

Universidade Federal Fluminense  
Instituto de Física

Estudos da força de emparelhamento  
entre dois nêutrons na reação  
 $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ .

**Vantelfo Nunes Garcia**

Tese apresentada como requisito  
parcial para a obtenção do  
título de Doutor em Física.

Orientador:  
Dr.: Jesús Lubián Ríos  
Coorientador:  
Dr.: Francesco Cappuzzello

NITERÓI RJ  
2013

Universidade Federal Fluminense  
Instituto de Física

Estudos da força de emparelhamento  
entre dois nêutrons na reação  
 $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ .

**Vantelfo Nunes Garcia**

Tese apresentada como requisito  
parcial para a obtenção do  
título de Doutor em Física.

Orientador:  
Dr.: Jesús Lubián Ríos  
Coorientador:  
Dr.: Francesco Cappuzzello

NITERÓI RJ  
2013

G216 Garcia, Vantelfo Nunes.

Estudos da força de emparelhamento entre dois nêutrons na reação  $^{12}\text{C} (180,16) ^{14}\text{C}$  / Vantelfo Nunes Garcia ; orientador: Jesús Lubían Ríos . -- Niterói, 2013.  
63 p. : il.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal Fluminense,  
Instituto de Física, 2013.  
Bibliografia: p. 61-63.

1.REAÇÃO NUCLEAR. 2.ESPALHAMENTO (FÍSICA). I.Ríos, Jesús Lubían, Orientador. II.Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física, Instituição responsável. III.Título.

CDD 539.7

## **Agradecimentos**

Primeiramente gostaria de agradecer a Deus por possibilitar que eu chegasse até aqui e pelas oportunidades que me foram dadas.

Também a minha família que me apoiou e incentivou a seguir meu caminho. Dando me força sempre que precisei. Obrigado!

A meu orientador o Prof. Dr. Jesús Lubián Ríos que tem me guiado na vida acadêmica a quase 10 anos e é responsável pelo conhecimento que tenho agora. Também a meu coorientador Prof. Dr. Francesco Cappuzzello, eu agradeço pelas conversas que me ajudaram a ter melhor compreensão e domínio sobre minha tese.

Ao meus companheiros do grupo com que dividi a sala por um bom tempo e que me ajudaram tanto na parte acadêmica quando pessoal quando precisei.

Ao Prof. Dr. Paolo Lotti e a Prof. Dr. Silvia Lenzi que me acolheram e ajudaram no tempo que passei na Itália.

E por fim ao CNPq e a CAPES que deram o apoio financeiro para que eu pudesse me dedicar ao doutorado.

Obrigado a todos.

## Resumo

No presente trabalho de tese se estuda a reação de transferência de dois nêutrons  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  para analisarmos em detalhes como eles são transferidos. Será dada uma atenção especial ao canal de transferência que vai para os estados fundamentais dos núcleos, devido ao fato de essa transição ter momento angular zero, o que é uma condição ideal para observar a transferência dos nêutrons emparelhados em forma de um cluster com momento intrínseco nulo.

É estudada também a reação  $^{13}\text{C}(^{18}\text{O},^{17}\text{O})^{14}\text{C}$  para verificar a importância da transferência sequencial frente à transferência direta de dois nêutrons.

Para realizar esses cálculos, usa-se o código computacional FRESCO [1,2], com os formalismo de DWBA, para a transferência sequencial, e CRC, para os demais modelos de transferências. Todos os cálculos foram feitos com a aproximação de alcance finito, com formalismo prior. Para a parte real do potencial *bare*, o potencial de São Paulo [3,4] é usado, e para a parte imaginária usa-se o mesmo potencial de São Paulo multiplicado por um fator que leva em conta a importância dos canais desprezados [5]. Para calcular as funções *single-particle* foram usados potenciais do tipo *Woods-Saxon*, levando em conta a interação spin-orbital. Como se trabalha com reações que envolvem transferência, é necessário determinar as amplitudes espectroscópicas para realizar os cálculos.

As amplitudes espectroscópicas são calculadas usando o programa *NUSHELL* [6] que usa o *overlap* das funções de onda para obter essas amplitudes. Para utilizar esse programa é necessário escolher um espaço de valência e um potencial de interação entre os núcleons. Nossa escolha para espaço de valência são as subcamadas  $1p_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$  e  $2s_{1/2}$ . Como potencial escolhemos o modelo ZBM modificado [7,8].

Com todas essas ferramentas foram realizados cálculos para verificar qual modelo de transferência descreve melhor a transferência para o estado fundamental do núcleo residual. Se mostra que o modelo de cluster fornece a melhor descrição, tendo-se uma forte evidência da existência de uma força que faz com que os nêutrons tendam ficar juntos formando um cluster de momento intrínseco nulo.

Este trabalho também se dedica a desenvolver investigações sobre os mecanismos de reação de transferência. Um dos pontos que será esclarecido nas reações de transferência é o uso do fator de escala que era largamente utilizado para descrever as seções de choque quando envolviam transferência. Nos resultados deste trabalho de tese não foi necessário usar esses fatores de escala, o que é um excelente resultado por si só.

## Abstract

We study the  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  reaction to analyze how the two-neutron are transferred. We have a particular interest on transfer reactions that feed the ground state of our residual nucleus due to the fact that this transition has angular momentum zero, which is the ideal condition to observe the transfer of paired neutrons that form a cluster with intrinsic zero angular momentum.

We also study the  $^{13}\text{C}(^{18}\text{O},^{17}\text{O})^{14}\text{C}$  reaction to verify how important is the sequential transfer when compared with the direct transfer of two-neutron.

To perform these calculations we used the computer code FRESKO [1,2]. We used different reaction theory models like the two-step DWBA formalism for sequential transfer and the CRC method for the other models of transfers. In all our calculations the finite range approximation within the prior formalism were used. We used, as the real part of the bare potential, the São Paulo Potential [3,4], and for the imaginary part we used the São Paulo potential multiplied by a strength factor that takes into account the neglected channels [5]. To calculate the single-particle wave functions, Woods-Saxon potentials type were used including the spin-orbital interaction. Since we are working with rearrangement reactions, the spectroscopic amplitudes have to be derived or obtained from literature.

The spectroscopic amplitudes were calculated using the code NUSHELL [6] that calculates the overlap of the wave functions to derive these amplitudes. To use this program, one must choose a valence space and the interaction potential between the nucleons. Our choice for valence space was the subshells  $1p_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$  and  $2s_{1/2}$ . For the interaction potential, the ZBM modified interaction [7,8] was used.

Using all these tools, we performed theoretical calculations to determine the model that better describes the transfer reaction to the ground state of  $^{14}\text{C}$ . If the cluster model is the one that better describes the reaction mechanism, we have strong evidence that there is some pairing force that leads the two neutrons to join together in a cluster with the intrinsic angular momentum zero.

We also take this study to develop the transfer reaction theory. One of the points we want to understand in transfer reactions is the use of the scaling factor that

was widely used to describe the cross sections. In our calculations it was not necessary to use these factors to obtain excellent results.



## Conteúdo

Resumo	i
Abstract	iii
Índice de figuras e tabelas	Vii
Capítulo 1 - Introdução	1
Capítulo 2 – Formalismos Teóricos	5
2.1 – Teoria de espalhamento	5
2.2 – Coupled reaction channel (CRC)	8
2.3 – Método de ondas distorcidas (DWBA)	10
2.4 – Modelos de reação de transferência	11
2.4.1 – Transferência de uma partícula	13
2.4.2 – Transferência de duas partículas	15
2.4.2.1 – Transferência sequencial	15
2.4.2.2 – Modelo de cluster	16
2.4.2.3 – Coordenadas independentes	17
2.5 – Amplitudes de espelhamento	18
2.6 – Amplitudes espectroscópicas	20
2.7 – Potencial de São Paulo (SSP)	21
Capítulo 3 – Descrição dos cálculos	24
Capítulo 4 – Discursão dos resultados	32
4.1 – Resultados do presente trabalho.	32

4.2 – Comparação entre os resultados dos nossos modelos e modelos usados no passado.	41
Capítulo 5 – Conclusões e Perspectivas	48
Apêndice A	
Input do FRESCO para a reação $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ com o modelo de coordenadas independentes.	51
Apêndice B	
Input do FRESCO para a reação $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ com o modelo de cluster.	54
Apêndice C	
Input do FRESCO para a reação $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ com o modelo de coordenadas independentes.	56
Apêndice D	
Input do FRESCO para a reação $^{13}\text{C}(^{18}\text{O},^{17}\text{O})^{14}\text{C}$ :	59
Referências bibliográficas	61

