baixa energia de ligação do próton de valência no ${}^8\text{B}$, este núcleo tem uma propriedade bastante incomum. Ele apresenta um halo de próton. Outra consequência desta baixa energia de ligação é a grande probabilidade de o ${}^8\text{B}$ se dissociar nos fragmentos p e ${}^7\text{Be}$ ao longo da colisão. Deste modo, há fortes acoplamentos do canal elástico com o *breakup*, e dos canais no contínuo da configuração p - ${}^7\text{Be}$ entre si.

Realizamos então uma série de cálculos de canais acoplados, com o contínuo do ${}^8\text{B}$ tratado na aproximação CDCC. Neste caso, a interação projétil-alvo é descrita pela soma dos potenciais ópticos entre o alvo e cada um dos dois fragmentos do projétil (o p e o ${}^7\text{Be}$). Discutimos então as consequências de adotar absorção de longo alcance e de curto alcance nestes potenciais. Discutimos também o escolha de um potencial adequado para ser utilizado na equação de Schrödinger de um canal. Como os potenciais entre os fragmentos e o alvo tem elementos diagonais e não-diagonais no espaço de canais, esta escolha não é única. As consequências desta escolha para a seção de choque de fusão foram discutidas em detalhe.

Na estudo do sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$, encontramos grandes dificuldades para efetuar cálculos CDCC para a seção de choque de fusão. Acreditamos que elas decorrem do fato de que a versão atual do FRESCO não foi projetada para cálculos de fusão. Tivemos também dificuldades na convergência dos cálculos de potenciais de polarização, que finalmente foram contornadas. Acreditamos que estas dificuldades podem ser eliminadas com pequenas alterações deste código. Nos-

Os planos futuros incluem a realização desta tarefa, e também um estudo mais profundo de potenciais de polarização, comparando o método de Thompson *et al.* com outras opções.

Apêndice A

Imput - ^{16}O + ^{154}Sm

A.1 Considerando até o estado 8^+

```
O-16 + Sm-154 CC
0.02      40.05  0.02
  0.180.   -.001  F 0   1   0 00.00
0   1. 180.    1.
0.001     10005 1   30
  1 0 3 0 2 1 0 0 0 120 0 1 0 0 4
16-O      16.0    8.0          5 154-Sm  154.000  62.0    0.00
0.0      +1 0.0          1 0.0    +1 0.0
          1              1 2.0    +1 0.082
          1              1 4.0    +1 0.266
          1              1 6.0    +1 0.544
          1              1 8.0    +1 0.902

  1 0 0 154.   16.0    1.06
 111   0.00  208.8176
  1 1 0 62.53  1.177  0.652  00.0    1.00    0.200
 111 12      2.483
  1 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0    1.00    0.200
 20 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0    1.00    0.200
0
0
  0 1 1
67.33
```

A.2 Considerando até o estado 8⁺ e acoplamento puramente columbiano

```

O-16 + Sm-154 CC
0.02 40.05 0.02
0.180. -.001 F 0 1 0 00.00
0 1. 180. 1.
0.001 10005 1 30
1 0 3 0 2 1 0 0 0 120 0 1 0 0 4
16-0 16.0 8.0 5 154-Sm 154.000 62.0 0.00
0.0 +1 0.0 1 0.0 +1 0.0
1 1 2.0 +1 0.082
1 1 4.0 +1 0.266
1 1 6.0 +1 0.544
1 1 8.0 +1 0.902

1 0 0 154. 16.0 1.06
111 0.00 208.8176
1 1 0 62.53 1.177 0.652 00.0 1.00 0.200
1 1 0 00.00 1.179 0.658 50.0 1.00 0.200
20 1 0 00.00 1.179 0.658 50.0 1.00 0.200
0
0
0 1 1
67.33

```

A.3 Considerando até o estado 8^{+} e acoplamento puramente nuclear}

```

O-16 + Sm-154 CC
0.02      40.05  0.02
0.180.   -.001  F 0   1   0 00.00
0   1.  180.   1.
0.001    10005 1  30
1 0 3 0 2 1 0 0 0 120 0 1 0 0 4
16-O     16.0   8.0           5 154-Sm  154.000  62.0   0.00
0.0     +1 0.0           1 0.0   +1 0.0
      1           1 2.0   +1 0.082
      1           1 4.0   +1 0.266
      1           1 6.0   +1 0.544
      1           1 8.0   +1 0.902

      1 0 0 154.   16.0   1.06
      1 1 0 62.53  1.177  0.652  00.0   1.00   0.200
      111 12      2.483
      1 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0   1.00   0.200
      20 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0   1.00   0.200
0
0
      0   1   1
67.33

```

A.4 Para calculo de um canal

```

O-16 + Sm-154
0.03      40.05  0.000
  0.100.   -.010  F 0   1   0 00.00
0   1.  180.   1.
0.001     0001  1  30
  1 0 3 0 2 1 0 0 0 120 0 1 0 0 1
16-0     16.0   8.0       $\frac{1T}{1}$  154-Sm  154.000  62.0   0.00
0.0   +1 0.0       $\frac{1}{1}$  0.0   +1 0.0

  1 0 0 154.   16.0   1.06
  1 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0   1.06  0.200
  1 1 0 62.53  1.177  0.652  00.0   1.06  0.200
20 1 0 00.00  1.179  0.658  50.0   1.06  0.200
0
0
  0 1 1
67.33

```


Apêndice B

Imput – $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$

B.1 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance

```
EDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 10 MeV
0.050 -60.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 01000 0 0 0 0
00.00 180.000 1.000 0.000 -10.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 5.0000 87T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1439 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1599 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1869 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2250 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2743 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3347 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4062 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4889 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.5827 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.6877 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.8037 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.9310 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.0693 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2188 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.3794 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.5512 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.7341 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.1333 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.3496 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.5770 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.8156 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.0653 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.3262 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.5981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.8813 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.1755 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.4809 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.7974 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.1251 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.4639 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.8138 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.1749 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.5471 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.9305 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.3249 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7306 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.1473 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.5752 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.0142 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.4644 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.9257 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.3981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.8817 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.3764 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.8822 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
```

