Rodrigo Francisco dos Santos

INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Isomorfismo Algébrico em Modelos Bidimensionais de Férmions com acoplamento derivativo e Gap-Supercondutor

ORIENTADOR: Luiz Victorio Belvedere

Niterói-RJ

2014

Rodrigo Francisco dos Santos

Isomorfismo Algébrico em Modelos Bidimensionais de Férmions com acoplamento derivativo e Gap-Supercondutor

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal Fluminense - UFF para obtenção do título de mestre em Física.

Aprovada em (25/06/2014)

BANCA EXAMINADORA:

---

prof. Dr. Luiz Vitorio Belvedere

UFF

Prof. Dr.Rodrigo Ferreira Sobreiro

UFF

Prof. Dr. Marcelo Santos Guimarães

UERJ

Rio de Janeiro-RJ

2014

S237 Santos, Rodrigo Francisco dos
Isomorfismo Algébrico em modelos bidimensionais de Férmions com acoplamento derivativo e gap supercondutor / Rodrigo Francisco dos Santos ; orientador: Luiz Victorio Belvedere -- Niterói, 2014.
40 p.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Fluminense, Instituto de Física, 2014.
Bibliografia: p. 39-40.

1.TEORIA QUÂNTICA DE CAMPOS. 2.ELETRODINÂMICA QUÂNTICA. 3.SUPERCONDUTIVIDADE. 4.FERMIONS. 5.ISOMORFISMO. I.Belvedere, Luiz Victorio,Orientador. II.Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física, Instituição responsável. III.Título.

CDD 530.143

Este trabalho é dedicado A todas lideranças populares assassinadas depois da promulgação da mal chamada Constituição Cidadã, que não removeu os entulhos da ditadura militar. Lembrança especial para o Sindicalista Anderson Luiz Souza Santos. Camarada Anderson Presente!

Agradecimentos

Tenho uma longa lista de amigos, que colaboraram decisivamente para a realização deste trabalho desde longa data . Quero começar agradecendo a CAPES pela bolsa e ao professor Belvedere, por ter aceito ser meu orientador apesar da enorme limitação a qual está submetido. Quero agradecer aos professores Helayel e Tião do CBPF, assim como os grandes amigos de longa data Viviane Morcelle, Marcos Gonçalves, L.G.Almeida, Eurides F.T.Junior, por nao permitirem que eu desanimasse jamais. Quero lembrar de grandes amigos como Leo Cirto, Erico Novaes, Marcos José, Maria Carmen Morais, Gabriela Breder, Silvania Maria Ramos Melo, Ysabel Milla Esteban, Daniel Mello, Silvio Domingues, Silvio Andrade, Rodrigo Silva do O, Osmar Lourinho, Flavio Robin, Lucas Modesto, Aparecido (Cidão), Edson(Itaboraí), Diego Lemelle, Otavio Fossa assim como todos do alojamento, da Física, e da astronômia UFRJ , que ingratamente eu tenho esquecido o nome. Ainda devo minha gratidão a Emilia Ridolfi, Fernando Fabri, Rafael Mynssen, Carlos Chycchay, Fagner, Jesus, Thales, professor Lubian, e professor Rubens e toda a turma da UFF e do vôlei. Meu muito obrigado aos companheiros da luta de classes, sem os quais jamais teria vencido, em particular os camaradas da Corrente O Trabalho do PT seção Brasileira da Quarta Internacional, os amigos dos DCEs da UFRJ e da UFF, assim como os membros da recém nascida Associação de Pós Graduandos da UFF e os companheiros de diversas greves do SINTUFRJ e da ADUFRJ, quero lembrar também o corpo de funcionários sempre prontos e solícitos para atender. Meu muito obrigado a todos, certo de que a luta continua!

“Aos que habitam Cortiços e favelas, e mesmo que acordados, pelas sirenes das fábricas, não deixam de sonhar, de ter esperanças, pois o futuro vos pertence! Pois o futuro vos pertence! Pois o futuro vos pertence! Aos que carregam rosas, sem temer machucar as mãos, pois seu sangue não é azul, nem verde como o Dólar, mas vermelho, da fúria amordaçada, de um grito de liberdade, preso na garganta. Fuzilados da CSN, assassinados no campo, torturados no DEOPS, espancados na greve, A cada passo desta marcha, Camponeses e operários, tombam homens fuzilados. Mas por mais rosas que os poderosos matem, nunca conseguirão deter, a Primavera!
Garotos Podres-Fuzilados da CSN"

Sumário

Resumo

Este trabalho tem por objetivo estudar o isomorfismo da álgebra dos campos, e consequentemente o isomorfismo do espaço de Hilbert, entre modelos bidimensionais. Definimos os modelos de Schroer supercondutor e Rothe-Stamatescu-Thirring supercondutor. Mostramos o isomorfismo algébrico entre campos dos modelos de Schroer supercondutor(MSSC) e Rothe-Stamatescu-Thirring modificado Supercondutor(RSmTSC), discutimos também a presença da interação de Thirring no modelo de Schroer. Um indício de que o modelo de Thirring está embutido no modelo de Schroer [1, 2] é o fato da dimensão de escala dos férmions do modelo de Thirring ser a mesma do modelo de Schroer[3, 4].

Para apresentar o problema revisamos os modelos bidimensionais para férmions livres com e sem massa, discutimos brevemente os modelos de Thirring, Rothe-Stamtescu modificado (sem massa no campo bosônico) e Modelo de Schroer [1, 5, 2]. Definimos o modelo de Schroer Supecondutor. Em seguida revisamos o isomorfismo entre as álgebras dos campos dos modelos de Rothe-Stamatescu modificado por um termo de massa no férmion, (porém sem massa no campo bosônico) e o modelo de Schroer-Thirring [6, 3, 4], discutindo suas simetrias. Seguindo o mesmo método, mapeamos o modelo de Schroer supercondutor no modelo de Rothe-Stamatescu-Thirring supercondutor. Apresentamos a bosonização de Belvedere-Marino[7, 8, 9, 10]. Neste caso a corrente quiral é conservada, e a corrente vetorial não se conserva. A nao conservação da corrente vetorial é consequência da não invariância da simetria de carga, que é explicitamente quebrada pelo termo de gap supercondutor. Apontamos como perspectivas futuras, estudar a inclusão da QED2, que apresenta quebra da simetria quiral na teoria quântica(anomalia).

Abstract

This work aims to study the algebra isomorphism of fields, and hence the isomorphism of the Hilbert space between two-dimensional models. We defined models of superconductor and Rothe-Schroer-Thirring Stamatescu superconductor. We showed the algebraic isomorphism between fields of models of superconductor Schroer (MSSC) and Rothe-Stamatescu-Thirring modified Superconductor (RSmTSC) also discussed the presence of the interaction in the Thirring model Schroer. An indication that the Thirring model is embedded in the Schroer model [1] is the fact of the scale of the fermion model Thirring to be the same of the Schroer model [3, 4].

To present the problem we revised the two-dimensional models for free fermions with and without mass, we briefly discussed the Thirring model, modified Rothe-Stamtescu (in bosonic massless field) and Schroer model [1, 5, 2]. We defined the model Schroer Supecondutor. Then revised the isomorphism between the algebra of fields of model-Rothe Stamatescu modified by a term of the fermion mass (though the bosonic massless field) and the model of Schroer-Thirring [6, 3, 4] discussed their symmetries. We mappead the model in superconductor Schroer model Rothe-Stamatescu-Thirring superconductor using the same method. We presented the bosonization of Belvedere-Marino [7, 8, 9, 10]. In this case the chiral current is conserved, and the vector current is not conserved. The non conservation of vector current is a consequence of non-invariance of the symmetry of charge, which is explicitly broken the term of superconducting gap. In the future works, we will discuss the inclusion of QED2 that features chiral symmetry breaking in quantum theory (anomaly).

Introdução

A Eletrodinâmica Quântica(QED) é hoje considerada as teoria mais bem sucedidas da história da física , tendo entre suas previsões o valor da razão giromagnética do elétron, onde logrou o maior acordo entre teoria e experimentação jamais obtido. Em virtude deste sucesso a QED serviu de modelo para uma geração de novas hipóteses cientificas, apontando a busca por simetrias na Natureza como uma estrela poláris no inexpugnável mundo das partículas elementares. A Cromodinâmica Quântica surgiu tendo a QED como referência, e em seguida a unificação do modelo padrão conteve a QED como um de seus subgrupos de simetria, pois toda a sua estrutura era baseada em grupos de simetria. E a imensa gama de possibilidades que a QED abriu como guia para teorias que se propõem a discrever outras fenomenologias não se esgotou. Em baixas dimensões a carga dos férmions da QED é blindada, este é um motivo pelo qual os modelos bidimensionais oferecem ótimos laboratórios teoricos [11], que ajudam no eslarecimento de propriedades associadas aos aspectos físicos em teorias mais realistas. Modelos como o de Schwinger (QED_2) [12, 13] apresentam propriedades como violação da decompsição de aglomerados, que implica na degenerêscencia do vácuo dando origem aos chamados vácuo$|\theta\rangle$ [13], e liberdade assintótica, [12, 13]. Estas propriedades são pertinentes também a teorias mais realistas como a QCD. Assim, o estudo dos modelos bidimensionais e o papel desempenhado pelas suas simetrias é um tema que tem sido bastante explorado [1].