## Índice de figuras e tabelas

<b>Figura 1.</b> Esquema das coordenadas para a transferência de uma partícula	13
<b>Figura 2.</b> Espectro de energia para a transferência de um (parte superior) e dois (parte inferior) nêutrons. O asterisco, triângulo, círculo e losango o representam, respectivamente, a transição com a excitação do projétil $^{17}\text{O}$ para os estados 0,87, 3,05, 3,84 e 4,55 MeV.	25
<b>Figura 3.</b> Esquema dos acoplamentos utilizados para a transferência de um nêutron (a), para a transferência direta de dois nêutrons (b) e para a transferência sequencial de dois nêutrons (c).	27
<b>Tabela 1.</b> Parâmetros utilizados nos potencial Woods-Saxon para obter as funções de onda <i>single-particle</i> .	29
<b>Tabela 2.</b> Amplitudes espectroscópicas obtidas com o código NUSHELL, utilizadas no cálculo das transferências de um nêutrons. Para todos os overlaps não listados aqui consideramos a amplitude espectroscópica igual a 1.	30
<b>Tabela 3.</b> Amplitudes espectroscópicas obtidas com o código NUSHELL, utilizadas no cálculo das transferências de dois nêutrons. Para todos os overlaps não listados aqui consideramos a amplitude espectroscópica igual a 1.	31
<b>Figura 4.</b> Comparação, para o estado fundamental do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).	33

<b>Figura 5.</b>	
Comparação, para o estado de 8,32 MeV do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).	34
<b>Figura 6.</b>	
Comparação, para o estado de 10,74 MeV do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).	35
<b>Figura 7.</b>	
Comparação, para o estado fundamental do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de um nêutron, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.	36
<b>Figura 8.</b>	
Comparação, para o estado de 6,09 MeV do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de um nêutrons, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.	36
<b>Figura 9.</b>	
Comparação, para o estado de 6,73 MeV do $^{14}\text{C}$ do caso de transferência de um nêutrons, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.	37
<b>Figura 10.</b>	
Comparação entre nossos resultados teóricos e os dados experimentais, considerando a soma coerente das transferências sequenciais e direta (em um único passo).	38
<b>Figura 11.</b>	
Figura retirado do artigo de Kammuri [39]. O autor realizou cálculos de DWBA para a reação $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ e para comparar os cálculos com as distribuições angulares experimentais o resultado teórico foi multiplicado por um fator de escala de 10.	42

<b>Tabela 4.</b>	
Parâmetros do potencial tipo Woods-Saxon utilizados por Takemasa e Kammuri para realizar os cálculos [39,40].	42
<b>Figura 12.</b>	
Comparação da seção de choque diferencial de transferência de dois nêutrons para o estado fundamental do $^{14}\text{C}$ de três cálculos, um usando o potencial de São Paulo, outro com o potencial usado por T. Takemasa et al. e por último com o potencial usado por T. Kammuri. Todos os cálculos foram realizados usando o modelo de coordenadas independentes.	43
<b>Figura 13.</b>	
Comparação da seção de choque diferencial de transferência de dois nêutrons para o estado $2^+$ de energia 8,32 MeV do $^{14}\text{C}$ de três cálculos, um usando o potencial de São Paulo, outro com o potencial usado por Takemasa e por último com o potencial usado por Kammuri. Todos os cálculos foram realizados usando o modelo de coordenadas independentes.	43
<b>Figura 14.</b>	
Similar a figura 12, mas para o estado $4^+$ de energia 10,74 MeV do $^{14}\text{C}$ .	44
<b>Figura 15.</b>	
Comparação dos cálculos para a distribuição angular de transferência de dois nêutrons realizados utilizando a amplitude espectroscópica calculada pelo NUSHELL e a usada por T. Kammuri e T. Takemasa et al. em seus trabalhos. Esta comparação é somente feita para o estado fundamental pois Kammuri e Takemasa só realizaram cálculos de transferência para este estado.	46

## Capítulo 1.

### Introdução.

As reações de transferência são uma poderosa ferramenta para estudar as estruturas dos núcleos. Isto se deve às regras de seleção de canais devido às possibilidades de acoplamentos de momentos angulares.

Quando tratamos de reações de transferência, entram em jogo parâmetros muito importantes para descrever o mecanismo de reação: as amplitudes espectroscópicas. Para calcular uma transferência, sempre serão necessárias pelo menos duas amplitudes espectroscópicas nos cálculos: uma do núcleo doador do nucleon e outra do receptor. Para obter as amplitudes espectroscópicas lançamos mão do código computacional NUSHELL [6], que calcula as funções de onda dos núcleos envolvidos através do modelo de camadas. Posteriormente, através do *overlap* entre as funções de onda, o programa calcula as amplitudes espectroscópicas. No código NUSHELL [6], para diagonalizar a hamiltoniana dos núcleos foi usado como potencial de interação o ZMB modificado [7,8] para todos os núcleos e como espaço de valência consideraremos o das subcamadas  $1p_{1/2}$ ,  $1d_{5/2}$  e  $2s_{1/2}$ .

Essas amplitudes espectroscópicas contém informações sobre a estrutura dos núcleos. Por tal motivo, as reações que envolvem somente uma partícula transferida (ou somente um cluster) são muito importantes para entender a estrutura dos núcleos. Quando estamos tratando de transferências que envolvam mais de uma partícula transferida, a noção das amplitudes espectroscópicas fica mais confusa pois não se pode separar a contribuição de cada nucleon para esse parâmetro. Por isso, quando estamos analisando a transferência de múltiplas partículas, normalmente estamos mais interessados em entender algum outro aspecto da reação e não a estrutura dos núcleos envolvidos. Neste caso, uma informação importante a ser extraída é entender se a transferência de nucleons acontece de forma sequencial ou se a correlação entre eles é tão forte que eles são transferidos de forma simultânea.

No nosso caso, ao estudar a transferência de dois nêutrons na reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ , estamos interessados na relação entre esses nêutrons durante a transferência. Existem duas formas de transferir diretamente esses nêutrons. Levando em conta que no vácuo dois nêutrons não se ligam, a primeira forma direta de transferência desses dois nêutrons é analisá-los como duas partículas separadas espacialmente (coordenadas independentes) que são transferidas de um núcleo para o outro. A outra forma de transferência direta desses nêutrons é considerar que os dois estão emparelhados, gerando um cluster com momento angular intrínseco nulo. Relacionamos a essa formação do cluster uma força de emparelhamento entre esses núcleos que só existe quando consideramos a atuação do campo médio dos caroços que existem na reação. Então podemos analisar o grau de importância dessa força de emparelhamento sobre as partículas transferidas vendo qual dessas duas possibilidades é a que melhor descreve a reação.

Analisamos também a transferência de um nêutron para entender melhor o mecanismo de população dos canais estudados. Através dos espectros de energia conseguimos ver os canais possíveis de serem populados pela transferência direta de dois nêutrons e quais só são possíveis de popular através da transferência sequencial. Vemos também que no caso onde é possível popular com uma transferência direta, o mecanismo de transferência sequencial é pequeno em comparação a esses processos diretos, possibilitando assim que a transferência sequencial nesses casos seja tratada como um mecanismo de segunda ordem. Na transferência sequencial consideramos que os nêutrons são transferidos em dois passos, onde no primeiro passo é transferido somente um nêutron, originando uma partição transitória ou intermediária e no segundo passo a reação é completada com a transferência do segundo nêutron, originando a partição de saída.

Antigamente o estudo espectroscópico sobre a correlação de emparelhamento entre dois nêutrons transferidos era feito utilizando reações do tipo (t,p) [9]. Mas atualmente as regras de radioproteção ficaram tão restritivas que usar feixes de trítio em reações nucleares ficou muito limitada. Entretanto, o uso de íons pesados para estudar a transferência de dois nêutrons não foi totalmente explorado [10,11]. Isso ocorre devido à dificuldade experimental para produzir espectros de alta resolução que cubram uma área grande de energia e ângulos [12].

Os estudos com projéteis pesados demonstraram ser confiáveis para análises quantitativas, quando os processos de passos múltiplos são relativamente fracos comparados aos processos diretos [13]. A técnica comumente usada para reações de transferência de dois nêutrons envolvendo núcleos pesados é extrair o potencial óptico ajustando o espalhamento elástico. É conhecido que essa técnica falha ao tentar reproduzir as seções de choque diferenciais de transferência [14,15].

As tentativas de usar um potencial do tipo *folded-density* como a parte real do potencial *bare* também tem falhado [16]. Outras tentativas que levam em conta o tamanho finito dos núcleos e o efeito de recuo da reação também não foram bem sucedidos [17,18]. Problemas computacionais têm historicamente limitado o cálculo dos fatores de forma com o formalismo de alcance finito para reações de transferência de multi-nucleons [19]. O fato de que as seções de choque sejam proporcionais ao produto das amplitudes espectroscópicas impede de obter a amplitude individual de um núcleo ao estudar uma única seção de choque, tornando assim a extração dessas informações uma tarefa árdua.