1.5	0-1	5.1118		1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0-1	8.2877		1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0	1	0.2885	1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0	1	1.1122	1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0	1	2.7199	1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0	1	5.1118	1	0.0	1	0	0.0000				
1.5	0	1	8.2877	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0	1	0.2885	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0	1	1.1122	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0	1	2.7199	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0	1	5.1118	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0	1	8.2877	1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0-1	0.2885		1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0-1	1.1122		1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0-1	2.7199		1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0-1	5.1118		1	0.0	1	0	0.0000				
2.5	0-1	8.2877		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0-1	0.2885		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0-1	1.1122		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0-1	2.7199		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0-1	5.1118		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0-1	8.2877		1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0	1	0.2885	1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0	1	1.1122	1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0	1	2.7199	1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0	1	5.1118	1	0.0	1	0	0.0000				
3.5	0	1	8.2877	1	0.0	1	0	0.0000				
4.5	0	1	0.2885	1	0.0	1	0	0.0000				
4.5	0	1	1.1122	1	0.0	1	0	0.0000				
4.5	0	1	2.7199	1	0.0	1	0	0.0000				
4.5	0	1	5.1118	1	0.0	1	0	0.0000				
4.5	0	1	8.2877	1	0.0	1	0	0.0000				
7Be		7.0000	4.0000	-1T	58NI	+n	59.0000	29.0000	0.0000			
0.0	0	1	0.0000		2	0.0	0	1	0.0000			

1	0	0	58.0000	8.0000	1.3000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
2	0	0	58.0000	7.0000	1.3000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
2	1	0	043.2700	1.1690	0.6045	33.5500	1.1690	0.6045	0.0000	0.0000		
3	0	0	58.0000	0.0000	1.3000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
3	1	0	23.2100	1.4637	0.5127	18.1000	1.4637	0.5127	0.0000	0.0000		
4	0	0	1.0000	0.0000	2.3910	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
4	1	0	44.6750	2.3910	0.5200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		
4	3	0	4.8980	2.3910	0.5200	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000		

1	1	2	1	0	1	1	0.5	1.5	4	-0.1370	1	0	1	1.000	0	0.000
2	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.0061	12	2	1	1.000	50	-0.010
3	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.0220	12	2	1	1.000	50	-0.021
4	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.0490	12	2	1	1.000	50	-0.033
5	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.0871	12	2	1	1.000	50	-0.044
6	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.1364	12	2	1	1.000	50	-0.055
7	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.1968	12	2	1	1.000	50	-0.066
8	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.2683	12	2	1	1.000	50	-0.077
9	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.3510	12	2	1	1.000	50	-0.088
10	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.4448	12	2	1	1.000	50	-0.099
11	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.5497	12	2	1	1.000	50	-0.111
12	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.6658	12	2	1	1.000	50	-0.122
13	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.7930	12	2	1	1.000	50	-0.133
14	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-0.9314	12	2	1	1.000	50	-0.144
15	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.0809	12	2	1	1.000	50	-0.155
16	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.2415	12	2	1	1.000	50	-0.166
17	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.4133	12	2	1	1.000	50	-0.177
18	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.5962	12	2	1	1.000	50	-0.188
19	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.7902	12	2	1	1.000	50	-0.200
20	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.9954	12	2	1	1.000	50	-0.211
21	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.2117	12	2	1	1.000	50	-0.222
22	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.4391	12	2	1	1.000	50	-0.233
23	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.6777	12	2	1	1.000	50	-0.244
24	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.9274	12	2	1	1.000	50	-0.255
25	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.1882	12	2	1	1.000	50	-0.266
26	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.4602	12	2	1	1.000	50	-0.278
27	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.7433	12	2	1	1.000	50	-0.289
28	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.0376	12	2	1	1.000	50	-0.300
29	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.3430	12	2	1	1.000	50	-0.311
30	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.6595	12	2	1	1.000	50	-0.322
31	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.9872	12	2	1	1.000	50	-0.333
32	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-5.3260	12	2	1	1.000	50	-0.344
33	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-5.6759	12	2	1	1.000	50	-0.356

34	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.0370	12	2	1	1.000	50	-0.367
35	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.4092	12	2	1	1.000	50	-0.378
36	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.7925	12	2	1	1.000	50	-0.389
37	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-7.1870	12	2	1	1.000	50	-0.400
38	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-7.5926	12	2	1	1.000	50	-0.411
39	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-8.0094	12	2	1	1.000	50	-0.422
40	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-8.4373	12	2	1	1.000	50	-0.433
41	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-8.8763	12	2	1	1.000	50	-0.445
42	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.3265	12	2	1	1.000	50	-0.456
43	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.7878	12	2	1	1.000	50	-0.467
44	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.2602	12	2	1	1.000	50	-0.478
45	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.7438	12	2	1	1.000	50	-0.489
46	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.2385	12	2	1	1.000	50	-0.500
47	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.7443	12	2	1	1.000	50	-0.511
48	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
49	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
50	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
51	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
52	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
53	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
54	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
55	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
56	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
57	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
58	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
59	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
60	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
61	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
62	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
63	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
64	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
65	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
66	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
67	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
68	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
69	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
70	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
71	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
72	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
73	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
74	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
75	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
76	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
77	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
78	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
79	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
80	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
81	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
82	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
83	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
84	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
85	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
86	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
87	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568

1	2	3	3	0	0	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	2	1.0000			
1	3	1	3	1.0000			
1	4	1	4	1.0000			
1	5	1	5	1.0000			
1	6	1	6	1.0000			
1	7	1	7	1.0000			
1	8	1	8	1.0000			
1	9	1	9	1.0000			
1	10	1	10	1.0000			
1	11	1	11	1.0000			
1	12	1	12	1.0000			
1	13	1	13	1.0000			
1	14	1	14	1.0000			
1	15	1	15	1.0000			
1	16	1	16	1.0000			
1	17	1	17	1.0000			
1	18	1	18	1.0000			
1	19	1	19	1.0000			
1	20	1	20	1.0000			
1	21	1	21	1.0000			