Os recentes trabalhos de Rodrigues e Belvedere [6, 3, 4] demonstraram o isomorfismo algébrico em campos dos modelos de Rothe-Stamatescu modificado (com a introdução de um termo de massa no campo fermiônico, porém sem massa no campo bosônico) e o modelo Schroer-Thrring. Demonstraram em que limites o modelo de Schroer-Thirring corresponde a um modelo de Thirring. Nas referências [7, 8, 9, 10] foram discutios modelos bidimensionais com gap supercondutor, em especial os modelos de Thirring e Schwinger, este gap supercondutor é classificado como um supercondutor de tipo 2, devido a seus tubos de fluxo elétrico ([]). Demonstraram que o Gap supercondutor pode ser escrito como um termo de Sine-Gordon. É importante notar que o Gap supercondutor quebra a simetria de carga, criando estados semelhantes aos pares de Cooper, enquanto o termo de massa quebra a simetria quiral. Neste trabalho, no primeiro capítulo, seguindo as referências [1, 12, 13, 14, 15, 5], vamos rever brevemente os modelos bidimensionais com férmion livre com e sem termo de massa, revisitaremos o modelo de Rothe-Stamatescu modificado(sem termo de massa no campo bosônico). No segundo capítulo revisamos o isomorfismo entre as álgebras dos campos dos modelos de Rothe-Stamatescu modificado por um termo de massa para o campo férmiônico e no limite de massa nula para o campo bosônico, e o modelo de Schroer-Thirring[6, 3, 4] . No terceiro capítulo, tendo como exemplo o procedimento realizado no segundo capítulo, escrevemos o gap supercondutor como um termo de Sine-gordon [7, 8, 9, 10], e relacionamos os campos bosônicos associados ao modelo de Schroer Supercondutor(MSSC) aos campos bosônicos associados ao modelo de Rothe-Stamatescu-Thirring Supercondutor (RSmTSC). Fazemos isso via uma transformação canônica. O tratamento no formalismo de operadores dos modelos com gap supercondutor foram explorados por Belvedere e Marino nas referências[7, 8, 9, 10]. Referências as quais seguiremos em nossas investigações, introduzindo a bosonização para os modelos e estudando as respectivas simetrias nos modelos Schroer Supercondutor, e Rothe-Stamatescu Supercondutor.

0.1 Convenções

As seguintes convenções são adotadas aqui

$$g^{00} = 1$$

$$\epsilon_{01} = -\epsilon^{10} = 1$$

$$\gamma^\mu \gamma^5 = \epsilon^{\mu\nu} \gamma_\nu$$

;

$$\gamma^5 = \gamma^0 \gamma^1$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\gamma^5 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Varíaveis no cone de luz

$$x^\pm = x^0 \pm x^1$$

$$\partial_{\pm} = \partial_0 \pm \partial_1$$

$$\mathcal{A}_{\pm} = \mathcal{A}_0 \pm \mathcal{A}_1$$

Para um campo escalar livre de massa nula φ e o pseudoescalar $\tilde{\varphi}$

$$\varphi(x) = \varphi(x^+) + \varphi(x^-)$$

;

$$\tilde{\varphi}(x) = \varphi(x^+) - \varphi(x^-)$$

$$\tilde{\partial}_{\mu} = \epsilon_{\mu\nu}\partial^{\nu}$$

$$\tilde{\partial}_{\mu}\tilde{\varphi} = -\partial_{\mu}\varphi$$

1 *Revisão de modelos bidimensionais*

Revisaremos os resultados obtidos nas referências[12, 1, 5, 13, 16, 15, 2].

1.1 Modelo com Férmion livre

O modelo é definido pela seguinte densidade de lagrangeana

$$\mathcal{L} = i\overline{\psi}^0(x)\gamma^\mu\partial_\mu\psi^0, \tag{1.1}$$

onde o espinor ψ tem componentes

$$\psi^0 = \begin{bmatrix} \psi_1^0 \\ \psi_2^0 \end{bmatrix}, \tag{1.2}$$

As equações do movimento para as componentes são

$$i\partial_+\psi_1^0 = 0, \tag{1.3}$$

$$i\partial_-\psi_2^0 = 0, \tag{1.4}$$

portanto

$$\psi_1^0(x) = \psi_1^0(x^-)$$

$$\psi_2^0(x) = \psi_2^0(x^+).$$

O Modelo apresenta as simetrias globais $U(1)$ e $U(1)$ quiral, que denotaremos $U^5(1)$, cujas transformações são

$$\psi^{'} = e^{i\alpha}\psi$$

$$\psi^{'} = e^{i\alpha\gamma^5}\psi.$$

Podemos escrever as correntes vetorial e axial em termo do produto normal

$$j^{\mu} = \vdots \overline{\psi}^0 \gamma^{\mu} \psi^0 \vdots, \tag{1.5}$$

$$j^{5\mu} = \vdots \overline{\psi}^0 \gamma^{\mu} \gamma^5 \psi^0 \vdots. \tag{1.6}$$

A notação $\vdots(A)\vdots$significa que a corrente é calculada como produto de operadores no mesmo ponto a expansão do operador de Wilson para curtas distâncias [16]. Em consequencia das simetrias globais $U(1)\otimes U^5(1)$ as correntes são conservadas.

$$\partial^{\mu} j_{\mu} = 0, \tag{1.7}$$

$$\partial^{\mu} j^5_{\mu} = 0. \tag{1.8}$$

As funções de dois pontos do férmion livre são calculadas como sendo [12, 15]

$$\langle 0|\psi_2^{\dagger 0}(x^-)\psi_2^0(0)|0\rangle = \frac{1}{2i\pi x^+}, \tag{1.9}$$

$$\langle 0|\psi_1^{\dagger 0}(x^+)\psi_1^0(0)|0\rangle = \frac{1}{2i\pi x^-}. \tag{1.10}$$

1.1.1 Bosonização

O campo escalar livre de massa nula desempenha um papel muito importante na bosonização dos campos de Férmi em modelos bidimensionais com liberdade assintótica [1, 14]. O bloco fundamental da bosonização são exponenciais ordenadas de Wick de campos escalares livre de massa nula definida por :

$$: e^{i\varphi(x)} := e^{i\varphi^-(x)} e^{i\varphi^+(x)} \tag{1.11}$$

onde $\varphi^{\pm}(x)$ são respectivamente os peradores de destruição e construção

$$\varphi^+(x)|0\rangle = 0 \tag{1.12}$$

Embora o campo escalar livre de massa nula em 2 dimensões não seja um campo bem definido, devido a divergência infravermelha na função de 2 pontos, as correspondentes exponenciais ordenadas de Wick são operadores bem definidos desde que satisfaça a regra de seleção de carga [18, 13]

$$\langle 0|\Pi_{j=1}^n : e^{i\alpha_j\varphi(x_j)} : |0\rangle > 0, \tag{1.13}$$

se

$$\Sigma_j \alpha_j = 0$$

. A função de 2 pontos do campo escalar livre de massa nula

$$\langle 0|\varphi(x)\varphi(0)|0\rangle = cte \int_0^\infty \frac{dp}{p} e^{-ipx} \tag{1.14}$$

que diverge no inflavermelho. Para calcular temos que introduzir um cutoff μ

$$\langle 0|\varphi(x)\varphi(0)|0\rangle = cte \int_0^\infty \frac{dp}{p} (e^{-ipx} - \theta(\mu - |p|)) \tag{1.15}$$

com a equação do movimento

$$\Box\varphi(x) = 0 \rightarrow \partial_+\partial_-\varphi(x) = 0 \tag{1.16}$$

introduzindo as componentes

$$\varphi(x) = \varphi(x^+) + \varphi(x^-) \tag{1.17}$$

$$\tilde{\varphi}(x) = \varphi(x^+) - \varphi(x^-) \tag{1.18}$$

$$\langle 0|\varphi(x\pm)\varphi(y^\pm)|0\rangle = -\frac{1}{4\pi}\ln[i\mu(x^\pm - y^\pm + i\epsilon)], \tag{1.19}$$

e

$$\langle 0|\varphi(x)\varphi(y)|0\rangle = -\frac{1}{4\pi}\ln[-\mu^2(x-y)^2] \tag{1.20}$$

portanto de métrica indefinida . A motivação da bosonização vem do fato de a função de 2 pontos da exponencial de Wick serviu

$$\langle 0| : e^{i\alpha\varphi(x)} :: e^{-i\alpha\varphi(y)} : |0\rangle = e^{\alpha^2[\varphi^-(x^\pm),\varphi^+(y^\pm)]} \tag{1.21}$$

$$\langle 0|\psi_j(x\pm)\psi_j^+(y^\pm)|0\rangle = \frac{1}{2\pi x\pm} \tag{1.22}$$

onde $j = 1, 2$ As duas expressões são identicas se escolhemos $\alpha = 2\sqrt{\pi}$

$$\psi(x^\pm) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} : e^{2i\sqrt{\pi}\varphi(x^\pm)} \tag{1.23}$$

1.2 Férmion livre com massa

A Densidade de lagrangeana que descreve o modelo é

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\Psi(x) + m\overline{\Psi}(x)\Psi(x), \tag{1.24}$$

e as correspondentes equações do movimento

$$i\gamma_\mu \partial^\mu \Psi + m\Psi(x) = 0. \qquad (1.25)$$

A simetria $U(1)$ é preservada

$$\partial^\mu j_\mu(x) = 0. \qquad (1.26)$$

A simetria $U^5(1)$ é quebrada explicitamente devido a presença do termo de massa

$$\partial^\mu j^5_\mu \neq 0. \qquad (1.27)$$

A solução de operadores é dada pelo famoso operador de Mandesltam [16, 14]

$$\Psi(x) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} e^{-i\frac{\delta\gamma^5}{4}} : e^{i\sqrt{\pi}[\gamma^5\tilde{\varphi}(x) + \int_x \partial_0 \tilde{\varphi}(x)dx]} : . \qquad (1.28)$$

A forma bosonizada do operador de massa resulta

$$\vdots \overline{\Psi}(x)\Psi(x) \vdots = -\frac{\mu}{\pi} : \cos(2\sqrt{\pi}\varphi(x)) : . \qquad (1.29)$$

É interessante notar que a equivalência entre o modelo de Sine-Gordon e o férmion livre massivo, implica na equivalência de um férmion não interagente , e um boson interagente [19].