Este trabalho foi dividido da seguinte forma. No segundo capítulo iremos fazer uma revisão sobre a base da teoria de espalhamento. Também iremos ver os formalismos para calcular as reações de transferências, DWBA (*distorted wave Born approximation* – aproximação de ondas distorcidas) e CRC (*coupled reaction method*- método de canais de reação) e os modelos que usaremos para descrever as reações. E por fim, neste capítulo, faremos uma pequena introdução aos conceitos das amplitudes espectroscópicas que, apesar da sua importância, não será profundo. Não nos aprofundaremos nesses conceitos devido a sua complexidade, pois para o mesmo ser bem explorado, estaríamos desviando o foco do nosso presente trabalho.

No capítulo 3 iremos analisar os dados experimentais do sistema que possibilita entender como a reação acontece, vendo quais canais são populados por transferências diretas e quais o são por transferências sequenciais. Além disso, descreve-se como nossos cálculos foram realizados, mostrando os formalismos usados, os potenciais, as amplitudes espectroscópicas e os acoplamentos que foram considerados nos cálculos.



No quarto capítulo iremos mostrar e analisar os resultados. Veremos se os cálculos foram satisfatórios para descrever os dados e se há de fato uma força de emparelhamento entre os nêutrons, que seria observada caso existisse uma preferência dos nêutrons emparelhados, formando um cluster com momento angular intrínseco nulo. Levantaremos a questão de que usando a aproximação de DWBA para realizar os cálculos de transferência sequencial estaríamos cometendo algum erro que pudesse prejudicar as conclusões. Iremos também ver se é possível usar o caminho inverso e usando uma amplitude espectroscópica como parâmetro livre tentaremos obter ela através da seção de choque da reação. Com isso, obteremos um valor para essa amplitude que podemos comparar com os valores calculados pelo NUSHELL [6] a fim de verificar se esse método de obtenção das amplitudes é apropriado ou não. Também tentaremos entender o uso dos fatores de escala no passado para descrever as seções de choque em reação que envolviam transferência.

No capítulo 5 iremos apresentar nossas conclusões sobre o trabalho e apontar algumas perspectivas de futuros trabalhos.

## Capítulo 2.

### Formalismos teóricos

#### 2.1. Teoria de espalhamento

Iremos estudar a teoria quântica de espalhamento em detalhes. Como ponto inicial tentaremos encontrar uma fórmula geral para a função de onda do sistema através da equação de Schrödinger.

$$H\psi = E\psi. \quad (1)$$

Considerando que tanto o projétil ( $p$ ) quanto o alvo ( $a$ ) possuem estrutura interna, cujos graus de liberdade podem ser excitados durante a interação, a hamiltoniana do sistema pode ser escrita como:

$$H = h_p + h_a + T_i + V_i, \quad (2)$$

onde:

$h_p$  é a hamiltoniana interna do projétil,

$h_a$  é a hamiltoniana interna do alvo,

$T_i$  é o operador da energia cinética relativa entre os núcleos interagentes,

$V_i$  é a potencial de interação entre os núcleos.

Somando a hamiltoniana interna do alvo e do projétil tem-se a hamiltoniana das estruturas internas dos núcleos, com a seguinte característica.

$$(h_p + h_a)\Phi_i = H_i\Phi_i = \epsilon_i\Phi_i = (\epsilon_p + \epsilon_a)\Phi_i, \quad (3)$$

$$\Phi_i = \Phi_p\Phi_a, \quad (4)$$

com  $\epsilon_a(\Phi_a)$  e  $\epsilon_p(\Phi_p)$  sendo a energia (função de onda) interna do alvo e do projétil respectivamente. Nesta representação esquemática não estão sendo levados em conta os números quânticos das funções de onda que descrevem os graus de liberdade interno dos núcleos. Se eles forem levados em conta, ao invés de um produto simples teríamos um produto tensorial para levar em conta a soma dos momentos angulares do projétil e o alvo. Reescrevendo a equação (1):

$$(H_i + T_i + V_i)\psi = E\psi. \quad (5)$$

Usamos o sub-índice  $i$  para a partição (formas de pares diferentes em que o sistema pode se dividir, mantendo o número de nucleons constante) de entrada. No formalismo acima descrito estamos usando a representação *prior*. Caso o canal de entrada seja diferente do canal de saída, ou seja, caso exista mudança de carga ou massa do projétil ou alvo (por transferência entre núcleos, por exemplo) podemos usar também a representação *post*, onde trocaríamos na equação (5) o sub-índice  $i$  para  $j$ , que representa o canal de saída.

No caso em que não existe potencial entre os núcleos interagentes a solução para equação (5) é a autofunção do estado fundamental de  $H_i$ , multiplicada pela autofunção do operador de energia cinética, que é uma onda plana, já que este não atua nas coordenadas internas:

$$\Theta_i = \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i) \Phi_i. \quad (6)$$

Para resolver a equação (5) iremos multiplicar por  $\Phi_i^*$  e integrar em todas as coordenadas internas dos núcleos interagentes. Tem-se.

$$(E - \epsilon_i - T_i) \int \Phi_i^* \psi d\xi_i = \int \Phi_i^* V_i \psi d\xi_i. \quad (7)$$

Resolvendo essa equação usando a teoria de Green chegamos à solução do tipo:

$$\psi = \Phi_i \left( \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i) + f_{ii}(\theta) \frac{\exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i)}{r_i} \right), \quad (8)$$

onde o primeiro termo é a solução da equação com potencial nulo (solução homogênea) e o segundo termo é o chamado de fonte. Podemos analisar esse resultado e ver que ele já era esperado. Analisando o potencial como um potencial espalhador de curto alcance é razoável esperar um resultado com uma onda plana incidente (primeiro termo), que ainda não sofreu influência do potencial, mais um onda emergente esférica (segundo termo) causada pela atuação do potencial. O coeficiente  $f_{ii}(\theta)$  na frente da onda esférica recebe o nome de amplitude de espalhamento.

Para obter a equação (7), projetamos a equação (5) na função de onda interna  $\Phi_i$ . Com isso obtemos a forma da equação de onda quando só existe espalhamento elástico, pois  $\Phi_i$  é a função interna da onda do canal elástico. Para generalizar a solução podemos projetar a equação (5) em uma função de onda interna  $\Phi_{i'}$  para um canal inelástico e  $\Phi_j$  para um canal de reação (quando a identidade dos núcleos mudam). Fazendo o limite em que as coordenadas relativas entre os núcleos são grandes, aparecem mais dois termos na função de onda:

$$\begin{aligned} \psi = & \Phi_i \left( \exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i) + f_{ii}(\theta) \frac{\exp(i\mathbf{k}_i \cdot \mathbf{r}_i)}{r_i} \right) + \sum_{i' \neq i} \Phi_{i'} f_{i'i}(\theta) \frac{\exp(i\mathbf{k}_{i'} \cdot \mathbf{r}_{i'})}{r_{i'}} \\ & + \sum_j \Phi_j f_{ji}(\theta) \frac{\exp(i\mathbf{k}_j \cdot \mathbf{r}_j)}{r_j}, \end{aligned} \quad (9)$$

Achamos assim uma forma geral para a função de onda. Agora podemos achar uma fórmula para a seção de choque diferencial. O fluxo de probabilidade quântica pode ser calculado por:

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*). \quad (10)$$

Separando o fluxo para um canal arbitrário temos:

$$\hat{\mathbf{r}}_j \cdot \mathbf{j}_j = \frac{\hbar k_j}{\mu_j r_j^2} |f_{ji}(\theta)|^2. \quad (11)$$

Dividindo o fluxo do canal  $j$  pelo fluxo incidente e multiplicando por  $dA = r_j^2 d\Omega$  achamos a seção de choque diferencial do canal  $j$ :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ji} = \frac{\mu_i k_j}{\mu_j k_i} |f_{ji}(\theta)|^2. \quad (12)$$

Esta é a seção de choque diferencial para o sistema passar do canal  $i$  para o  $j$ . Normalmente nos experimentos é usado um feixe não polarizado e na hora da detecção também não é separada a contribuição de cada projeção do momento angular. Por isso é necessário fazer uma média sobre as projeções dos spins iniciais e finais:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ji} = \frac{\mu_i k_j}{\mu_j k_i} \frac{1}{(2J_A + 1)(2J_P + 1)} \sum_{M_A M_P M_{A'} M_{P'}} |f_{ji}(\theta)|^2. \quad (13)$$