1	22	1	22	1.0000
1	23	1	23	1.0000
1	24	1	24	1.0000
1	25	1	25	1.0000
1	26	1	26	1.0000
1	27	1	27	1.0000
1	28	1	28	1.0000
1	29	1	29	1.0000
1	30	1	30	1.0000
1	31	1	31	1.0000
1	32	1	32	1.0000
1	33	1	33	1.0000
1	34	1	34	1.0000
1	35	1	35	1.0000
1	36	1	36	1.0000
1	37	1	37	1.0000
1	38	1	38	1.0000
1	39	1	39	1.0000
1	40	1	40	1.0000
1	41	1	41	1.0000
1	42	1	42	1.0000
1	43	1	43	1.0000
1	44	1	44	1.0000
1	45	1	45	1.0000
1	46	1	46	1.0000
1	47	1	47	1.0000
1	48	1	48	1.0000
1	49	1	49	1.0000
1	50	1	50	1.0000
1	51	1	51	1.0000
1	52	1	52	1.0000
1	53	1	53	1.0000
1	54	1	54	1.0000
1	55	1	55	1.0000
1	56	1	56	1.0000
1	57	1	57	1.0000
1	58	1	58	1.0000
1	59	1	59	1.0000
1	60	1	60	1.0000
1	61	1	61	1.0000
1	62	1	62	1.0000
1	63	1	63	1.0000
1	64	1	64	1.0000
1	65	1	65	1.0000
1	66	1	66	1.0000
1	67	1	67	1.0000
1	68	1	68	1.0000
1	69	1	69	1.0000
1	70	1	70	1.0000
1	71	1	71	1.0000
1	72	1	72	1.0000
1	73	1	73	1.0000
1	74	1	74	1.0000
1	75	1	75	1.0000
1	76	1	76	1.0000
1	77	1	77	1.0000
1	78	1	78	1.0000
1	79	1	79	1.0000
1	80	1	80	1.0000
1	81	1	81	1.0000
1	82	1	82	1.0000
1	83	1	83	1.0000
1	84	1	84	1.0000
1	85	1	85	1.0000
1	86	1	86	1.0000
-1	87	1	87	1.0000
0	1	1	1	1

23.90

B.2 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 16 MeV
0.050 -40.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 501000 01000 0 0
0.00 180.000 1.000 0.000 -5.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 5.0000 45T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1976 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.7284 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2376 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9102 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.7466 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.7465 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.9100 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.2372 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.2007 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
7Be 7.0000 4.0000 -1T 58NI +n 59.0000 29.0000 0.0000
0.0 0 1 0.0000 2 0.0 0 1 0.0000

1 0 0 58.0000 8.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 0 0 58.0000 7.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 0043.2700 1.1690 0.6045 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
3 0 0 58.0000 0.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
3 1 0 23.2100 1.4637 0.5127 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
4 0 0 1.0000 0.0000 2.3910 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 1 0 44.6750 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 3 0 4.8980 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

1 1 2 1 0 1 1 0.5 1.5 4 0.1370 1 0 1 1.000 0 0.000
2 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.0510 12 2 1 1.000 50 -0.100
3 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.2327 12 2 1 1.000 50 -0.264
4 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.5780 12 2 1 1.000 50 -0.427
5 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -1.0871 12 2 1 1.000 50 -0.591
6 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -1.7597 12 2 1 1.000 50 -0.754

```

7	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.5960	12	2	1	1.000	50	-0.918
8	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.5959	12	2	1	1.000	50	-1.082
9	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.7594	12	2	1	1.000	50	-1.245
10	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.0866	12	2	1	1.000	50	-1.409
11	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-7.5775	12	2	1	1.000	50	-1.573
12	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.2319	12	2	1	1.000	50	-1.736
13	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.0500	12	2	1	1.000	50	-1.900
14	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
15	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
16	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
17	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
18	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
19	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
20	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
21	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
22	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
23	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
24	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
25	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
26	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
27	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
28	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
29	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
30	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
31	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
32	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
33	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
34	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
35	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
36	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
37	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
38	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
39	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
40	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
41	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
42	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
43	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
44	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
45	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953

1	2	3	4	0	0	3.00	2.00																																			
	1	1	1	1	1	1.0000																																				
		1	2	1	2	1.0000																																				
			1	3	1	3	1.0000																																			
				1	4	1	4	1.0000																																		
					1	5	1	5	1.0000																																	
						1	6	1	6	1.0000																																
							1	7	1	7	1.0000																															
								1	8	1	8	1.0000																														
									1	9	1	9	1.0000																													
										1	10	1	10	1.0000																												
											1	11	1	11	1.0000																											
												1	12	1	12	1.0000																										
													1	13	1	13	1.0000																									
														1	14	1	14	1.0000																								
															1	15	1	15	1.0000																							
																1	16	1	16	1.0000																						
																	1	17	1	17	1.0000																					
																		1	18	1	18	1.0000																				
																			1	19	1	19	1.0000																			
																				1	20	1	20	1.0000																		
																					1	21	1	21	1.0000																	
																						1	22	1	22	1.0000																
																							1	23	1	23	1.0000															
																								1	24	1	24	1.0000														
																									1	25	1	25	1.0000													
																										1	26	1	26	1.0000												
																											1	27	1	27	1.0000											
																												1	28	1	28	1.0000										
																													1	29	1	29	1.0000									
																														1	30	1	30	1.0000								
																															1	31	1	31	1.0000							
																																1	32	1	32	1.0000						
																																	1	33	1	33	1.0000					
																																		1	34	1	34	1.0000				
																																				1	35	1	35	1.0000		
																																						1	36	1	36	1.0000

```
1 37 1 37 1.0000
1 38 1 38 1.0000
1 39 1 39 1.0000
1 40 1 40 1.0000
1 41 1 41 1.0000
1 42 1 42 1.0000
1 43 1 43 1.0000
1 44 1 44 1.0000
-1 45 1 45 1.0000
0 1 1 1 1 1
23.90
```

B.3 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance com o acoplamento puramente coulombiano

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 10 MeV
0.050 -60.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 01000 0 0 0 0
00.00 180.000 1.000 0.000 -10.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 87T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1439 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1599 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1869 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2250 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2743 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3347 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4062 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4889 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.5827 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.6877 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.8037 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.9310 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.0693 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2188 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.3794 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.5512 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.7341 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.1333 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.3496 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.5770 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.8156 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.0653 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.3262 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.5981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.8813 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.1755 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.4809 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.7974 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.1251 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.4639 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.8138 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.1749 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.5471 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.9305 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.3249 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7306 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.1473 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.5752 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.0142 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.4644 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.9257 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.3981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.8817 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.3764 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.8822 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000