1.3 O modelo de Rothe-Stamatescu modificado

O Modelo de Rothe Stamatescu [1, 5] é definido pela seguinte densidade Lagrangeana

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi(x) + \partial_\mu \tilde{\phi} \partial^\mu \tilde{\phi}(x) + \frac{1}{2} {m_0}^2 \tilde{\phi}^2(x) + g(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x))\partial_\mu \tilde{\phi}(x). \qquad (1.30)$$

Vamos considerar o que chamamos de modelo Rothe-Stamatescu modificado(MRSm) fazendo $m_0 = 0$ na equação (1.30).

O termo $\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x)\partial_\mu\tilde{\phi}(x)$ é chamado de acoplamento corrente axial com a derivada do campo pseudoescalar. É o termo de acoplamento derivativo . As equações do Movimento são

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu)\psi(x) = g\gamma^\mu\gamma^5\psi(x)\partial_\mu\tilde{\phi}(x) \qquad (1.31)$$

$$\Box \tilde{\phi}(x) = -\partial_\mu \vdots (\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x)) \vdots . \qquad (1.32)$$

As equações (1.31), (1.32) sugerem a Solução de operadores da equação do movimento, que é dada em termos das exponenciais ordenadas de Wick

$$\psi(x) =: e^{ig\gamma^5\tilde{\phi}(x)} : \psi^0(x), \tag{1.33}$$

onde ψ^0 é a solução de campo férmiônico livre sem massa, que satisfaz à equação (1.3).

Devido a simetria $U(1)\otimes U^5(1)$ temos a conservação da corrente axial (1.32) e portanto

$$\Box\tilde{\phi}(x) = 0. \tag{1.34}$$

Escrevendo explicitamente o campo férmiônico ψ^0, bosonizado

$$\psi^{(0)}(x) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} e^{-\frac{\pi}{4}\gamma^5} : e^{i\sqrt{\pi}[\gamma^5\tilde{\varphi}(x)+\varphi(x)]} : (1.35)$$

onde μ é o regulador infravermelho remanescente de um campo livre sem massa.

A simetria de gauge clássica de primeira espécie é preservada. Computamos a corrente vetorial, usando o produto de operadores a curtas distâncias [5]

$$J^\mu(x) = \vdots\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\vdots = \mathcal{Z}_\psi \lim_{\epsilon\to\infty}[\overline{\psi}(x+\epsilon)\gamma^\mu e^{-ig\int_x^{x+\epsilon}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\tilde{\phi}(z)dz^\mu}\psi(x) - VEV](1.36)$$

$$\mathcal{Z}_\psi = e^{g^2[\tilde{\phi}^+(x+\epsilon),\tilde{\phi}^-(x)]}. \tag{1.37}$$

A corrente vetorial bosonizada é dada por [1, 5]

$$J^\mu(x) = j_f^\mu(x) - \frac{g}{\pi}\epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu\tilde{\phi}(x), \tag{1.38}$$

onde a corrente férmiônica livre é

$$j_f^\mu(x) = \vdots(\overline{\psi}^{(0)}(x)\gamma^\mu\psi^{(0)})\vdots = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu\tilde{\varphi}(x)(1.39)$$

e a corrente axial é

$$J_\mu^5(x) = \epsilon^{\mu\nu}J^\nu(x) = -\partial_\mu[\frac{1}{\sqrt{\pi}}\tilde{\varphi}(x) + \frac{g}{\pi}\tilde{\phi}(x)].(1.40)$$

Devido a simetria $U(1)\otimes U^5(1)$

$$\partial^\mu J_\mu^5 = 0(1.41)$$

$$\partial^\mu J_\mu = 0, (1.42)$$

que implica em

$$\Box\tilde{\varphi} = \Box\tilde{\phi} = 0. \tag{1.43}$$

1.4 Modelo de Thirring com férmion massivo

O Modelo de Thirring [1, 14], com férmion massivo é definido pela, seguinte Densidade Lagrangeana

$$\mathcal{L} = i\overline{\Psi}(x)\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi(x) - m\overline{\Psi}(x)\psi(x) + \frac{g^2}{2}J_{\mu}(x)J^{\mu}(x), (1.44)$$

onde

$$J_{\mu}(x) = \vdots\overline{\Psi}(x)\gamma_{\mu}\Psi(x)\vdots, \tag{1.45}$$

com a correspondente equação de movimento

$$i\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\Psi(x) + m\Psi(x) + gJ^{\mu}(x)\gamma_{\mu}\Psi(x) = 0. \tag{1.46}$$

No modelo de Thirring massivo temos a simetria $U(1)$, e a não invariância sob transformações quirais. A prescrição da bosonização na representação de Mandelstam é dada por

$$\Psi_{Th}(x,t) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}}e^{i\frac{\pi}{4}\gamma^5} : \exp[i[[\frac{\beta}{2}\gamma^5\tilde{\phi}(x,t) + \frac{2\pi}{\beta}\int_{x}^{\infty}\partial_0\tilde{\phi}(z,t)dz]] :, (1.47)$$

onde a fase $e^{i\frac{\pi}{4}\gamma^5}$ foi introduzida por Rothe e Swieca [20], para obter corretamente o termo de massa na equação de movimento quântica para os férmions.

A constante β é relacionada à constante de acoplamento de Thirring com a constante g da seguinte forma

$$\beta^2 = 4\pi(1 - \frac{g^2}{\pi})^{-1}, \tag{1.48}$$

quando

$$g^2 < \pi. \tag{1.49}$$

No caso livre $g = 0$ temos

$$\beta = 2\sqrt{\pi}, \tag{1.50}$$

de forma análoga aos casos anteriores encontramos a expressão do férmion livre com massa (1.28) as correntes são dadas por [20] [19]

$$J^{\mu}_{Th}(x) = -\frac{\beta}{\sqrt{2}\pi}\epsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{\phi}(x)(1.51)$$

$$J^{\mu 5}_{Th}(x) = -\frac{\overline{\beta}}{\sqrt{2}\pi}\partial^{\mu}\tilde{\phi}(x) \tag{1.52}$$

da equação 1.52 decorre, como a simetria $U^5(1)$ é quebrada pelo termo de massa

$$\Box\tilde{\phi}(x)\neq 0 \tag{1.53}$$

Para tratarmos a dinâmica deste problema vamos bosonizar a lagrangeana assim definimos o termo de massa do férmion bosonizado explicitamente como um termo de Sine Gordon[1]

$$\vdots\overline{\Psi}(x)\Psi(x)\vdots = \frac{\overline{\alpha}}{\beta^2} : \cos(\beta\tilde{\phi}(x)) : . \tag{1.54}$$

A dinâmica do campo $\tilde{\phi}$ é descrita pela lagrangeana de Sine-Gordon

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial^\mu\tilde{\phi}(x))^2 + \frac{\overline{\alpha}}{\beta^2} : \cos(\beta\tilde{\phi}(x)) : . \tag{1.55}$$

Partindo da Lagrangeana bosonizada podemos escrever a equação do movimento

$$\Box\tilde{\phi}(x) + : \sin[\beta\tilde{\phi}(x)] := 0. \tag{1.56}$$

Ésta é a famosa equivalência do modelo de Thirring com a teoria de Sine-gordon estabelecida por Colemam [19] e Swieca [13]. Na referência [13] uma demonstração não pertubativa é apresentada, quando [19] utiliza métodos pertubativos. Assim temos a teoria quântica bem definida para o modelo de Thirring massivo .