Podemos também definir a seção de choque diferencial pela amplitude de transmissão que é definida como [20]:

$$T_{ji} = -\frac{2\pi\hbar^2}{\mu_j} f_{ji}. \quad (14)$$

## 2.2 Método de canais de reação (*coupled reaction channel - CRC*)

Um dos métodos de resolver a equação de Schrödinger para uma reação onde há transferência de nucleons é o método CRC. Para derivar esse formalismo basta usar as equações (7) e (9). Iremos reescrever a eq. (9), para facilitar a escrita, como:

$$\psi = \sum_i \Phi_i(\xi_i) \varphi_i(\mathbf{r}_i) + \sum_j \Phi_j(\xi_j) \varphi_j(\mathbf{r}_j). \quad (15)$$

Inserindo a equação acima na equação (7) temos:

$$\begin{aligned}
& \left( E - \varepsilon_i - T_i - \int \Phi_i^*(\xi_i) V_i \Phi_i(\xi_i) d\xi_i \right) \varphi_i(\mathbf{r}_i) \\
& = \sum_{i' \neq i} \int \Phi_i^*(\xi_i) V_i \Phi_{i'}(\xi_{i'}) \varphi_{i'}(\mathbf{r}_{i'}) d\xi_i \\
& + \sum_j \int \Phi_i^*(\xi_i) (H - E) \Phi_j(\xi_j) \varphi_j(\mathbf{r}_j) d\xi_i.
\end{aligned} \tag{16}$$

Chegamos a uma destas equações para cada  $\Phi_n$  incluído no esquema de acoplamentos. Para podermos entender melhor esse formalismo iremos simplificar a função de onda considerando somente um estado para o canal de saída e um para o canal de entrada. Com isso temos o par de equações:

$$\begin{aligned}
& \left( E - \varepsilon_i - T_i - \int \Phi_i^*(\xi_i) V_i \Phi_i(\xi_i) d\xi_i \right) \varphi_i(\mathbf{r}_i) \\
& = \int \Phi_i^*(\xi_i) (H - E) \Phi_j(\xi_j) \varphi_j(\mathbf{r}_j) d\xi_i,
\end{aligned} \tag{17a}$$

$$\begin{aligned}
& \left( E - \varepsilon_j - T_j - \int \Phi_j^*(\xi_j) V_j \Phi_j(\xi_j) d\xi_j \right) \varphi_j(\mathbf{r}_j) \\
& = \int \Phi_j^*(\xi_j) (H - E) \Phi_i(\xi_i) \varphi_i(\mathbf{r}_i) d\xi_j.
\end{aligned} \tag{17b}$$

Esse par de equações pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
& \left( E - \varepsilon_i - T_i - \int \Phi_i^*(\xi_i) V_i \Phi_i(\xi_i) d\xi_i \right) \varphi_i(\mathbf{r}_i) = \int K_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) \varphi_j(\mathbf{r}_j) d\mathbf{r}_j, \\
& \left( E - \varepsilon_j - T_j - \int \Phi_j^*(\xi_j) V_j \Phi_j(\xi_j) d\xi_j \right) \varphi_j(\mathbf{r}_j) = \int K_{ji}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) \varphi_i(\mathbf{r}_i) d\mathbf{r}_i,
\end{aligned} \tag{18}$$

onde as funções K(kernel) são:

$$\begin{aligned}
K_{ij}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) &= J_{ij} \int \Phi_i^*(\xi_i) (H - E) \Phi_j(\xi_j) d\xi_i, \\
K_{ji}(\mathbf{r}_j, \mathbf{r}_i) &= J_{ji} \int \Phi_j^*(\xi_j) (H - E) \Phi_i(\xi_i) d\xi_j.
\end{aligned} \tag{19}$$

As coordenadas internas sofreram uma transformação, onde  $J_{ij}$  é o jacobiano dessa transformação de variáveis.

Essas funções  $K$  podem ser divididas em dois termos, um chamado de termo de interação e o outro chamado de termo de não-ortogonalidade, que provém do fato de as funções de ondas de partições diferentes não serem ortogonais.

### 2.3 Método de ondas distorcidas (distorted wave Born approximation-DWBA)

A aproximação DWBA é usada quando o acoplamento entre os canais é fraco. Com isso, podemos escrever a função de onda de forma truncada, facilitando os cálculos. Para calcular o primeiro estado do canal de entrada consideramos que a função de onda da equação (15) pode ser truncada usando somente o termo de  $i = 1$ , com isso temos:

$$(E - \varepsilon_1 - T_1)\varphi_1 = \int \Phi_1^* V_1 \Phi_1 \varphi_1 d\xi_1. \quad (20)$$

Para calcular o segundo estado do canal de entrada truncamos agora a função de onda em  $i = 2$  e usamos a função de onda para o canal elástico encontrada resolvendo a equação (20). Podemos seguir com esse procedimento e calcular a função de onda de qualquer canal usando a função de ondas dos canais anteriores. Com isso chegamos à seguinte fórmula recorrente para a equação do canal  $i$ .

$$(E - \varepsilon_i - T_i)\varphi_i = \int \Phi_i^* V_i \Phi_i \varphi_i d\xi_i + \sum_{k=1}^{i-1} \int \Phi_i^* (H - E) \Phi_k \varphi_k d\xi_i. \quad (21)$$

Podemos escrever também a equação acima usando as funções  $K$ :

$$(E - \varepsilon_i - T_i)\varphi_i = \int \Phi_i^* V_i \Phi_i \varphi_i d\xi_i + \sum_{k=1}^{i-1} \int K_{ik}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_k) \varphi_k(\mathbf{r}_k) d\mathbf{r}_k. \quad (22)$$

## 2.4 Reação de transferência

No caso mais geral de reações nucleares, vários canais de reação podem estar abertos energeticamente. O canal elástico sempre está presente. Os estados coletivos mais baixos do espectro de excitação dos íons interagentes são comumente excitados. A teoria de canais acoplados para excitações coletivas pode ser encontrada em detalhes na referência [21]. Por tal motivo não iremos repetir aqui os detalhes do formalismo de canais acoplados no caso de excitações coletivas. No entanto, gostaríamos de ressaltar algumas limitações do referido trabalho. Nele são consideradas exclusivamente as excitações coletivas do alvo. Porém, é fácil generalizar a teoria para o caso em que ambos, projétil e alvo, possuem graus de liberdade coletivos que podem ser excitados durante a interação entre eles. A segunda limitação é que todas as fórmulas são definidas para o caso em que o potencial de interação é representado por fatores de forma de *Woods-Saxon*. No presente trabalho iremos usar potenciais *double folding*. Neste caso, basta substituir as derivadas analíticas do potencial de *Woods-Saxon* fornecidas no trabalho de T. Tamura pelas derivadas primeira e segunda do potencial de *folding* correspondentes à primeira e segunda ordem de interação, respectivamente (primeira e segunda ordem da expansão usando a fórmula de Taylor). No presente trabalho temos como foco o estudo reações nucleares que envolvem transferência de nucleons ou de grupos (clusters) deles. Por isso, iremos estudar as teorias que envolvem esse tipo de reação. Começaremos com o estudo de transferência de uma partícula usando o formalismo de CRC. Depois iremos estudar a transferência de duas partículas. Neste último caso temos três formas que as partículas podem ser transferidas que são:

- Transferência sequencial, onde inicialmente é transferida uma partícula, formando um estado transitório e posteriormente é transferida a segunda partícula. Esta transferência sequencial será investigada com o formalismo de DWBA (*two-step DWBA*).

- Transferência por cluster das duas partículas. Neste formalismo as duas partículas são consideradas como estando unidas, tratadas como se fossem uma só



com momento angular intrínseco nulo, devido à força de emparelhamento entre elas. Usaremos o formalismo de CRC.

- Transferência simultânea das duas partículas mas sem que exista uma restrição entre elas (com exceção das regras da soma dos momentos). Chamamos esse formalismo de coordenadas independentes. Iremos usar também o formalismo de CRC.

A ocorrência de transferência por cluster ou coordenadas independentes depende de como supomos que as partículas transferidas interagem entre si. No entanto, a transferência sequencial pode ocorrer junto com qualquer uma dessas outras duas, como um fenômeno de segunda ordem. Por isso, ao calcularmos a seção de choque de um determinado canal é necessário somar de forma coerente a contribuição da transferência sequencial com a transferência por cluster ou por coordenadas independentes, que segue a regra:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{ji} &\approx \left|f_{ji}(\theta) + f'_{ji}(\theta)\right|^2 \\ &\approx |f_{ji}(\theta)|^2 + |f'_{ji}(\theta)|^2 + 2\text{Re}\left(f_{ji}(\theta)f'_{ji}(\theta)\right)\cos(\vartheta), \end{aligned} \quad (23)$$

onde:

$$\vartheta = \text{actan}\left(\frac{\text{Im}(f_{ji}(\theta))}{\text{Re}(f_{ji}(\theta))}\right) - \text{actan}\left(\frac{\text{Im}(f'_{ji}(\theta))}{\text{Re}(f'_{ji}(\theta))}\right). \quad (24)$$

Para simplificar os cálculos, iremos considerar somente o caso de *stripping* (onde a partícula transferida vai do projétil para o alvo). Para o caso de *pick-up* (o oposto), teríamos que mudar as expansões fractais e a forma de definir as coordenadas do sistema, o que geraria um cálculo muito similar ao caso de *stripping*. Para visualizar as mudanças nas expansões, consulte a referência [22].