```


42	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.3265	12	2	1	1.000	50	-0.456
43	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.7878	12	2	1	1.000	50	-0.467
44	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.2602	12	2	1	1.000	50	-0.478
45	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.7438	12	2	1	1.000	50	-0.489
46	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.2385	12	2	1	1.000	50	-0.500
47	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.7443	12	2	1	1.000	50	-0.511
48	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
49	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
50	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
51	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
52	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
53	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
54	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
55	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
56	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
57	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
58	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
59	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
60	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
61	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
62	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
63	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
64	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
65	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
66	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
67	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
68	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
69	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
70	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
71	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
72	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
73	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
74	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
75	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
76	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
77	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
78	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
79	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
80	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
81	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
82	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
83	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
84	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
85	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
86	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
87	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568

1	2	3	3	2	0	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	2	1.0000			
1	3	1	3	1.0000			
1	4	1	4	1.0000			
1	5	1	5	1.0000			
1	6	1	6	1.0000			
1	7	1	7	1.0000			
1	8	1	8	1.0000			
1	9	1	9	1.0000			
1	10	1	10	1.0000			
1	11	1	11	1.0000			
1	12	1	12	1.0000			
1	13	1	13	1.0000			
1	14	1	14	1.0000			
1	15	1	15	1.0000			
1	16	1	16	1.0000			
1	17	1	17	1.0000			
1	18	1	18	1.0000			
1	19	1	19	1.0000			
1	20	1	20	1.0000			
1	21	1	21	1.0000			
1	22	1	22	1.0000			
1	23	1	23	1.0000			
1	24	1	24	1.0000			
1	25	1	25	1.0000			
1	26	1	26	1.0000			
1	27	1	27	1.0000			
1	28	1	28	1.0000			
1	29	1	29	1.0000			

1	30	1	30	1.0000			
1	31	1	31	1.0000			
1	32	1	32	1.0000			
1	33	1	33	1.0000			
1	34	1	34	1.0000			
1	35	1	35	1.0000			
1	36	1	36	1.0000			
1	37	1	37	1.0000			
1	38	1	38	1.0000			
1	39	1	39	1.0000			
1	40	1	40	1.0000			
1	41	1	41	1.0000			
1	42	1	42	1.0000			
1	43	1	43	1.0000			
1	44	1	44	1.0000			
1	45	1	45	1.0000			
1	46	1	46	1.0000			
1	47	1	47	1.0000			
1	48	1	48	1.0000			
1	49	1	49	1.0000			
1	50	1	50	1.0000			
1	51	1	51	1.0000			
1	52	1	52	1.0000			
1	53	1	53	1.0000			
1	54	1	54	1.0000			
1	55	1	55	1.0000			
1	56	1	56	1.0000			
1	57	1	57	1.0000			
1	58	1	58	1.0000			
1	59	1	59	1.0000			
1	60	1	60	1.0000			
1	61	1	61	1.0000			
1	62	1	62	1.0000			
1	63	1	63	1.0000			
1	64	1	64	1.0000			
1	65	1	65	1.0000			
1	66	1	66	1.0000			
1	67	1	67	1.0000			
1	68	1	68	1.0000			
1	69	1	69	1.0000			
1	70	1	70	1.0000			
1	71	1	71	1.0000			
1	72	1	72	1.0000			
1	73	1	73	1.0000			
1	74	1	74	1.0000			
1	75	1	75	1.0000			
1	76	1	76	1.0000			
1	77	1	77	1.0000			
1	78	1	78	1.0000			
1	79	1	79	1.0000			
1	80	1	80	1.0000			
1	81	1	81	1.0000			
1	82	1	82	1.0000			
1	83	1	83	1.0000			
1	84	1	84	1.0000			
1	85	1	85	1.0000			
1	86	1	86	1.0000			
-1	87	1	87	1.0000			
1	2	3	0	1	2	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	2	1	1.0000		
1	3	1	3	1	1.0000		
1	4	1	4	1	1.0000		
1	5	1	5	1	1.0000		
1	6	1	6	1	1.0000		
1	7	1	7	1	1.0000		
1	8	1	8	1	1.0000		
1	9	1	9	1	1.0000		
1	10	1	10	1	1.0000		
1	11	1	11	1	1.0000		
1	12	1	12	1	1.0000		
1	13	1	13	1	1.0000		
1	14	1	14	1	1.0000		
1	15	1	15	1	1.0000		
1	16	1	16	1	1.0000		
1	17	1	17	1	1.0000		
1	18	1	18	1	1.0000		

1	19	1	19	1.0000
1	20	1	20	1.0000
1	21	1	21	1.0000
1	22	1	22	1.0000
1	23	1	23	1.0000
1	24	1	24	1.0000
1	25	1	25	1.0000
1	26	1	26	1.0000
1	27	1	27	1.0000
1	28	1	28	1.0000
1	29	1	29	1.0000
1	30	1	30	1.0000
1	31	1	31	1.0000
1	32	1	32	1.0000
1	33	1	33	1.0000
1	34	1	34	1.0000
1	35	1	35	1.0000
1	36	1	36	1.0000
1	37	1	37	1.0000
1	38	1	38	1.0000
1	39	1	39	1.0000
1	40	1	40	1.0000
1	41	1	41	1.0000
1	42	1	42	1.0000
1	43	1	43	1.0000
1	44	1	44	1.0000
1	45	1	45	1.0000
1	46	1	46	1.0000
1	47	1	47	1.0000
1	48	1	48	1.0000
1	49	1	49	1.0000
1	50	1	50	1.0000
1	51	1	51	1.0000
1	52	1	52	1.0000
1	53	1	53	1.0000
1	54	1	54	1.0000
1	55	1	55	1.0000
1	56	1	56	1.0000
1	57	1	57	1.0000
1	58	1	58	1.0000
1	59	1	59	1.0000
1	60	1	60	1.0000
1	61	1	61	1.0000
1	62	1	62	1.0000
1	63	1	63	1.0000
1	64	1	64	1.0000
1	65	1	65	1.0000
1	66	1	66	1.0000
1	67	1	67	1.0000
1	68	1	68	1.0000
1	69	1	69	1.0000
1	70	1	70	1.0000
1	71	1	71	1.0000
1	72	1	72	1.0000
1	73	1	73	1.0000
1	74	1	74	1.0000
1	75	1	75	1.0000
1	76	1	76	1.0000
1	77	1	77	1.0000
1	78	1	78	1.0000
1	79	1	79	1.0000
1	80	1	80	1.0000
1	81	1	81	1.0000
1	82	1	82	1.0000
1	83	1	83	1.0000
1	84	1	84	1.0000
1	85	1	85	1.0000
1	86	1	86	1.0000
-1	87	1	87	1.0000
0	1	1	1	1
23.90				