1.5 Modelo de Schroer

O Modelo de Schroer é definido pela seguinte densidade lagrangeana [2]

$$\mathcal{L} = \overline{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu)\Psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\tilde{\xi}\partial^\mu\tilde{\xi} + g(\overline{\Psi}\gamma^\mu\Psi)\partial_\mu\tilde{\xi} + m\overline{\Psi}\Psi. \tag{1.57}$$

Correspondendo às equações do movimento

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu)\Psi = g\gamma^\mu N\Psi\partial_\mu\tilde{\xi} + m\Psi(x) = 0 \tag{1.58}$$

$$\Box\xi = -g\partial_\mu\vdots(\overline{\Psi}\gamma^\mu\Psi)\vdots = 0.(1.59)$$

A solução de operadores de Schroer é

$$\Psi(x) =: e^{iq\xi(x)} : \Psi^0(x) :, \tag{1.60}$$

onde

$$\Psi^{(0)}(x) = (\frac{\mu}{2\pi})^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\pi}{4}\gamma^5} : e^{i\sqrt{\pi}\gamma^5[\gamma^5\tilde{\xi} + \int_{x^1}^{\infty}\partial_0\tilde{\xi}(x^0,z^1)dz^1]} : .(1.61)$$

Daí,

$$\partial_\mu J^{\mu 5} \neq 0, \tag{1.62}$$

ou seja, a corrente axial nao é conservada, devido a presença do termo de massa. Isso caracteriza a não invâriancia frente a transformações quirais $U^5(1)$. Contudo a equação (1.59) garante a simetria de carga $U(1)$.

1.5.1 Modelo de Schroer Supercondutor

Definimos o modelo de Schroer supercondutor a partir de uma mudança na lagrangeana (1.57), vamos substituir o termo de massa $\overline{\psi}\psi$ pelo termo de Gap supercondutor $[\psi_1(x)\psi_2(x)+\psi_2^\dagger(x)\psi_1^\dagger(x)]$

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\xi\partial^\mu\xi + g(\overline{\psi}\gamma^\mu\psi)\partial_\mu\xi + g[\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^\dagger(x)\psi_1^\dagger(x)]. \tag{1.63}$$

O modelo de Schroer Supercondutor (MSSC) apresenta a simetria $U^5(1)$, e quebra da invâriancia da simetria de carga $U(1)$ [7, 8, 9, 10] Donde decorre que a corrente vetorial nao é conservada. Por sua vez a corrente quiral é conservada. O Gap supercondutor é semelhante a um Par de Cooper da teoria BCS

$$\partial^\mu J_\mu \neq 0, \tag{1.64}$$

$$\partial^\mu J^5_\mu = 0. \tag{1.65}$$

Nas referências, [7, 8, 9, 10] temos a bosonização para modelos livres com simetria $U(1)$ quebrada

$$\psi^{sc}(x) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} : e^{i\sqrt{\pi}(\varphi+\gamma^5\int_x^\infty \partial_0\varphi(x^0,z^1)dz^1)} : . \tag{1.66}$$

A solução de operadores levando em conta o acoplamento derivativo do modelo de Schroer é

$$\psi(x) =: e^{ig\xi(x)} : \psi^{sc}(x) \tag{1.67}$$

(1.66). Podemos escrever a bosonização para o Gap supercondutor como sendo

$$\vdots\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^\dagger(x)\psi_1^\dagger(x)\vdots = \frac{\overline{\mu}}{\pi} : \cos(\beta(\varphi(x) + \xi(x))) :, \tag{1.68}$$

e entao podemos reescrever a lagrangena (1.63), em termos dos campos bosônicos [7, 8, 9, 10], sendo assim escrevemos a lagrangeana bosonizada

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\xi)^2 + \frac{\overline{\mu}}{\beta\pi} : \cos(\beta(\varphi(x) + \xi(x))) : . \tag{1.69}$$

Partindo da lagrangeana bosonizada (1.69) podemos calcular a equação do movimento para o campo escalar $\xi(x)$

$$\Box\xi(x) + :\sin(\beta(\varphi(x) + \xi(x))) := 0, \tag{1.70}$$

e para o campo $\varphi(x)$

$$\Box\varphi(x) = 0. \tag{1.71}$$

Sendo a equação (1.70) idêntica a equação de movimento (1.56) para o termo de massa bosonizado no modelo Thirring massivo, embora os termos de massa e gap supercondutor tenham efeitos opostos, um respeita a simetria $U(1)$de carga e o outro a simetria $U^5(1)$ quiral. Podemos de forma similar[14] calcular o comportamento assintótico de Kallen-Lehman do Gap Supercondutor .

$$\lim_{\epsilon 0} \langle 0| :\sin(\beta\xi(\epsilon)) :: \sin(\beta\xi(0)) : |0\rangle \sim \frac{1}{(\epsilon)^{\frac{\beta^2}{4\pi}}} (1.72)$$

a equação 1.72 é coerente com a descrição de uma teoria assimpoticamente [14]livre descrita pela equação (1.70).

2 Isomorfismo Algébrico entre os campos dos Modelos Rothe-Stamatescu modificado com fermion massivo e de Schroer-Thirring

O modelo bidimensional [6, 3, 4] que descreve um campo de Fermi com massa, interagindo com um campo pseudo-escalar de massa nula via acoplamento derivativo com a corrente axial, é definido pela densidade de lagrangeana clássica,

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\tilde{\phi}(x))^2 + g(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x))\partial_\mu\tilde{\phi}(x). \tag{2.1}$$

A lagrangeana (2.1) descreve o modelo de Rothe-Stamatescu no limite de massa nula para o campo pseudo-escalar, modificado pela inclusão de um termo de massa para o campo de Fermi (modelo MRS). A teoria quântica é definida pelas seguintes equações de movimento

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) = g\gamma^\mu\gamma^5 N[\psi(x)\partial_\mu\tilde{\phi}(x)], \tag{2.2}$$

$$\Box\tilde{\phi}(x) = g\partial_\mu \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x))\vdots. \tag{2.3}$$

O produto normal (2.2) é definido pelo limite simétrico [1, 16].

$$N[\psi(x)\partial_\mu\tilde{\phi}(x)] \doteq \lim_{\epsilon\to 0}\frac{1}{2}[\partial_\mu\tilde{\phi}(x+\epsilon)\psi(x) + \partial_\mu\tilde{\phi}(x-\epsilon)\psi]. \tag{2.4}$$

Como consequência da interação corrente axial-derivada do pseudo-escalar, no caso de férmions com massa $m\neq 0$, o campo $\tilde{\phi}$ não se mantem livre, devido à não conservação da corrente axial(2.3).

$$\Box\tilde{\phi}(x) = igm\vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^5\psi(x))\vdots. \tag{2.5}$$

Para campos de Férmi de massa nula , o modelo quântico descrito pela lagrangeana (2.1) (modelo de Rothe-Stamatescu com massa nula) é uma teoria invariante de escala, com dimensão de escala anômala [5]. Assim ocorre no modelo Thirring usual [1] para que a teoria descrita pela lagrangeana (2.1) apresente no respectivo modelo um férmion de massa nula como o ponto fixo a curtas distâncias, a dimensao de escala do operador de massa deve ser

$$D_{\overline{\psi}\psi} < 2. \tag{2.6}$$

No que segue, o termo de massa deverá ser entendido como uma pertubação no modelo invariante de escala [13]. A solução de operador para as equações de movimento é dada em termos de exponenciais ordenadas de Wick [5, 21, 16]

$$\psi(x) = \mathcal{Z}^{-\frac{1}{2}} : e^{ig\gamma^5\tilde{\phi}(x)} : \psi^{(0)}(x), \tag{2.7}$$

onde $\mathcal{Z}_\psi$ é uma constante de renormalização de função de onda [5, 21], e $\psi^{(0)}$ e o campo livre de Férmi com massa,

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi^{(0)}(x) = 0. \tag{2.8}$$

A expressão bosonizada para o operador de campo de Férmi livre, $\psi^{(0)}$, é dada pelo operador de campo de Mandelstam[22]

$$\psi^{(0)}(x) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} e^{-i\frac{\pi}{4}\gamma^5} : \exp[i\sqrt{\pi}(\gamma^5 + \int_{x^1}^{\infty} \partial_0\tilde{\varphi}(x^0, z^1)dz^1)] :, (2.9)$$

onde μ é um regulador no infravermelho remanescente da teoria livre com massa nula. Para $m = 0$, o campo $\tilde{\varphi}$ é livre e tem massa nula, de modo que podemos escrever

$$\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\tilde{\varphi}(x) = \partial_\mu\varphi(x) \tag{2.10}$$

Tal como no capítulo 1 subtraimos aqui as singularidades da teoria livre. Desta forma, as expansões de Wilson para curtas distâncias são realizadas usando-se a função de dois pontos do campo livre de massa nula.

$$[\Phi^+(x), \Phi^-(x)]_{x\approx 0} = -\frac{1}{4\pi} ln[-\mu^2(x^2 + i\epsilon x^0)].(2.11)$$

Com o fim de preservar a simetria de calibre global clássica, a corrente vetorial é calculada pelo procedimento de limite de a curtas distâncias regularizado [5, 21],

$$J^\mu(x) = \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))\vdots = \lim_{\epsilon\to 0}\mathcal{Z}_\psi(\epsilon)[\overline{\psi}(x+\epsilon)\gamma^\mu exp(-ig\int_x^{x+\epsilon} \epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\tilde{\phi}(x)dz^\mu)\psi(x) - V.E.V) \tag{2.12}$$

com a constante de renormalização de função de onda $\mathcal{Z}_\psi$ dada nas referencias [5, 21]

$$\mathcal{Z}_\psi(\epsilon) = e^{g^2[\phi^+(x),\phi^-(x)]} \tag{2.13}$$

a corrente vetorial é dada por [5, 21]

$$J^\mu(x) = j_f^\mu(x) - \frac{g}{\pi}\epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu\tilde{\phi}(x) \tag{2.14}$$

onde $j_f^\mu(x)$ é a corrente livre de férmions,

$$j_f^\mu(x) = \vdots(\overline{\psi}^0(x)\gamma^\mu\psi^0(x))\vdots = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\epsilon^{\mu\nu}\partial_\nu\tilde{\varphi}(x), \tag{2.15}$$

e a corrente axial é

$$J_\mu^5(x) = \epsilon_{\mu\nu}J^\nu(x) = -\partial_\mu[\frac{1}{\sqrt{\pi}}\tilde{\varphi}(x) + \frac{g}{\pi}\tilde{\phi}(x)].(2.16)$$