### 2.4.1 Transferência de uma partícula.

Para realizar os cálculos de CRC para o caso de uma partícula transferida é necessário que tenhamos um modelo para descrever a função de onda. Começaremos definindo as coordenadas como mostradas na figura 1 abaixo, onde estamos supondo uma reação de *stripping*  $a(= b + x) + A = b + B(= A + x)$ .

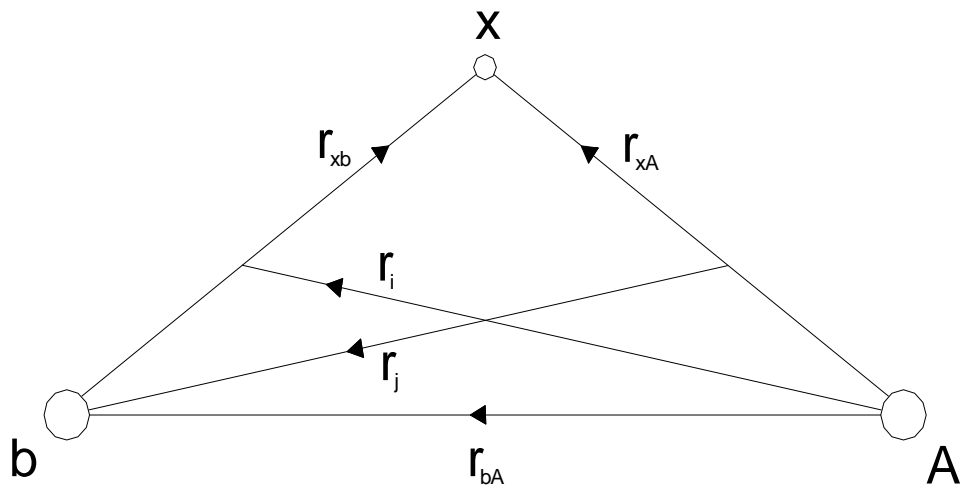


Figura 1. Esquema das coordenadas para a transferência de uma partícula

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{xA} &= J_{ji}^{\frac{1}{3}} \left[ \mathbf{r}_i - \frac{b}{a} \mathbf{r}_j \right], & \mathbf{r}_{xb} &= J_{ji}^{\frac{1}{3}} \left[ \frac{A}{B} \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \right], \\ \mathbf{r}_{bA} &= \frac{1}{A+a} [a\mathbf{r}_i - B\mathbf{r}_j], \end{aligned} \quad (25)$$

onde o Jacobiano da transformação de  $\xi_j = (\mathbf{r}_{xA}, x_j) \rightarrow (\mathbf{r}_i, x_j)$ :

$$J_{ji} = \left[ \frac{aB}{x(a+A)} \right]^3. \quad (26)$$

Reescrevendo a equação (15) como:

$$\psi = \sum_{\tau} \psi_{\tau}(\mathbf{r}_{\tau}, \xi_p, \xi_a), \quad (27)$$

onde

$$\begin{aligned}
& \psi_{\tau}(\mathbf{r}_{\tau}, \xi_p, \xi_a) \\
&= \sum_{LJ_p J J_a M M_J m_p m_a} \Phi_{J_p}(\xi_p) \Phi_{J_a}(\xi_a) i^L Y_L^M(\hat{\mathbf{r}}_{\tau}) \frac{f_{(LJ_p)J J_a}^{\tau J_T}(\mathbf{r}_{\tau})}{r_{\tau}} \\
& \quad \times \langle LMJ_p m_p | JM_J \rangle \langle JM_J J_a m_a | J_T M_T \rangle. \quad (28)
\end{aligned}$$

Nas expressões acima,  $\tau$  foi usado para indicar a partição e  $r_{\tau}$  é a coordenada radial que aponta do alvo para o projétil na partição  $\tau$ .

Nesse caso de transferência de uma partícula podemos escrever as funções internas através da expansão fractal:

$$\begin{aligned}
\Phi_{JM}(\xi_c, \mathbf{r}) &= \sum_{ljl} A_{lsj}^{jIJ} [\vartheta_{l\mu}(\xi_c) \varrho_{lsj}(\mathbf{r})]_{JM} \\
&= \sum_{ljlm\mu m_s m_l} A_{lsj}^{jIJ} Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{r}}) \frac{u_{lsjl}(\mathbf{r})}{r} \vartheta_{l\mu}(\xi_c) \vartheta_s^{m_s} \langle lm_l sm_s | jm \rangle \langle jm l \mu | JM \rangle, \quad (29)
\end{aligned}$$

onde:

$\vartheta_{l\mu}(\xi_c)$  é a função interna do caroço;

$\vartheta_s^{m_s}$  é a função de spin da partícula;

$u_{lsjl}(\mathbf{r})$  é a função radial do movimento relativo do caroço (*core*) e a partícula.

$A_{lsj}^{jIJ}$  são os coeficientes da expansão fractal, que estão relacionados com os fatores espectroscópicos.

A função de *single-particle* é calculada usando um modelo de camadas com um potencial de *Woods-Saxon*. Nós não utilizamos o potencial de harmônico esférico pois este nos fornece funções de onda com um comportamento assintótico não físico, já que estamos usando este modelo para o cálculo de funções de onda

de reação, onde é necessário um comportamento assintótico correto para garantir a superposição (*overlap*) entre as funções de onda da partícula no núcleo inicial e final.

## 2.4.2 Transferência de duas partículas.

### 2.4.2.1 Transferência sequencial.

Na transferência sequencial usamos o método DWBA, já que este é o único formalismo disponível para este tipo de cálculo. Nesse caso podemos definir por quais estados dos núcleos transitórios (ou intermediários) a reação ocorre. Iremos escrever a função de onda considerando 3 partições com um estado em cada. Com isso usando a equação do DWBA, temos:

$$(E - \varepsilon_1 - T_1)\varphi_1 = \int \Phi_1^* V_1 \Phi_1 \varphi_1 d\xi_1, \quad (30a)$$

$$(E - \varepsilon_2 - T_2)\varphi_2 = \int \Phi_2^* V_2 \Phi_2 \varphi_2 d\xi_2 + \int K_{21}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \varphi_1(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1, \quad (30b)$$

$$(E - \varepsilon_3 - T_3)\varphi_3 = \int \Phi_3^* V_3 \Phi_3 \varphi_3 d\xi_3 + \int K_{32}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_2) \varphi_2(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_2 \\ + \int K_{31}(\mathbf{r}_3, \mathbf{r}_1) \varphi_1(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1, \quad (30c)$$

onde usamos o sub-índice 1 para o canal de entrada, 2 para o canal transitório (ou intermediário) e 3 para o canal de saída.

Iremos usar os coeficientes de transmissão para esse caso. O coeficiente de transmissão de segunda ordem no DWBA é [20]:

$$T_{31}^{(2)} = \left\langle \tilde{\varphi}_3^{(-)} \left| K_{32} \tilde{G}_2^{(+)} K_{21} \right| \varphi_1 \right\rangle, \quad (31)$$

onde o  $\tilde{G}_2^{(+)}$  vem da equação (30) quando usamos a equação para escrever  $\varphi_2$  em termos de  $\varphi_1$ .

$$\tilde{G}_2^{(+)} = \left[ E - \varepsilon_2 - T_2 - \int \Phi_2^* V_2 \Phi_2 \varphi_2 d\xi_2 + i\varepsilon \right]^{-1}, \quad (32)$$

e  $\tilde{\varphi}_3^{(-)}$  é a onda distorcida que segue a seguinte equação:

$$(E - \varepsilon_3 - T_3) \tilde{\varphi}_3 = \int \Phi_3^* V_3^* \Phi_3 \tilde{\varphi}_3 d\xi_3. \quad (33)$$