B.4 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance com o acoplamento puramente coulombiano

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 16 MeV
0.050 -40.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 501000 01000 0 0
0.00 180.000 1.000 0.000 -5.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 5.0000 45T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1976 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.7284 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2376 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9102 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.7466 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.7465 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.9100 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.2372 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.2007 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
7Be 7.0000 4.0000 -1T 58NI +n 59.0000 29.0000 0.0000
0.0 0 1 0.0000 2 0.0 0 1 0.0000

1 0 0 58.0000 8.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 0 0 58.0000 7.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 0 043.2700 1.1690 0.6045 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
3 0 0 58.0000 0.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
3 1 0 23.2100 1.4637 0.5127 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
4 0 0 1.0000 0.0000 2.3910 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 1 0 44.6750 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 3 0 4.8980 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

1 1 2 1 0 1 1 0.5 1.5 4 0.1370 1 0 1 1.000 0 0.000
2 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.0510 12 2 1 1.000 50 -0.100
3 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.2327 12 2 1 1.000 50 -0.264
4 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.5780 12 2 1 1.000 50 -0.427
5 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -1.0871 12 2 1 1.000 50 -0.591
6 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -1.7597 12 2 1 1.000 50 -0.754

```

7	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.5960	12	2	1	1.000	50	-0.918
8	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.5959	12	2	1	1.000	50	-1.082
9	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.7594	12	2	1	1.000	50	-1.245
10	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.0866	12	2	1	1.000	50	-1.409
11	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-7.5775	12	2	1	1.000	50	-1.573
12	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.2319	12	2	1	1.000	50	-1.736
13	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.0500	12	2	1	1.000	50	-1.900
14	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
15	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
16	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
17	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
18	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
19	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
20	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
21	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
22	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
23	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
24	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
25	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
26	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
27	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
28	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
29	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
30	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
31	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
32	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
33	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
34	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
35	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
36	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
37	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
38	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
39	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
40	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
41	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
42	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
43	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
44	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
45	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953

1	2	3	4	2	0	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	2	1.0000			
1	3	1	3	1.0000			
1	4	1	4	1.0000			
1	5	1	5	1.0000			
1	6	1	6	1.0000			
1	7	1	7	1.0000			
1	8	1	8	1.0000			
1	9	1	9	1.0000			
1	10	1	10	1.0000			
1	11	1	11	1.0000			
1	12	1	12	1.0000			
1	13	1	13	1.0000			
1	14	1	14	1.0000			
1	15	1	15	1.0000			
1	16	1	16	1.0000			
1	17	1	17	1.0000			
1	18	1	18	1.0000			
1	19	1	19	1.0000			
1	20	1	20	1.0000			
1	21	1	21	1.0000			
1	22	1	22	1.0000			
1	23	1	23	1.0000			
1	24	1	24	1.0000			
1	25	1	25	1.0000			
1	26	1	26	1.0000			
1	27	1	27	1.0000			
1	28	1	28	1.0000			
1	29	1	29	1.0000			
1	30	1	30	1.0000			
1	31	1	31	1.0000			
1	32	1	32	1.0000			
1	33	1	33	1.0000			
1	34	1	34	1.0000			
1	35	1	35	1.0000			
1	36	1	36	1.0000			

	1	37	1	37	1.0000	
	1	38	1	38	1.0000	
	1	39	1	39	1.0000	
	1	40	1	40	1.0000	
	1	41	1	41	1.0000	
	1	42	1	42	1.0000	
	1	43	1	43	1.0000	
	1	44	1	44	1.0000	
	-1	45	1	45	1.0000	
1	2	3	0	1	2	3.00
	1	1	1	1	1	1.0000
	1	2	1	2	1	1.0000
	1	3	1	3	1	1.0000
	1	4	1	4	1	1.0000
	1	5	1	5	1	1.0000
	1	6	1	6	1	1.0000
	1	7	1	7	1	1.0000
	1	8	1	8	1	1.0000
	1	9	1	9	1	1.0000
	1	10	1	10	1	1.0000
	1	11	1	11	1	1.0000
	1	12	1	12	1	1.0000
	1	13	1	13	1	1.0000
	1	14	1	14	1	1.0000
	1	15	1	15	1	1.0000
	1	16	1	16	1	1.0000
	1	17	1	17	1	1.0000
	1	18	1	18	1	1.0000
	1	19	1	19	1	1.0000
	1	20	1	20	1	1.0000
	1	21	1	21	1	1.0000
	1	22	1	22	1	1.0000
	1	23	1	23	1	1.0000
	1	24	1	24	1	1.0000
	1	25	1	25	1	1.0000
	1	26	1	26	1	1.0000
	1	27	1	27	1	1.0000
	1	28	1	28	1	1.0000
	1	29	1	29	1	1.0000
	1	30	1	30	1	1.0000
	1	31	1	31	1	1.0000
	1	32	1	32	1	1.0000
	1	33	1	33	1	1.0000
	1	34	1	34	1	1.0000
	1	35	1	35	1	1.0000
	1	36	1	36	1	1.0000
	1	37	1	37	1	1.0000
	1	38	1	38	1	1.0000
	1	39	1	39	1	1.0000
	1	40	1	40	1	1.0000
	1	41	1	41	1	1.0000
	1	42	1	42	1	1.0000
	1	43	1	43	1	1.0000
	1	44	1	44	1	1.0000
	-1	45	1	45	1	1.0000
0	1	1	1	1	1	
23.90						

B.5 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance com o acoplamento puramente nuclear

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 10 MeV
0.050 -60.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 01000 0 0 0 0
00.00 180.000 1.000 0.000 -10.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 5.0000 87T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1439 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1599 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.1869 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2250 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.2743 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3347 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4062 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.4889 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.5827 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.6877 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.8037 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.9310 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.0693 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2188 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.3794 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.5512 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.7341 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.1333 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.3496 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.5770 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.8156 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.0653 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.3262 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.5981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.8813 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.1755 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.4809 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.7974 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.1251 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.4639 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 5.8138 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.1749 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.5471 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.9305 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.3249 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7306 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.1473 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 8.5752 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.0142 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.4644 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.9257 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.3981 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 10.8817 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.3764 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.8822 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 8.2877 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 0.2885 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 1.1122 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 2.7199 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 5.1118 1 0.0 1 0 0.0000