Podemos escrever a equação de movimento quântica (2.3) na forma bosonizada

$$(1 - \frac{g^2}{\pi})\Box\tilde{\phi}(x) = \frac{g}{\sqrt{\pi}}\Box\tilde{\varphi}(x).(2.17)$$

Para evitar a quantização com métrica negativa para os campos $\tilde{\varphi}(x)$e $\tilde{\phi}(x)$, consideramos o modelo definido para g^2 no domínio.

$$\frac{g^2}{\pi} < 1. \tag{2.18}$$

O operador de massa bosonizado toma a forma

$$\vdots(\overline{\psi}(x)\psi(x))\vdots = i\frac{\mu}{\pi} : cos(2\sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) + 2g\phi(x)) : (2.19)$$

e o termo originado do termo de massa, e que quebra a invariância em relação a γ^5, é dado por

$$\vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^5\psi(x))\vdots = i\frac{\mu}{\pi} : sin(2\sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) + 2g\tilde{\phi}(x)) : .(2.20)$$

A partir do operador de massa bosonizado(2.19) e da equação de movimento (2.17) podemos ver que, para $m\neq 0$ os campos $\tilde{\varphi}(x)$ $\tilde{\phi}(x)$ são campos do tipo Sine-Gordon. Com o objetivo de obtermos uma relação de comutação canônica para o campo $\tilde{\phi}(x)$ procedemos ao escalonamento do campo (2.17)

$$\tilde{\phi}(x) = (1 - \frac{g}{\pi})^{-\frac{1}{2}}\tilde{\phi}'(x). \tag{2.21}$$

Após o escalonamento do campo, operador de massa, (2.20) a corrente vetorial (2.14) e a equação de movimento (2.17) podem ser reescritos como

$$(\vdots\overline{\psi}(x)\psi(x))\vdots = -\frac{\mu}{\pi} : cos[(2\sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) + \frac{2g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\tilde{\phi}'(x)] :, \tag{2.22}$$

$$J_\mu(x) = -\frac{1}{\pi}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu[(2\sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) + \frac{2g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\tilde{\phi}'(x)] \tag{2.23}$$

Da forma da bosoniação, e do rescalonamento dos campos temos

$$\Box[(2\sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) - \frac{2g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\tilde{\phi}'(x))] = 0 \tag{2.24}$$

a dimensão de escala do operador de massa é dada por

$$D_{\overline{\psi}\psi} = \frac{\beta^2}{4\pi}(2.25)$$

com

$$\beta^2 \doteq \frac{4\pi}{1-\frac{g^2}{\pi}}.(2.26)$$

Note se que a dimensão de escala do operador de massa é a mesma que a do modelo de Thirring com massa e com acoplamento g. Em termos do campo $\tilde{\phi}'(x)$ o operador de campo de Fermi pode ser escrito como

$$\psi(x) = \mathcal{Z}_\psi^{-\frac{1}{2}} : \exp[i\frac{g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\gamma^5\tilde{\phi}'(x)] : \psi_0(x) \tag{2.27}$$

para $m\neq 0$, a combinação entre os campos $\tilde{\varphi}(x)$ e $\tilde{\phi}'(x)$ que aparece na equação da corrente e do termo de massa corresponde a um campo de Sine-Gordon 2.23,enquanto que a combinação que aparece na equação de onda (2.25), corresponde a um campo livre de massa nula. Façamos assim as seguintes transformações canônicas

$$\delta\tilde{\Phi}(x) = \sqrt{\pi}\tilde{\varphi}(x) + \frac{g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\tilde{\phi}'(x)(2.28)$$

$$\delta\tilde{\xi}(x) = \frac{g}{\sqrt{1-\frac{g^2}{\pi}}}\tilde{\varphi}(x) - \sqrt{\pi}\phi'(x).(2.29)$$

O valor do parametro δ é fixado impondo se relações de comutação canônicas para os campos $\tilde{\Phi}(x)$ e $\tilde{\xi}(x)$

$$\frac{\delta^2}{\pi} = \frac{\beta^2}{4\pi} = \frac{1}{1 - \frac{g^2}{\pi}}. \tag{2.30}$$

Os campos $\tilde{\phi}'(x)$ e $\tilde{\varphi}(x)$podem ser escritos, em termos dos novos campos $(\tilde{\Phi}(x), \tilde{\xi}(x))$ como

$$\tilde{\phi}'(x) = \frac{g}{\sqrt{\pi}}\tilde{\Phi}(x) - \frac{\sqrt{\pi}}{\delta}\tilde{\xi}(x) \tag{2.31}$$

$$\tilde{\varphi}(x) = \frac{\sqrt{\pi}}{\delta}\tilde{\Phi}(x) + \frac{g}{\sqrt{\pi}}\tilde{\xi}(x). \tag{2.32}$$

A equação de movimento(2.25) é agora

$$\Box\tilde{\xi}(x) = 0, \tag{2.33}$$

e a corrente vetorial(2.23) pode ser mapeada sobre a corrente do modelo de Thirring

$$J_\mu(x) \equiv J_\mu^{Th}(x) = -\frac{\beta}{2\pi}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\tilde{\Phi}(x). \tag{2.34}$$

O operador de massa (2.22) é identificado com o operador de massa do modelo Thirring

$$\vdots\overline{\psi}(x)\psi(x)\vdots \equiv \vdots\overline{\Psi}\Psi\vdots \equiv -\frac{\mu}{\pi} : cos(\beta\tilde{\Phi}(x)) : . \tag{2.35}$$

A interação de Thirring oculta no modelo MRS é compactamente mostrada em nossa abordagem por operadores . Usando o fato de que $\tilde{\xi}(x)$ é um campo livre e sem massa

$$\epsilon_{\mu\nu}\partial\tilde{\xi}(x) = \partial_\mu\xi(x), \tag{2.36}$$

o operador de campo de Fermi (2.28) pode ser reescrito em termos da exponencial do campo escalar $\tilde{\xi}(x)$ ordenada segundo Wick

$$\psi(x) = \mathcal{Z}_\psi^{-\frac{1}{2}} : e^{ig\xi(x)} : \Psi(x) \tag{2.37}$$

onde $\Psi(x)$ é o campo de Fermi do modelo de Thirring descrito segundo o soliton de Mandesltam

$$\Psi(x) = (\frac{\mu}{2\pi})^{\frac{1}{2}} e^{-i\frac{\pi}{4}\gamma^5} : exp(i[\gamma^5\frac{\beta}{2}\tilde{\Phi}(x) + \frac{2\pi}{\beta}\int_{x^1}^{\infty}\partial_0\tilde{\Phi}(x^0, z^1)dz^1]) : . \tag{2.38}$$

Agora veremos como o Campo férmiônico de Thirring $\Psi(x)$, (2.38), se comporta acoplado com o campo escalar $\xi(x)$ via vetor-corrente-escalar e acoplamento derivada escalar -corrente vetorial que aqui chamaremos de modelo Schroer-Thirring. A equação do movimento (2.2) para o campo de Férmi pode ser reescrita como

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi = g^2 \vdots(\gamma^\mu\psi J_\mu^{TH})\vdots + gN\gamma^\mu\psi\partial_\mu\xi(x), \tag{2.39}$$

essa equação é totalmente analoga a equação de movimento do modelo RS á unica diferença é que o campo pseudo escalar no modelo RS acopla com a corrente axial, no modelo ST o campo acopla com a corrente vetorial.