#### 2.4.2.2 Modelo de cluster.

Neste caso usamos o mesmo procedimento empregado para o cálculo da transferência de uma partícula. Porém, para acharmos os números quânticos da função de onda do cluster levamos em conta que o número total de quantas das funções de onda das partícula tem que ser conservado. Utilizamos a seguinte relação [20]:

$$2(N - 1) + l + 2(\eta - 1) + \iota = 2(n_1 - 1) + l_1 + 2(n_2 - 1) + l_2, \quad (34)$$

onde  $N$  e  $l$  são o número quântico principal e o momento angular do cluster com relação ao *core* (caroço), respectivamente.  $\eta$  e  $\iota$  são os números quânticos que descrevem o estado intrínseco dos nucleons que compõem o cluster. No caso de 2 nêutrons transferidos, consideramos que o estado interno do cluster é o 1s, com isso  $\eta = 1$  e  $\iota = 0$ . Também consideramos que os spins dos nêutrons estão antiparalelos o que resulta que o spin do cluster também é nulo. Com isso podemos usar a equação (29) para escrever a expansão fractal. É importante lembrar que agora  $\vartheta_s^{m_s} = \vartheta_0^0$ . Podemos então escrever:

$$\Phi_{JM}(\xi_c, \mathbf{r}) = \sum_{l\mu m_l} A_{l0l}^{lJ} Y_l^{m_l}(\hat{\mathbf{r}}) \frac{u_{l0l}(\mathbf{r})}{r} \vartheta_{l\mu}(\xi_c) \vartheta_0^0 \langle l m_l l \mu | J M \rangle. \quad (35)$$

### 2.4.2.3 Coordenadas independentes.

Nesse caso temos que escrever a expansão fractal de outra forma:

$$\Phi_{JM}(\xi_c, \mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{|j|} B_{lsj}^{j|j} [\vartheta_{l\mu}(\xi_c) \varrho_{12}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho})]_{JM}, \quad (36)$$

onde:

$$\varrho_{12}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_i c_i |(l_1(i), s_1) j_1(i), (l_2(i), s_2); J_{12} T\rangle. \quad (37)$$

O sub-índice  $i$  é usado para levar em conta que diferentes combinações de subcamadas podem ser usadas para formar o mesmo momento angular total.

Fazendo uma transformação do formalismo de acoplamento ( $jj$ ) para o ( $ls$ ) temos:

$$\varrho_{12}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \sum_{i|LSj} c_i |L, (l, (s_1, s_2) S) j; J_{12} T\rangle \zeta_{L(lS)j}^{J_{12} T i}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}), \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{L(lS)j}^{J_{12} T i}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = & \sum_{\lambda} (-)^{l+L+\lambda} \hat{\lambda} \hat{S} \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{j} \hat{\lambda} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & \lambda \\ s_1 & s_2 & S \\ j_1 & j_2 & J_{12} \end{pmatrix} \frac{1 + (-)^{l+s+t}}{\sqrt{2(1 + \delta_{l_1, l_2} \delta_{j_1, j_2})}} W(LlJ_{12}S; \lambda j) \\ & \times \langle [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) Y_l(\hat{\boldsymbol{\rho}})]_{\lambda} | [\varrho_{l_1}(\mathbf{r}_1) \varrho_{l_2}(\mathbf{r}_2)]^{\lambda} \rangle, \end{aligned} \quad (39)$$

e usando a expansão de harmônicos sólidos de Moshinsky [23] temos:

$$\langle [Y_L(\hat{\mathbf{r}}) Y_l(\hat{\boldsymbol{\rho}})]_{\lambda} | [\varrho_{l_1}(\mathbf{r}_1) \varrho_{l_2}(\mathbf{r}_2)]^{\lambda} \rangle$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{n_1 n_2} \binom{2l_1 + 1}{2n_1}^{\frac{1}{2}} \binom{2l_2 + 1}{2n_2}^{\frac{1}{2}} (r)^{l_1 - n_1} \left(\frac{\rho}{2}\right)^{n_1} (r)^{n_2} \left(\frac{-\rho}{2}\right)^{l_2 - n_2} \\
&\quad \times q_{l_1 l_2}^Q(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) (2Q + 1) \widehat{l}_1 \widehat{l}_2 \widehat{l}_1 - \widehat{n}_1 \widehat{l}_2 - \widehat{n}_2 \widehat{l}_1 \\
&\quad \times \sum_{\Lambda_1 \Lambda_2} \begin{pmatrix} l_1 - n_1 & n_2 & \Lambda_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_2 - n_2 & n_1 & \Lambda_2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_1 & L & Q \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Lambda_2 & L & Q \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \times (-)^{l_1 + l_2 + L + \Lambda_2} (2\Lambda_1 + 1)(2\Lambda_2 + 1) W(\Lambda_1 L \Lambda_2 l; Q \lambda) \begin{pmatrix} l_1 - n_1 & n_2 & \Lambda_1 \\ n_1 & l_2 - n_2 & \Lambda_2 \\ l_1 & l_2 & \lambda \end{pmatrix}, \quad (40)
\end{aligned}$$

$$q_{l_1 l_2}^Q(\mathbf{r}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{u_{l_1}(\mathbf{r}_1)^{l_1+1}}{r_1} \frac{u_{l_2}(\mathbf{r}_2)^{l_2+1}}{r_2} P_Q(u) du, \quad (41)$$

onde usamos os polinômios de Legendre e levamos em conta o fato das partículas transferidas terem a mesma massa ( $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r} + \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}$  e  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r} - \frac{\boldsymbol{\rho}}{2}$ ). Deve-se ressaltar que a transformação de Moshinsky se faz necessária pelo fato de que as funções de onda devem ser solução de um potencial de Woods-Saxon (com um comportamento assintótico adequado, como mencionado acima). No entanto, as funções de onda que possuem solução analítica são as do oscilador harmônico. Por isso tem-se o somatório em  $n_1$  e  $n_2$ , sendo que para ter uma boa precisão nos resultados é necessário considerar um grande número de termos dessa expansão.

## 2.5 Amplitude de espalhamento

Uma forma de escrever as amplitudes de espalhamento é usar a matriz  $S$  de espalhamento. Para isso é necessário fazer uma expansão em termos dos polinômios de Legendre, onde ficará a informação da interação nuclear. Teremos também que considerar um termo que leva em conta a interação coulombiana. Esse termo coulombiano é a amplitude de espalhamento de Rutherford que é definida como:

$$F_c = \frac{\eta_0}{2k} \frac{\exp(-2i\eta \ln(\sin(\phi/2)))}{\sin^2(\phi/2)}, \quad (42)$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de Sommerfeld:

$$\eta_\tau = \sqrt{\frac{\mu_\tau(E - Q_\tau - \epsilon_p - \epsilon_a)}{2}} Z_{\tau p} Z_{\tau a} \hbar e^2, \quad (43)$$

$$\mu_\tau = \frac{A_{\tau p} A_{\tau a}}{A_{\tau p} + A_{\tau a}}, \quad (44)$$

e o  $Q_\tau$  é o Q de reação da partição  $\tau$ .

Assim podemos escrever a amplitude de espalhamento de um canal de saída  $(J'_p, J'_a)$  como:

$$f_{ji}(\theta) = \delta_{J'_p J_p} \delta_{J'_a J_a} F_c(\theta) + \sum_{L'} C_{m' M' m M}^{L'} P_L^{m'+M'-m-M}(\cos(\theta)), \quad (45)$$

onde os coeficientes da expansão em polinômios de Legendre tem a informação sobre a interação nuclear da reação e são dados pela seguinte expressão:

$$\begin{aligned} C_{m' M' m M}^{L'} &= \sum_{L J J' J_T} \langle L 0 J_p m | J m \rangle \langle J m J_a M | J_T M_T \rangle \langle L' M' L' J' p m' | J' M' l' + m \rangle \langle J' M' l' + m J'_a M' | J_T M_T \rangle \\ &\times \frac{4\pi}{k} \sqrt{\frac{k'\mu}{k\mu'}} e^{i(\sigma_L - \sigma_0)} e^{i(\sigma'_{L'} - \sigma'_0)} \left(\frac{i}{2}\right) [\delta_{\alpha\alpha'} - S_{\alpha\alpha'}^{J_T}] \sqrt{\frac{2L+1}{4\pi}} Y_C(L', M_{L'}), \end{aligned} \quad (46)$$

onde  $Y_C(L', M_{L'})$  são os coeficientes de  $P_L^{|M|}(\cos(\theta))e^{iM\phi}$  em  $Y_L^M(\theta, \phi)$ ,  $\sigma_L$  são os deslocamentos de fase colombianos e  $\alpha$  ( $\alpha'$ ) se refere ao conjunto de parâmetros  $L J_p J_a k \mu$  ( $L' J'_p J'_a k' \mu'$ ).

## 2.6 Amplitudes Espectroscópicas.



As amplitudes espectroscópicas são de extrema importância quando estamos trabalhando com reações de transferências. Elas são escritas como:

$$E = \sqrt{S}, \quad (47)$$

onde  $S$  é o fator espectroscópico e  $E$  é a amplitude espectroscópica. Iremos usar o fator espectroscópico no desenvolvimento deste trabalho.