```


40	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-8.4373	12	2	1	1.000	50	-0.433
41	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-8.8763	12	2	1	1.000	50	-0.445
42	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.3265	12	2	1	1.000	50	-0.456
43	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.7878	12	2	1	1.000	50	-0.467
44	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.2602	12	2	1	1.000	50	-0.478
45	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-10.7438	12	2	1	1.000	50	-0.489
46	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.2385	12	2	1	1.000	50	-0.500
47	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.7443	12	2	1	1.000	50	-0.511
48	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
49	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
50	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
51	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
52	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
53	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
54	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
55	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
56	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
57	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
58	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
59	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
60	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
61	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
62	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
63	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
64	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
65	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
66	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
67	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
68	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
69	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
70	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
71	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
72	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
73	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
74	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
75	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
76	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
77	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
78	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
79	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
80	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
81	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
82	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568
83	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.2168	2	2	1	1.000	50	-0.432
84	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-1.0405	2	2	1	1.000	50	-1.216
85	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.6483	2	2	1	1.000	50	-2.000
86	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-5.0401	2	2	1	1.000	50	-2.784
87	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-8.2160	2	2	1	1.000	50	-3.568

1	2	3	3	1	0	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	1	2	1.0000		
1	3	1	1	3	1.0000		
1	4	1	1	4	1.0000		
1	5	1	1	5	1.0000		
1	6	1	1	6	1.0000		
1	7	1	1	7	1.0000		
1	8	1	1	8	1.0000		
1	9	1	1	9	1.0000		
1	10	1	1	10	1.0000		
1	11	1	1	11	1.0000		
1	12	1	1	12	1.0000		
1	13	1	1	13	1.0000		
1	14	1	1	14	1.0000		
1	15	1	1	15	1.0000		
1	16	1	1	16	1.0000		
1	17	1	1	17	1.0000		
1	18	1	1	18	1.0000		
1	19	1	1	19	1.0000		
1	20	1	1	20	1.0000		
1	21	1	1	21	1.0000		
1	22	1	1	22	1.0000		
1	23	1	1	23	1.0000		
1	24	1	1	24	1.0000		
1	25	1	1	25	1.0000		
1	26	1	1	26	1.0000		
1	27	1	1	27	1.0000		

1	28	1	28	1.0000
1	29	1	29	1.0000
1	30	1	30	1.0000
1	31	1	31	1.0000
1	32	1	32	1.0000
1	33	1	33	1.0000
1	34	1	34	1.0000
1	35	1	35	1.0000
1	36	1	36	1.0000
1	37	1	37	1.0000
1	38	1	38	1.0000
1	39	1	39	1.0000
1	40	1	40	1.0000
1	41	1	41	1.0000
1	42	1	42	1.0000
1	43	1	43	1.0000
1	44	1	44	1.0000
1	45	1	45	1.0000
1	46	1	46	1.0000
1	47	1	47	1.0000
1	48	1	48	1.0000
1	49	1	49	1.0000
1	50	1	50	1.0000
1	51	1	51	1.0000
1	52	1	52	1.0000
1	53	1	53	1.0000
1	54	1	54	1.0000
1	55	1	55	1.0000
1	56	1	56	1.0000
1	57	1	57	1.0000
1	58	1	58	1.0000
1	59	1	59	1.0000
1	60	1	60	1.0000
1	61	1	61	1.0000
1	62	1	62	1.0000
1	63	1	63	1.0000
1	64	1	64	1.0000
1	65	1	65	1.0000
1	66	1	66	1.0000
1	67	1	67	1.0000
1	68	1	68	1.0000
1	69	1	69	1.0000
1	70	1	70	1.0000
1	71	1	71	1.0000
1	72	1	72	1.0000
1	73	1	73	1.0000
1	74	1	74	1.0000
1	75	1	75	1.0000
1	76	1	76	1.0000
1	77	1	77	1.0000
1	78	1	78	1.0000
1	79	1	79	1.0000
1	80	1	80	1.0000
1	81	1	81	1.0000
1	82	1	82	1.0000
1	83	1	83	1.0000
1	84	1	84	1.0000
1	85	1	85	1.0000
1	86	1	86	1.0000
-1	87	1	87	1.0000
0	1	1	1	1
23.90				

B.6 Considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance com o acoplamento puramente nuclear

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 16 MeV
0.050 -40.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 501000 01000 0 0
0.00 180.000 1.000 0.000 -5.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 1 0 0 0 0 1
8B 8.0000 5.0000 45T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
0.5 0 1 0.1976 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 0.7284 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.2376 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 1.9102 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 2.7466 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 3.7465 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 4.9100 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 6.2372 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 7.7281 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 9.3826 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0 1 11.2007 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
0.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
1.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
2.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0-1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
3.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 0.4975 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 2.5287 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 6.5285 1 0.0 1 0 0.0000
4.5 0 1 12.4967 1 0.0 1 0 0.0000
7Be 7.0000 4.0000 -1T 58NI +n 59.0000 29.0000 0.0000
0.0 0 1 0.0000 2 0.0 0 1 0.0000

1 0 0 58.0000 8.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 0 0 58.0000 7.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 0043.2700 1.1690 0.6045 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
3 0 0 58.0000 0.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
3 1 0 23.2100 1.4637 0.5127 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
4 0 0 1.0000 0.0000 2.3910 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 1 0 44.6750 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 3 0 4.8980 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