Vamos agora apresentar o modelo de Schroer-Thirring, que é definido pela seguinte lagrangeana

$$\mathcal{L} = \overline{\psi}(x)(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) + \partial_\mu\xi(x)\partial^\mu\xi(x) + \frac{G}{2}J_\mu(x)J^\mu(x) + gJ^\mu\partial_\mu\xi(x). \tag{2.40}$$

A teoria quântica é definida pelas equações do movimento

$$(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi(x) = G^2 \vdots\gamma^\mu\psi(x)(\overline{\psi}(x)\gamma_\mu\psi(x)\vdots + g\gamma^\mu N[\psi(x)\partial_\mu\xi(x)], \tag{2.41}$$

$$\Box\xi = -g\partial_\mu \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))\vdots = 0. \tag{2.42}$$

A solução de operador para as equações de movimento quânticas é de dada pela eq (2.38) com

$$\beta^2 = \frac{4\pi}{1-\frac{G^2}{\pi}}. \tag{2.43}$$

O modelo de Schroer [2] é obtido fazendo-se $\beta^2 = 4\pi$ $(G = 0)$. A partir das equações (2.39) e (2.41) podemos observar a equivâlencia entre os modelos MRS com um férmion com massa e o modelo ST. A equação de movimento (2.39) corresponde a um caso particular do modelo ST, no qual o parametro de acoplamento de Thirring e o parametro derivativo são os mesmos. Neste caso, a interação de Thirring nao pode ser desligada para que se obtenha o modelo de Schroer [2]. A equivalência entre os modelos RS e Thirring estabelecida na equação (2.34), implica que o sub-espaço de Hilbert do modelo MRS, que é gerado pelas funções de correlação da corrente vetorial J_μ, é isomorfo ao sub-espaço de Hilbert do modelo Thrring, que é por sua vez gerado pelas funçoes de correlação da corrente vetorial J_μ^{TH}. As funçoes de Wightmam do operador de campo $\psi(x)$ são as mesmas do campo $\Psi(x)$ do modelo de Thirring , agora envoltas pela nuvem originada das controbuições do campo livre de massa nula ξ,

$$\langle 0|\psi(x_1)...\psi(x_n)\overline{\psi}(y_1)...\overline{\psi}(y_n)|0\rangle = \tag{2.44}$$

$$= \langle 0|\Pi_{n=1}^n : e^{ig\xi(x_j)} : \Pi_{k=1}^n : e^{ig\xi(y_k)} : |0\rangle\langle 0|\Psi(x_1)\Psi(y_1)...\overline{\Psi}(y_1)...\overline{\Psi}(y_n)|0\rangle$$

Em vista das (2.35) , a carga $\mathcal{Q}$ e a pseudo-carga $\mathcal{Q}_5$ associadas ao campo de Fermi ψ do modelo MRS são mapeadas sobre as cargas $\mathcal{Q}_{Th}$ e $\mathcal{Q}^5_{Th}$ associadas ao campo de Thirring $\Psi(x)$:

$$[Q, \psi(x)] = -\psi(x) \equiv [\mathcal{Q}_{Th}, \Psi(x)] = -\Psi(x) \tag{2.45}$$

$$[\mathcal{Q}^5, \psi(x)] = -\gamma^5[\frac{1}{1-\frac{g^2}{\pi}}]\psi(x) \equiv [\mathcal{Q}^5_{Th}, \Psi(x)] = -\gamma^5\frac{\beta^2}{4\pi}\Psi(x).(2.46)$$

Os setores de carga do modelo MRS são mapeados sobre os setores de carga do modelo de Thirring com massa. O espaço de Hilbert $\mathcal{H}$ do modelo MRS é um produto direto

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\tilde{\phi}} \otimes \mathcal{H}_{\psi(0)}, \tag{2.47}$$

com as regras de seleção

$$\mathcal{Q}\mathcal{H}_{\tilde{\phi}} \neq 0, \mathcal{Q}^5 H_{\tilde{\phi}} \neq 0 \tag{2.48}$$

$$\mathcal{Q}\mathcal{H}_{\psi(0)} \neq 0, \mathcal{Q}^5\mathcal{H}_{\psi(0)} \neq 0 \tag{2.49}$$

é isomorfo ao espaço de Hilbert

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{\xi} \otimes \mathcal{H}_{\psi} \tag{2.50}$$

com as regras e seleção

$$\mathcal{Q}\mathcal{H}_{\xi} \equiv 0, \mathcal{Q}^5\mathcal{H}_{\xi} = 0(2.51)$$

$$\mathcal{Q}\mathcal{H}_{\Psi} \neq 0, \mathcal{Q}^5\mathcal{H}_{\Psi} \neq 0 \tag{2.52}$$

Deve se notar que a corrente de Thirring (2.34) corresponde à corrente vetorial do modelo de Schroer-Thirring , uma vez que esta seja definida com uma prescrição de regularização de calibre na qual a contribuição do campo escalar ξ é eliminada . Aplicando a transformação (2.28) sobre a definição da corrente (2.34) obtém-se

$$\vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))_{RS}\vdots = \lim_{\epsilon\to 0}[\psi(x+\varepsilon)\gamma^\mu e^{-ig\frac{\beta}{2\pi}\int_x^{x+\varepsilon}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\Phi(z)+ig\partial_\mu\xi(z)dz^\mu}\psi(x) - V.E.V] = \tag{2.53}$$

$$= [\overline{\Psi}(x+\varepsilon)\gamma^\mu e^{-ig^2\frac{\beta}{2\pi}\int_x^{x+\varepsilon}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\Phi(z)dz^\mu}\Psi(x) - V.E.V] \equiv \vdots(\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu\Psi(x))_{Th}\vdots \tag{2.54}$$

já no modelo ST a regularização fica na forma

$$\vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))_{ST}\vdots = \lim_{\epsilon\to 0}[\overline{\psi}(x+\varepsilon)\gamma^\mu e^{-iG^2\frac{\beta}{2\pi}[\int_x^{x+\varepsilon}\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\overline{\Phi}-iag\gamma^5\epsilon_{\mu\nu}\partial^\nu\xi(z)dz^\mu}\psi(x)] - V.E.V] \tag{2.55}$$

Agora escrevemos uma forma geral para a corrente, onde recuperamos cada um dos modelos apenas escolhendo valores apropriados para as contantes

$$J^{\mu}_{ST}(x) = -\frac{\beta}{2\pi}\epsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{\Phi}(x) - \frac{g}{2\pi}(a+1)\partial^{\nu}\xi(x).(2.56)$$

A corrente de Thirring é reobtida quando $a = -1$. A corrente correspondente ao modelo de Schroer é recuperada quando $a = 1$ e $\beta^2 = 4\pi$. Aqui é necessário um certo cuidado. Quando parametro derivativo g e o parametro de Thirring G coincidirem $g = G$. Não poderemos desligar a interação de Thirring, assim nao recuperamos o modelo de Schroer.

3 Isomorfismo Algébrico entre os Campos do Modelo de Schroer supercondutor e e os Campos do modelo Rothe-Stamatescu-Thirring supercondutor

Depois de rever o isomorfismo entre os modelos de Rothe Stamatescu modificado com férmion massivo, que nós chamamos de modelo Schroer-Thirring, conhecendo o fato de que o gap supercondutor pode ser escrito como um termo de Sine-Gordon(1.68), vamos agora construir o isormorfismos nos modelos de Schroer Supercondutor(MSSC) e Rothe-Stamatescu-Thirring com gap supercondutor(RSTSC). Partimos da lagrangeana do modelo de Schroer com gap Supercondutor(MSSC).

Termo Livre

$$\mathcal{L}_{livre} = i\overline{\psi}(x)\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_{\mu}\phi(x))^2.(3.1)$$

termo de interação

$$\mathcal{L}_{int} = g(\overline{\psi}(x)\gamma^{\mu}\psi(x))\partial_{\mu}\phi(x), (3.2)$$

o termo supercondutor

$$\mathcal{L}_{\mathcal{GSC}} = G(\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^{\dagger}(x)\psi_1^{\dagger}(x))(3.3)$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{livre} + \mathcal{L}_{int} + \mathcal{L}_{\mathcal{GSC}} \tag{3.4}$$

Escrevemos as equações do movimento na teoria quântica.

$$\Box\phi(x) - g\partial_{\mu}(\vdots\overline{\psi}(x)\gamma^{\mu}\psi(x)\vdots) = 0, \tag{3.5}$$

$$\partial_{+}\psi_{\alpha}(x) - g[\psi_{\alpha}^{\dagger}(x)\partial_{-}\phi(x)] + G\psi_{\beta}^{\dagger}(x) = 0 \tag{3.6}$$

onde $\alpha, \beta = 1, 2$ de onde decorre as seguintes correntes e simetrias. A corrente vetorial é conservada, devido o fato do campo bosônico interagente não ser livre

$$\Box\phi(x) \neq 0 \tag{3.7}$$

$$\partial_\mu \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))\vdots \neq 0, \tag{3.8}$$

resultado da não invâriancia frente a simetria de carga $U(1)$.

Já a simetria quiral $U^5(1)$ está presente, implicando na conservação da corrente axial

$$\partial_\mu \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x))\vdots = 0. \tag{3.9}$$

Observamos que a corrente vetorial não é conservada quando no lugar do gap supercondutor temos o termo de massa. A conservação se inverte [2, 14, 1]

$$\partial_\mu \vdots(\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x))\vdots = 0 \tag{3.10}$$

$$\partial_\mu (\vdots\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\gamma^5\psi(x)\vdots) \neq 0. \tag{3.11}$$

Nas referências [7, 8, 9, 10] temos a bosonização compatível com os modelos supercondutores, já apresentada no capitulo1 (1.66). A bosonização conhecida como bosonização de Belvedere-Marino, que descreve a teoria livre com gap supercondutor

$$\psi^{sc}(x) = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} : e^{i\sqrt{\pi}(\varphi(x) + \gamma^5 \int_x^\infty \partial_0 \varphi(x^0, z^1) dz^1)} :, \tag{3.12}$$

a bosonização levando em conta o acoplamento derivativo do modelo de Schroer (1.67)

$$\psi(x)^{MSSC} =: e^{ig\phi(x)} : \psi^{sc}(x). \tag{3.13}$$

Podemos ainda reescrever a lagrangeana bosonizada (1.69)

$$\mathcal{L} = (g + \frac{1}{2})(\partial_\mu\phi)^2 + +G\cos[2\sqrt{\pi}(\varphi(x) + \frac{q}{\sqrt{\pi}}\phi(x)]. \tag{3.14}$$