O fator espectroscópico para uma partícula transferida é definido como:

$$S = \frac{|\langle \psi^{A\nu J} | \alpha_k^+ | \psi^{A+1\nu' J'} \rangle|^2}{(2j+1)}, \quad (47a)$$

ou

$$S = \frac{|\langle \psi^{A-1\nu J} | \tilde{\alpha}_k | \psi^{A\nu' J'} \rangle|^2}{(2j'+1)}, \quad (47b)$$

onde o índice  $\nu$  leva em conta as diferentes possibilidades de se ter o momento angular  $J$ .  $\alpha_k^+$  e  $\tilde{\alpha}_k$  são os operadores de criação e aniquilação, nas formas tensoriais, de um núcleon na subcamada  $k$ .

Existem duas regras de soma para esses fatores, uma para o caso onde é retirado um nêutron e outra para onde ele é adicionado. Elas são as seguintes:

$$\sum S = \langle n_k \rangle, \text{ para o caso de retirada um nucleon,} \quad (48a)$$

$$\sum \frac{(2J+1)}{(2J'+1)} S = (2j+1) - \langle n_k \rangle, \text{ para o caso de adicionar um nucleon,} \quad (48a)$$

onde  $\langle n_k \rangle$  é o número médio de nucleons na subcamada  $k$ , que tem como valor máximo  $(2j+1)$ .

Obter as relações entre os fatores espectroscópicos e os coeficientes fractais é uma tarefa difícil, mas podemos simplificar para o caso onde só existe uma subcamada envolvida. Nesse caso podemos achar a relação:

$$S = n |A_{tsj}^{jJ}|^2, \quad (49)$$

onde  $n$  é o número de nucleons na subcamada. Esse caso se aplica bem para casos como  $^{51}\text{V} \rightarrow ^{50}\text{T}$ , onde a subcamada  $f_{7/2}$  pode ser usada como espaço de valência dos núcleos.

Para os outros casos é necessário um cálculo que envolva o estudo da estrutura dos núcleos para se obter as amplitudes (ou fatores) espectroscópicas. Para o caso de duas partículas transferidas a situação é ainda mais complicada, e muitas vezes nem mesmo se usa o termo amplitude espectroscópica para o caso de dois nucleons. Por exemplo, no código NUSHELL é usado o termo amplitude de transição de dois nucleons. Pelo fato do presente trabalho não ter como foco o estudos dessas amplitudes, vamos nos restringir a esse estudo superficial dessas quantidades.

## 2.7 Potencial de São Paulo

O potencial de São Paulo [3,4] é um potencial de dupla convolução que usa a distribuição de matérias nos núcleos para descrever a interação nucleon-nucleon. Ele se destaca pelo fato de não ter nenhum parâmetro livre e de obter ótimos resultados no estudo de reações nucleares.

O potencial nuclear é um potencial não local, e para tratar este fato o potencial de São Paulo considera uma dependência de energia do potencial e assim transforma um potencial não local em um potencial local com dependência energética.

$$V_{NL}(\mathbf{R}, \mathbf{R}') \rightarrow V_{LE}(\mathbf{R}, \mathbf{E}) = V_N e^{-\frac{4v^2}{c^2}}, \quad (50)$$

onde  $v$  é a velocidade relativa entre os núcleos,  $c$  é a velocidade da luz e  $V_N$  é o potencial do dupla convolução.

Esse potencial de dupla convolução usa a distribuição de matéria dos núcleos em consideração e tem a forma:

$$V_N(\mathbf{R}) = \int \rho_1(\mathbf{r}_1)\rho_2(\mathbf{r}_2)V_{NN}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2, \quad (51)$$

onde  $\rho_i$  são as densidades de matéria dos núcleos interagentes e  $V_{NN}$  é a interação efetiva nucleon-nucleon. Usamos como a interação efetiva a aproximação:

$$V_{NN}(\mathbf{R} - \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) = V_0\delta(\mathbf{R} - \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2), \quad (51)$$

com  $V_0 = -456\text{MeVfm}^3$ . Com isso reduzimos a integral da equação (51) de 6 para 3 variáveis. Essa aproximação é a aproximação de alcance zero devido ao uso do delta de Dirac.

Para descrever a densidade de matéria é usada a função de dois parâmetros de Dirac:

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R_0)/a}}, \quad (52)$$

onde foi adotado um valor para  $a$  de 0,56 fm e  $R_0 = 1,31A^{1/3} - 0,84$  fm.

Esse é o potencial que usamos para parte real da interação entre os núcleos, exceto para a interação que envolvem um nêutron ou dinêutron. Não utilizamos o potencial de São Paulo nesses casos pois existe um limite para sua utilização reações com núcleos muito leves.

Para a parte imaginária do potencial utilizamos uma aproximação que consiste em modular o potencial de São Paulo por um fator (*strength coefficient*). Muitos estudos foram feitos para se achar um valor padrão desse fator, evitando que este se tornasse um parâmetro livre. Para a partição de entrada esse fator tem um valor de 0,60 [24]. Para as demais partições é utilizado um valor padrão de 0,78. Esses valores foram encontrados através de uma sistemática envolvendo um grande número de reações [25]. A explicação para se usar valores diferentes para a partição de entrada e as demais é porque geralmente nesse canal já é explicitamente nos cálculos a maioria dos estados para os núcleos dessa partição, diminuindo assim a perda de fluxo devido ao truncamento do espaço (Feshbach) utilizados. Isto justifica que a parte imaginária do potencial seja menor para essa partição.

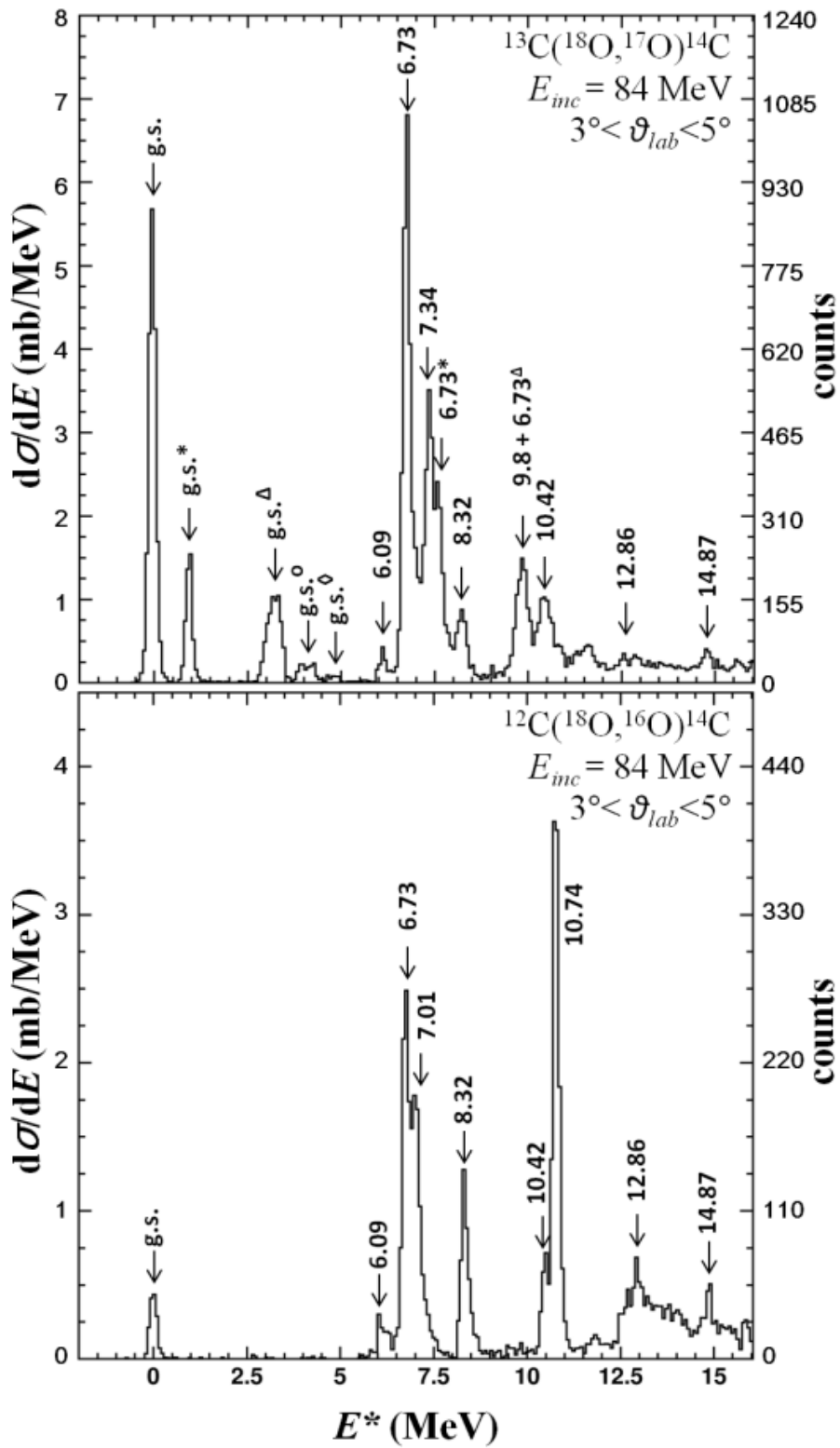
Para as casos onde não podemos usar o potencial de São Paulo, usaremos um potencial o tipo *Woods-Saxon*, bastante utilizado em reação nucleares.