1 1 2 1 0 1 1 0.5 1.5 4 0.1370 1 0 1 1.000 0 0.000
2 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.0510 12 2 1 1.000 50 -0.100
3 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.2327 12 2 1 1.000 50 -0.264
4 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -0.5780 12 2 1 1.000 50 -0.427
5 1 2 1 0 0 0 0.5 0.5 4 -1.0871 12 2 1 1.000 50 -0.591

```

6	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-1.7597	12	2	1	1.000	50	-0.754
7	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-2.5960	12	2	1	1.000	50	-0.918
8	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-3.5959	12	2	1	1.000	50	-1.082
9	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-4.7594	12	2	1	1.000	50	-1.245
10	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-6.0866	12	2	1	1.000	50	-1.409
11	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-7.5775	12	2	1	1.000	50	-1.573
12	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-9.2319	12	2	1	1.000	50	-1.736
13	1	2	1	0	0	0	0.5	0.5	4	-11.0500	12	2	1	1.000	50	-1.900
14	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
15	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
16	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
17	1	2	1	0	0	1	0.5	0.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
18	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
19	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
20	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
21	1	2	1	0	0	1	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
22	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
23	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
24	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
25	1	2	1	0	0	2	0.5	1.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
26	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
27	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
28	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
29	1	2	1	0	0	2	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
30	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
31	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
32	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
33	1	2	1	0	0	3	0.5	2.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
34	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
35	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
36	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
37	1	2	1	0	0	3	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
38	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
39	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
40	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
41	1	2	1	0	0	4	0.5	3.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953
42	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-0.5245	2	2	1	1.000	50	-1.047
43	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-2.5557	2	2	1	1.000	50	-3.015
44	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-6.5555	2	2	1	1.000	50	-4.984
45	1	2	1	0	0	4	0.5	4.5	4	-12.5237	2	2	1	1.000	50	-6.953

1	2	3	4	1	0	3.00	2.00
1	1	1	1	1	1.0000		
1	2	1	2	1.0000			
1	3	1	3	1.0000			
1	4	1	4	1.0000			
1	5	1	5	1.0000			
1	6	1	6	1.0000			
1	7	1	7	1.0000			
1	8	1	8	1.0000			
1	9	1	9	1.0000			
1	10	1	10	1.0000			
1	11	1	11	1.0000			
1	12	1	12	1.0000			
1	13	1	13	1.0000			
1	14	1	14	1.0000			
1	15	1	15	1.0000			
1	16	1	16	1.0000			
1	17	1	17	1.0000			
1	18	1	18	1.0000			
1	19	1	19	1.0000			
1	20	1	20	1.0000			
1	21	1	21	1.0000			
1	22	1	22	1.0000			
1	23	1	23	1.0000			
1	24	1	24	1.0000			
1	25	1	25	1.0000			
1	26	1	26	1.0000			
1	27	1	27	1.0000			
1	28	1	28	1.0000			
1	29	1	29	1.0000			
1	30	1	30	1.0000			
1	31	1	31	1.0000			
1	32	1	32	1.0000			
1	33	1	33	1.0000			
1	34	1	34	1.0000			
1	35	1	35	1.0000			

```
1 36 1 36 1.0000
1 37 1 37 1.0000
1 38 1 38 1.0000
1 39 1 39 1.0000
1 40 1 40 1.0000
1 41 1 41 1.0000
1 42 1 42 1.0000
1 43 1 43 1.0000
1 44 1 44 1.0000
-1 45 1 45 1.0000
0 1 1 1 1 1
23.90
```

B.7 Para calculo de um canal considerando a parte imaginária do potencial sendo de longo alcance

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 10 MeV
0.050 -60.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 01000 0 0 0 0
00.00 180.000 1.000 0.000 -10.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 120 0 0 0 101
8B 8.0000 5.0000 01T 58NI 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
7Be 7.0000 4.0000 -1T 58NI +n 59.0000 29.0000 0.0000
0.0 0 1 0.0000 2 0.0 0 1 0.0000

1 0 0 58.0000 8.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 0 0 58.0000 7.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 0043.2700 1.1690 0.6045 33.5500 1.1690 0.6045 0.0000
3 0 0 58.0000 0.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
3 1 0 23.2100 1.4637 0.5127 18.1000 1.4637 0.5127 0.0000
4 0 0 1.0000 0.0000 2.3910 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 1 0 44.6750 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 3 0 4.8980 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

1 1 2 1 0 1 1 0.5 1.5 4 0.1370 1 0 1 1.000 0 0.000

1 2 3 3 0 0 3.00 2.00
-1 1 1 1 1.0000
0 1 1 1 1 1
23.90

```

B.7 Para calculo de um canal considerando a parte imaginária do potencial sendo de curto alcance

```

CDCC 8B+58Ni to s,p,d,f; Ebin = 16 MeV
0.050 -40.000 0.050 0.000
500.000.001000 0.00 0.00
0.10e2 -1.0000 F 2 0 5 10 20 400 501000 01000 0 0
0.00 180.000 1.000 0.000 -5.000 0.000
0.0000 0 0-1 0 24 1.0E-13 1.0E-12 0
50 50 T 1 0 44.00 0.0000
1 2 2 0 2 1 0 0 0 120 0 0 0 101
8B 8.0000 5.0000 01T 58Ni 58.0000 28.0000 0.1370
1.5 0-1 0.0000 1 0.0 0 1 0.0000
7Be 7.0000 4.0000 -1T 58Ni +n 59.0000 29.0000 0.0000
0.0 0 1 0.0000 2 0.0 0 1 0.0000

1 0 0 58.0000 8.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 0 0 58.0000 7.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
2 1 0043.2700 1.1690 0.6045 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
3 0 0 58.0000 0.0000 1.3000 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
3 1 0 23.2100 1.4637 0.5127 50.0000 1.0600 0.2000 0.0000
4 0 0 1.0000 0.0000 2.3910 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 1 0 44.6750 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000
4 3 0 4.8980 2.3910 0.5200 0.0000 0.0000 0.0000 0.0000

1 1 2 1 0 1 1 0.5 1.5 4 0.1370 1 0 1 1.000 0 0.000

1 2 3 4 0 0 3.00 2.00
-1 1 1 1 1.0000
0 1 1 1 1 1
23.90

```


Referências Bibliográficas

- [1] C. J. Joachain. *Quantum Collision Theory*. North Holland, 1983.
- [2] L. F. Canto and M. S. Hussein. *Scattering Theory of Molecules, Atoms and Nuclei*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2013.
- [3] G. R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions*. Oxford University Press, 1983.
- [4] R. G. Stokstad, Y. Eisen, S. Kaplanis, D. Pelte, U. Smilansky, and I. Tseruya. *Phys. Rev. Lett.*, 41:465, 1978.
- [5] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon, and E. Crema. *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, 36:015109, 2009.
- [6] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon, and E. Crema. *Nucl. Phys. A*, 821:51, 2009.
- [7] I. J. Thompson. *Comput. Phys. Rep.*, 7:167, 1988.
- [8] R. A. Broglia and A. Winther. *Heavy Ion Reactions*. Westview Press, 2004.
- [9] Ö. Akyüz and A. Winther. In R. A. Broglia, C. H. Dasso, and R. A. Ricci, editors, *Nuclear Structure of Heavy Ion Reaction*. North Holland, 1981. Proc. E. Fermi Summer School of Physics.
- [10] L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein, M. A. Candido Ribeiro, and D. Galletti. *Phys. Rev. Lett.*, 79:5218, 1997.