Escrevendo o produto de operadores a curtas distâncias, em termos dos campos sem massa $\varphi(x)$ e $\phi(x)$ e calculando a corrente

$$J^\mu_{MSSC}(x) = \vdots\overline{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)\vdots = -\frac{1}{\sqrt{\pi}}\partial^\mu[\varphi(x) + \frac{q}{\sqrt{\pi}}\phi(x)]. \tag{3.15}$$

A partir da bosonização (3.13) podemos escrever o gap supercondutor do modelo de Schroer Supercondutor na forma bosonizada, [7, 8, 9, 10] como fizemos no capítulo 1, (1.66),

$$\vdots\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^\dagger(x)\psi_1^\dagger(x)\vdots = -\frac{\mu}{\pi} : \cos[2\sqrt{\pi}(\varphi(x) + \frac{q}{\sqrt{\pi}}\phi(x))] : \qquad (3.16)$$

substituindo o produto a curtas distâncias (3.15) na equação do movimento (3.5) temos

$$\Box[(1 - \frac{q^2}{\pi})\phi(x) - \frac{q}{\sqrt{\pi}}\varphi(x)] = 0. \qquad (3.17)$$

A partir da equação (3.17) podemos definir um reescalonamento no campo, a exemplo do que fizemos no capitulo 2, (2.21), para obtermos as relações de comutação canônicas

$$\phi^{'} = (1 - \frac{q^2}{\pi})^{\frac{1}{2}}\phi(x), \qquad (3.18)$$

reescrevendo a corrente (3.15) em termos do campo rescalonado

$$J^\mu_{MSSC}(x) = -\frac{1}{\pi}\partial^\mu(\varphi(x) + \frac{\frac{q}{\pi}}{(1 - \frac{q^2}{\pi})^{\frac{1}{2}}}\phi^{'}(x))(3.19)$$

e tambem o gap supercondutor (3.18)

$$\vdots\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^\dagger(x)\psi_1^\dagger(x)\vdots = -\frac{\mu}{\pi} : \cos[2\pi(\varphi(x) + \frac{\frac{q}{\sqrt{\pi}}}{(1 - \frac{q^2}{\pi})^{\frac{1}{2}}}\phi^{'}(x))] : .(3.20)$$

Podemos observar que a equação (3.17), para os campos bosônicos $\varphi(x)$ e $\phi(x)$, pode ser reescrita como o operador de onda da diferença dos campos $\varphi(x)$ e $\phi(x)$, que podemos chamar de um novo campo bosônico $\eta(x)$, este novo campo bosônico é livre. Já as equações (3.19), (3.20), podem ser reescritas de forma em que a soma dos campos bosônicos $\varphi(x)$ e $\phi(x)$, fique expressa por um novo campo bosônico $\Phi(x)$. A partir desta constatação podemos definir as transformaçoões canônicas dos campos, a exemplo do que fizemos no capítulo 2 (2.31),(2.32), onde associamos os campos de um modelo ao campo de outro modelo. Vamos obter as simetrias do modelo Rothe-Stamatescu-Thirring(RSTSC) Supercondutor depois de realizarmos essas transformações canônicas. Definimos os campos escalares (Φ, η)

$$\frac{\beta}{2\sqrt{\pi}}\Phi(x) = \varphi(x) + \frac{\frac{q}{\sqrt{\pi}}}{\sqrt{1 - \frac{q^2}{\pi}}}\phi^{'}(x) \qquad (3.21)$$

$$\frac{\beta}{2\sqrt{\pi}}\eta(x) = \frac{\frac{q}{\sqrt{\pi}}}{\sqrt{1-\frac{q^2}{\pi}}}\varphi(x) - \phi^{'}(x), \tag{3.22}$$

eliminando $\varphi(x)$ e $\phi^{'}(x)$ temos assim

$$\phi^{'}(x) = \frac{q}{\sqrt{\pi}}\Phi(x) - \frac{2\sqrt{\pi}}{\beta}\eta(x), \tag{3.23}$$

$$\varphi(x) = \frac{2\sqrt{\pi}}{\beta}\Phi(x) + \frac{q}{\sqrt{\pi}}\eta(x) \tag{3.24}$$

onde β é a dimensão anômala da teoria, que é a mesma do modelo do capítulo 2 [6, 3, 4]

$$\beta^2 = \frac{4\pi}{1-\frac{q^2}{\pi}}. \tag{3.25}$$

Então podemos escrever a corrente(3.15) em termos do campo $\Phi(x)$

$$J^{\mu}_{RSTSC} = \frac{\beta}{2\sqrt{\pi}}\partial^{\mu}\Phi(x), \tag{3.26}$$

assim como o Gap supercondutor(3.20), na forma de Sine-Gordon

$$\vdots(\psi_1(x)\psi_2(x) + \psi_2^{\dagger}(x)\psi_1^{\dagger}(x))\vdots = \frac{\mu}{\pi} : \cos[\beta\Phi(x)] : .(3.27)$$

Após efetuarmos as transformações dos campos bosônicos podemos escrever a exponencial bosonizada do operador de campo fermiônico

$$\psi = \sqrt{\frac{\mu}{2\pi}} : e^{\frac{\beta}{2}\Phi(x)+\gamma^5\frac{2\pi}{\beta}\int_x^{\infty}\partial_0\Phi(z)dz^1} :: e^{ig\gamma^5\int_x^{\infty}\partial_0\eta(z)dz^1} : \tag{3.28}$$

onde o férmion no modelo de Thirring supercondutor é dado por([8])

$$\psi^{SC}_{TH}(x) = (\frac{\mu}{2\pi})^{\frac{1}{2}} : e^{i[\frac{\beta}{2}\Phi(x)+\gamma^5\frac{2\pi}{\beta}\int_x^{\infty}\partial_0\phi(x)dz^1]} : . \tag{3.29}$$

Como $\eta(x)$ é um campo escalar livre de massa nula temos

$$\partial_{\mu}\eta(x) = \epsilon^{\mu\nu}\partial_{\nu}\tilde{\eta}, \tag{3.30}$$

$$\partial_0\eta(x) = -\partial^1\tilde{\eta}(x), \tag{3.31}$$

e integrando em ambos os lados

$$\int_{x^1}^{\infty}\partial_0\eta(z)dz^1 = -\int_{x^1}^{\infty}\partial^1\tilde{\eta}(z)dz^1 = \tilde{\eta}(x). \tag{3.32}$$

Desta forma podemos escrever

$$\Psi(x) =: e^{ig\gamma^5\tilde{\eta}(x)} : \psi_{TH}^{\mathcal{SC}}(x). \tag{3.33}$$

A bosonização (3.33) satisfaz a equação do movimento correspondente a um lagrageano de Rothe-Stamatescu supercondutor, acrescida com um termo de Thirring

$$\mathcal{L}'_{livre} = i\overline{\Psi}(x)\gamma^\mu\partial_\mu\Psi(x) + \frac{1}{2}(\partial_\mu\tilde{\eta}(x))^2, \tag{3.34}$$

$$\mathcal{L}_{\mathcal{GSC}} = G(\Psi_1(x)\Psi_2(x) + \Psi_2^\dagger(x)\Psi_1^\dagger(x)), \tag{3.35}$$

$$\mathcal{L}_{int} = \frac{G^2}{2}(J_\mu^{RSTSC}(x)J^\mu_{RSTSC}(x)) + q(J^{\mu 5RSTSC}(x))(\partial_\mu\tilde{\eta}(x)). \tag{3.36}$$

Assim como no modelo de Schroer, temos a conservação da corrente axial, porem a corrente vetorial não é conservada

$$\partial_\mu(\vdots\overline{\psi}\gamma^\mu\psi\vdots)\neq 0, \tag{3.37}$$

$$\partial_\mu(\vdots\overline{\psi}\gamma^\mu\gamma^5\psi\vdots) = 0. \tag{3.38}$$

O que implica na invâriancia da teoria com respeito as simetria quiral $U^5(1)$, porem a invariância quanto a simetria $U(1)$ de carga não é observada. As equações do movimento para os campos bosônicos sem massa serão

$$\Box\Phi(x) = -\frac{2\sqrt{\pi}}{G\beta} : \sin[\beta\Phi(x)] :, \tag{3.39}$$

$$\Box\eta(x) = 0. \tag{3.40}$$

correspondentes exatamente a lagrangeana bosonizada do modelo RSTSC

$$\mathcal{L}(\eta,\Phi) = (\partial_\mu\Phi(x))^2 + 2\sqrt{\pi}\cos[\beta\Phi(x)] + \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta(x))^2 \tag{3.41}$$

Em particular a lagrangeana bosonizada deveria depender dos campos bosonicos $\mathcal{L} = \mathcal{L}(\eta,\Phi)$, o tratamento do campo bosônico η, em um cenario similar, foi feito no trabalho de Belveder e Rodrigues [?]

Temos aqui um isomorfismo algébrico entre Rothe-Stamatescu-Thirring Supercondutor(RSTSC) e o modelo de Schroer supercondutor(MSSC). Analisando os valores da constante de acoplamento derivativo q e a constante G associada ao gap supercondutor se fizermos $q = 0$, temos restabelecida a lagrangeana do modelo Thirring Supercondutor. Contrariamente se fizermos a constante $G = 0$ recuperamos Rothe-Stamatescu sem gap supercondutor.

A equivalência (3.26) implica que o sub espaço de Hilbert do modelo de Schroer Supercondutor(MSSC), que é gerado pelas funçoes de correlação J_μ^{MSSC}, é isomorfo ao sub-espaço de Hilbert do modelo Rothe-Stamatescu-Thirring, que é por sua vez gerado por funções de correlação J^{RSTSC}. As funçoes de Wightmam do operador $\psi^{MSSC}(x)$ são as mesmas do campo de Fermi Ψ_{TH}^{SC}, do modelo Thirring supercondutor, agora envoltas pela nuvem originada das contribuições do campo livre de massa nula $\eta(x)$

$$\langle 0|\psi(x_1)....\psi(x_n)\overline{\psi}(y_1)...\overline{\psi}(y_n)|0\rangle = \tag{3.42}$$

.

$$= \langle 0|\Pi_{j=1}^n : e^{ig\eta(x_j)} : \Pi_{k=1}^n : e^{-ig\eta(y_k)} : |0\rangle\langle 0|\Psi_{TH}^{SC}(x_1)...\Psi_{TH}^{SC}(x_n)\overline{\Psi}_{TH}^{SC}(y_1)...\overline{\Psi}_{TH}^{SC}(y_n)|0\rangle$$

Em vista da equação (3.26) a carga $\mathcal{Q}$ e a pseudo-carga $\mathcal{Q}^5$ associadas ao campo de Fermi ψ do modelo MSSC, são mapeadas nas cargas $\mathcal{Q}^{RSTSC}$ e $\mathcal{Q}^{RSTSC5}$ associadas ao campo férmiônico do modelo RSTSC:

$$[\mathcal{Q}, \psi_{MSSC}(x)] = -\psi(x) \equiv [\mathcal{Q}_{RSTSC}, \Psi(x)] = -\Psi(x), \tag{3.43}$$

$$[\mathcal{Q}^5, \psi_{MSSC}(x)] = -\gamma^5 \frac{1}{\frac{g^2}{\pi}}\psi(x) \equiv [\mathcal{Q}^5_{RSTSC}, \Psi(x)] = -\gamma^5 \frac{\beta^2}{4\pi}\Psi(x). \tag{3.44}$$

Os setores de carga do modelo de Schroer Supercondutor(MSSC) são mapeados sobre os setores de carga do modelo Rothe-Stamatescu-Thirring(RSTSC). O Espaço de Hilbert $\mathcal{H}$ do Modelo de Schroer Supercondutor (MSSC) é um produto direto

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_\eta \otimes \mathcal{H}_{\psi^0_{sc}}. \tag{3.45}$$

Assim fica estabelecido o isomorfismo algébrico em campo dos modelos Schroer supercondutor e do modelo Rothe-Stamatescu-Thirring Supercondutor.

4 Conclusão e Perspectivas

Revisamos a existência do isomorfismo entre modelos de Rothe-Stamatescu(modificado por um termo de massa para o campo fermionico) e Thirring, e Schroer-Thirring, a ponto de escrevermos um termo de corrente genérico no qual com a escolha devida de termos constantes(constante de acoplamento e renormalização) eramos capazes hora de recuperar o modelo de Schroer, o de Thirring. Discutimos também a condição em que a escolha de constantes acopla definitivamente os modelos Schroer e Thirring , sendo impossivel divorcia-los.

Utilzamos esse isomorfismo como referência para nossos estudos, e a possilibilidade de escrever o Gap-supercondutor como um termo de Sine-Gordon, como pré-requsito para demonstrarmos a o ismorfismo entre modelos e Schroer supercondutor(MSSC)e Rothe-Stamatescu-Thirring Supercondutor(RSTSC). Fazemos isso a partir de uma transformação canônica nos campos escalares (aqui usados em lugar dos pseudo-escalares do capitulo 2 para garantir a conservação da quiralidade), levando os campos escalares de um modelo nos campos escalares de outro modelo. Observamos que a inclusão do GapSupercondutor preserva a simetria quiral, quando no capitulo 2. Embora o termo de massa tambem pudesse ser escrito como termo de Sine-GOrdon, o efeito físico de sua presença é justamente o oposto, quebrando a simetria quiral e preservando a de carga.

Uma vez estando demonstrado o isomorfismo entre esses dois modelos de Férmions com gap supercondutor podemos em futuros trabalhos, discutir a inclusão da interação eletromagnética, que quebraria a simetria de quiralidade na teoria quântica , gerando anomalia quiral.

5 Apêndice

5.1 As relações de comutação

As relações de comutação [5]

$$[\phi(x), \phi(y)]_{ET} = [\phi(x), \psi(y)]_{ET} = [\psi(x), \psi(y)]_{ET} = 0$$

$$[\pi_\phi(x), \phi(y)]_{ET} = -i\delta(x^1 - y^1)$$

$$[\psi(x), \overline{\psi}(y)]_{ET} = \gamma^0\delta(x^1 - y^1)$$

onde $\pi_\phi = \partial^0\phi - J^{05}$ é o momento canônico. Como mapeamos campos do modelos MSSC em campos do modelo RSTSC, as relaçoes são mapeadas umas sobre as outras. No modelo MSSC

$$[\phi(x), \phi(x)]_{ET} = [\phi(x), \psi(x)]_{ET} = [\psi(x), \psi(y)]_{ET} = 0$$

$$[\pi_\phi(x), \phi(y)]_{ET} = -i\delta(x^1 - y^1)$$

$$[\psi(x).\psi(y)]_{ET} = \gamma^0\delta(x^1 - y^1)$$

No modelo RSTSC

$$[\Phi(x), \eta(y)] = 0$$

$$[\Phi(x), \Phi(y)]_{ET} = [\Phi(x), \Psi(y)]_{ET} = [\Psi(x), \Psi(y)]_{ET} = 0$$

$$[\pi_\Phi(x), \Phi(y)]_{ET} = -i\delta(x^1 - y^1)$$

$$[\Psi(x), \overline{\Psi}(y)]_{ET} = \gamma^0\delta(x^1 - y^1)$$

Discutindo as relaçoes de comutação da infraparticula η do modelo RSTSC, seguindo o mesmo procedimento realizado em ([3])

$$[i\mathcal{Q}, : e^{ig\eta(x)} :] = -i\frac{g^2}{\pi} : e^{ig\eta(x)} :,$$

$$[i\mathcal{Q}, \Psi^0(x)] = -ig\Psi^0(x),$$

$$[i\mathcal{Q}, \Psi(x)] = -i[1 + \frac{g^2}{\pi}]\Psi(x)$$

daqui notamos que a invariância da simetria global esta quebrada espontaneamente e η é um boson de Nambu-Goldstone.

Referências

[1] E.Abdalla,M.C.Abdalla and K.D.Rothe, (Non-pertubative methodosin 2 dimensional Quantum Fields Theory(World Scientific, Singapore 1991)

[2] B.Schroer,Fortschritte der Physics 11,1 (1963).

[3] L.V.Belvedere, and A.F.Rodrigues,Ann. Phys 321(2006)

[4] L.V.Belvedere, and A.F.Rodrigues, arXiv:08011747v.1 [hep-th] (2008).

[5] K.D.Rothe,and I.O.Stamatescu, Ann.Of Phys(NY) 95,202(1975).

[6] A.F.Rodrigues, Uma Revisão de Modelos Bidimensionais em Teoria Quântica de Campos. Tese de Doutorado Universidade Federal Fluminense (2007)

[7] L.V.Belvedere, and E.C.Marino,Phys Rev D 37 8 (1988)

[8] L.V.Belvedere,Phys Rev D 38 10 (1988)

[9] L.V.Belvedere, and E.C.Marino, J.PHys.A:Math.Gen.23(1990)205

[10] L.V.Belvedere,Phys Rev D 41 8 (1990)

[11] B.Schroer, Two dimensional models as testing ground for principles and concepts of local quantum physics CBPF-NF-014/05

[12] L.V.Belvedere, Um estudo sobre a eletrodinâmica quântica em duas dimensôes, Tese de Mestrado PUC-RJ(1977)

[13] J.H.Lowestein and J.A.Swieca, Quantun Eletrodinamics in Two Dimensions: Anals of Physics, Vol.68,p172(1971)

[14] J.A.Swieca, Solitons and Confinement :Fortschritte der Physik,Vol 25,p.303(1977)

[15] L.V.Belvedere,Bosonization Férmion Field at Finite Temperature , Evento Comemorativo dos 71 anos do professor Jorge André Swieca

[16] S.Mandelstam, Phys. Rev. D11,3026(1975)

[17] B.Schroer and J. Swieca , Phys Rev . D 10 ,480 (1974)

[18] A.S.Wigntman , Cargese Lectures in Theorical Physics , 1964, ed .M. Levy , Gordon and Breach , New York 1966

[19] S.Coleman,Phys.Rev.D 11,2008(1975)

[20] K.D.Rothe and J.A.Swieca, Fields and Observablees in the massive Schwiger model , Phys Rev D Vol 15 Number 6 (1977)

[21] M Gomes,andA.J.Phys RevD34 3916 (1986)

[22] K.Wilson Phys Rev179 1499(1969)