- [11] L. C. Chamon, B. V. Carlson, L. R. Gasques, D. Pereira, C. De Conti, M. A. G. Alvarez, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro, E. S. Rossi Jr., and C. P. Silva. *Phys. Rev. C*, 66:014610, 2002.
- [12] J. Blocki, J. Randrup, W. J. Swiatecki, and C. F. Tsang. *Ann. Phys. (NY)*, 105:427, 1977.
- [13] L. F. Canto, J. Lubian, P. R. S. Gomes, and M. S. Hussein. *Phys. Rev. C*, 80:047601, 2009.
- [14] E. Merzbacher. *Quantum Mechanics*. John Wiley & sons, Inc., 1998.
- [15] E. C. Kemble. *Phys. Rev.*, 48:549, 1935.
- [16] D. L Hill and J. A. Wheeler. *Phys. Rev.*, 89:1102, 1953.
- [17] C. Y. Wong. *Phys. Rev. Lett.*, 31:766, 1973.
- [18] Y. Sakuragi, M. Yahiro, and M. Kamimura. *Prog. Theor. Phys.*, 70:1047, 1983.
- [19] Y. Sakuragi, M. Yahiro, and M. Kamimura. *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, 89:136, 1986.
- [20] N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher, and M. Yashiro. *Phys. Rep.*, 154:125, 1987.
- [21] T. Matsumoto, T. Kamizato, K. Ogata, Y. Iseri, E. Hiyama, M. Kamimura, and M. Yahiro. *Phys. Rev. C*, 68:064607, 2003.
- [22] F. M. Nunes and I. J. Thompson. *Phys. Rev. C*, 59:2652, 1999.
- [23] H. Feshbach. *Ann. Phys. (NY)*, 19:287, 1962. *ibid.* 5 (1958) 357.
- [24] W. G. Love, T. Terasawa, and G. R. Satchler. *Nucl. Phys. A*, 291:183, 1977.

- [25] A. J. Baltz, S. K. Kauffmann, N. K. Glendenning, and K. Pruess. *Phys. Rev. Lett*, 40:20, 1978.
- [26] M. S. Hussein, A. J. Baltz, and B. V. Carlson. *Phys. Rep.*, 113:133, 1984.
- [27] L. F. Canto, R. Donangelo, and M. S. Hussein. *Nucl. Phys.*, A529:243, 1991.
- [28] L. F. Canto, R. Donangelo, M. S. Hussein, and M.P. Pato. *Nucl. Phys.*, A542:131, 1992.
- [29] L. F. Canto, R. Donangelo, M. S. Hussein, and P. Lotti. *Nucl. Phys.*, A589:117, 1995.
- [30] M. V. Andrés, J. Gómez-Camacho, and M. A. Nagarajan. *Nucl. Phys.*, A579:273, 1994. *ibid.* A583 (1994) 817.
- [31] J. Gómez-Camacho, M. V. Andrés, and M. A. Nagarajan. *Nucl. Phys.*, A580:156, 1994.
- [32] I. J. Thompson, M. A. Nagarajan, J. S. Lilley, and M. J. Smithson. *Nucl. Phys. A*, 505:84, 1989.
- [33] J. R. Leigh, N. Rowley, R. C. Lemmon, D. J. Hinde, J. O. Newton, J. X. Wei, J. C. Mein, C. R. Morton, S. Kuyucak, and A. T. Kruppa. *Phys. Rev. C*, 47:R437, 1993.
- [34] S. A. Elbakt, I. J. van Heerden, B. C. Robertson, W. J. McDonald, G. C. Neilson, and W. K. Dawson. *Nucl. Phys. A*, 211:493, 1973.
- [35] C. W. Reich. *Nuclear Data Sheets*, 110:2257, 2009.
- [36] B. K. Nayak, R. K. Choudhury, D. C. Biswas, L. M. Pant, A. Saxena, D. M. Nadkarni, and S. S. Kapoor. *Phys. Rev.*, 55:2951, 1997.

- [37] C. J. Lin, H. M. Jia, H. Q. Zhang, F. Yang, X. X. Xu, F. Jia, Z. H. Liu, and K. Hagino. *Phys. Rev. C*, 79:064603, 2009.
- [38] T. Tamura. *Rev. Mod. Phys.*, 37:679, 1965.
- [39] J. R. Leigh, M. Dasgupta, D. J. Hinde, J. C. Mein, C. R. Morton, R. C. Lemmon, J. P. Lestone, J. O. Newton, H. Timmer, J. X. Wei, and N. Rowley. *Phys. Rev.*, C52:3151, 1995.
- [40] L. F. Canto, , P. R. S. Gomes, R. Donangelo, and M. S. Hussein. *Phys. Rep.*, 424:1, 2006.
- [41] E. F. Aguilera, P. Amador-Valenzuela, E. Martinez-Quiroz, D. Lizcano, P. Rosales, H. García-Martínez, A. Gómez-Camacho, J. J. Kolata, A. Roberts, L. O. Lamm, G. Rogachev, V. Guimarães, F. D. Becchetti, A. Villano, M. Ojaruega, M. Febbraro, Y. Chen, H. Jiang, P. A. De Young, G. F. Peaslee, C. Guess, U. Khadka, J. Brown, J. D. Hinnefeld, L. Acosta, E. S. Rossi Jr, J. F. P. Huiza, and T. L. Belyaeva. *Phys. Rev. Lett.*, 107:092701, 2011.
- [42] J. Rangel, J. Lubian, P. R. S. Gomes, B. V. Carlson, L. C. Chamon, and A. Gomez Camacho. *Eur. Phys. J. A*, 49:57, 2013.