## Capítulo 3

### Descrição dos cálculos

Fizemos cálculos para as reações de transferência  $^{13}\text{C}(^{18}\text{O},^{17}\text{O})^{14}\text{C}$  e  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  para a energia de incidência do projétil  $^{18}\text{O}$  de 84 MeV, no sistema de laboratório. Para realizar estes cálculos utilizamos o código computacional FRESCO [1,2]. Como já mencionado, usamos dois formalismos nos cálculos, o do CRC e o do DWBA com a aproximação de alcance finito, com o formalismo prior para os potenciais de interação. Usamos o método de DWBA em vez do CRC para fazer os cálculos de dois passos, pois desta forma podemos escolher quais as formas com que as transições irão ocorrer (a partir de regras de seleção e evidências experimentais), evitando assim alguns problemas de convergências e erros numéricos em nossos cálculos. Isto também diminui o tempo dos cálculos, porém este não foi o principal motivo para limitar quais transições podem ocorrer. Também fizemos um teste usando o formalismo de DWBA para a transferência de dois nêutrons no modelo de cluster para testar a validade desse formalismo em na reação.

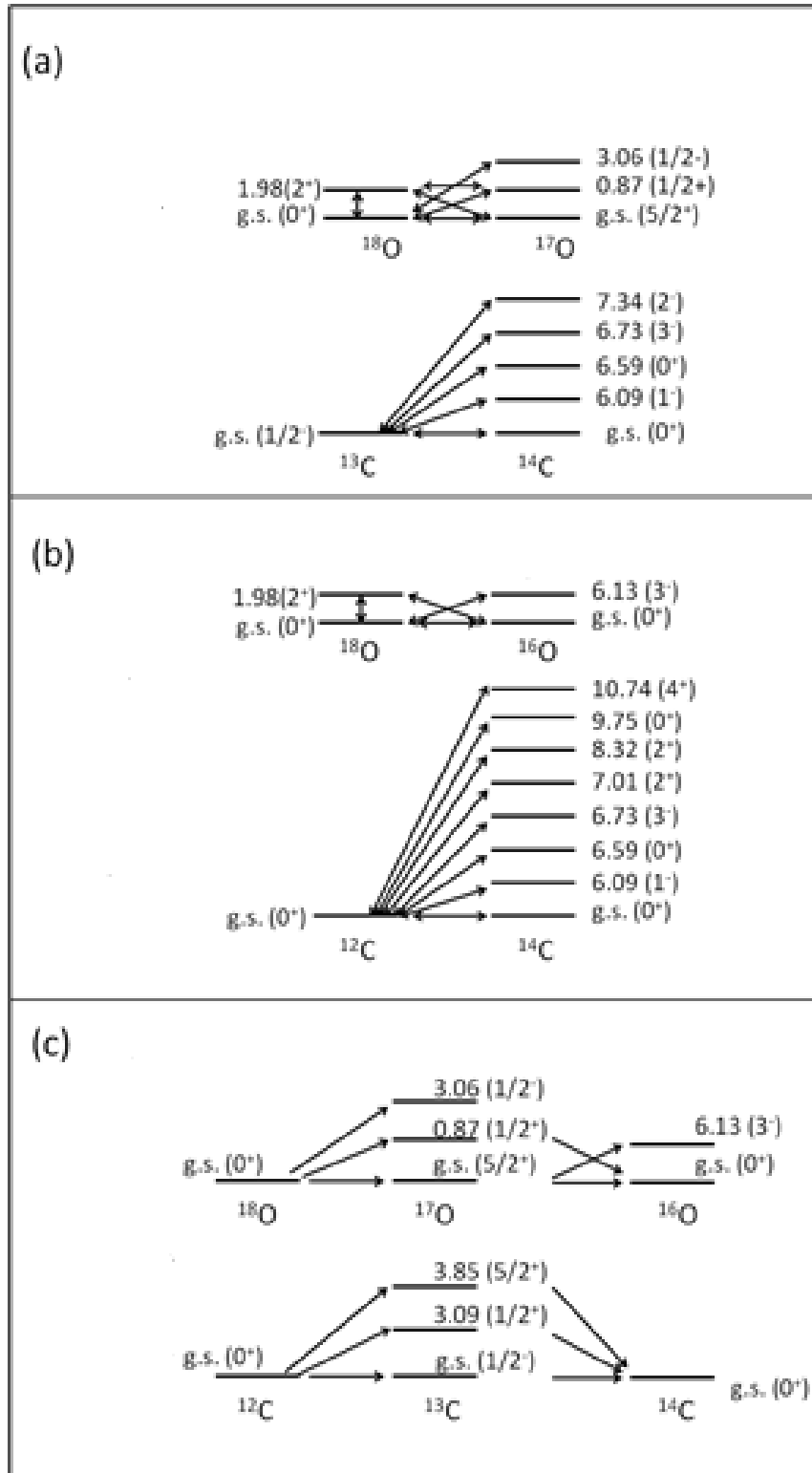
Um grupo do Istituto Nazionale di Fisica Nucleare - Laboratori Nazionali del Sud em Catania-Itália obteve dados experimentais para esse sistema [26]. Foi obtido experimentalmente o espectro do  $^{14}\text{C}$  para analisar como seus estados são populados, conforme se mostra na figura 2 abaixo.



**Figura 2.** Espectro de energia para a transferência de um (parte superior) e dois (parte inferior) nêutrons. O asterisco, triângulo, círculo e losango representam, respectivamente, a transição com a excitação do projétil  $^{17}\text{O}$  para os estados 0,87, 3,05, 3,84 e 4,55 MeV.

Nos espectros de energia é possível verificar quais estados são populados pela transferência de dois nêutrons e quais são populados pela transferência de um nêutron para o  $^{14}\text{C}$ . Similar ao obtido nas referências [9,27-29], verifica-se que a configuração dominante dos estados  $2^+$  em 7,01 e 8,32 MeV e  $4^+$  em 10,74 MeV é a de dois nêutrons na camada *sd* acoplados a um *core* de  $^{12}\text{C}$  com spin  $0^+$ . Para chegar a esta conclusão basta comparar os espectros das figuras 2a e 2b. Observe-se que os picos referentes aos estados  $2^+$  e  $4^+$  mencionados acima aparecem no espectro de transferências de dois nêutrons, mas não são observados no espectro de transferência de 1 nêutron do  $^{17}\text{O}$  para  $^{14}\text{C}$  (que corresponderia à parte final da transferência sequencial de dois nêutrons), ou esses picos são muito fracos na figura 2a. Isto se deve ao fato de que se consideramos que os dois nêutrons transferidos fecharem a camada *p*, o estado terá spin nulo. A outra possibilidade seria que só um nêutron estivesse na camada *sd*, formando um estado de uma partícula e um buraco. Mas, isso geraria um sinal negativo para o spin do estado nuclear, devido ao buraco na camada *p* (que tem paridade negativa). Existem configurações mais complexas que podem resultar no spin desses estados do  $^{14}\text{C}$ , porém a única energeticamente consistente é a do *core*  $^{12}\text{C}$  com spin  $0^+$  mais os dois nêutrons na camada *sd*. Estes estados só podem ser populados pela transferência de um nêutron para o  $^{14}\text{C}$ , no caso em que considerarmos uma reação de dois passos, onde um passo seria a transferência de um nêutron para a camada *sd* e o outro seria a excitação de um nêutron da subcamada  $1p_{1/2}$  para uma das camadas *sd*. Verificamos que esse processo é suprimido consideravelmente na reação (veja a figura 2a). Como se vê da figura 2a, os estados do  $^{14}\text{C}$  com energia de excitação de 6,73 MeV ( $3^-$ ) e 7,34 MeV ( $2^-$ ) são muito prováveis de ser excitados mediante a transferência de um nêutron. Isto corresponde a uma configuração de partícula única que pode ser escrita da forma:  $[(^{13}\text{C}_{g.s.})^{1/2^-} \otimes (1d_{5/2})^{5/2^+}]^{2^-, 3^-}$ . Um resultado similar foi obtido para a reação de stripping de um nêutron  $^{13}\text{C}(d, p)^{14}\text{C}$  [27,30]. Iremos focar nosso estudo nos estados fundamental, no  $2^+$  a 8,32 MeV e no  $4^+$  a 10,74 MeV. Desta forma, fica mais claro nossa hipótese de que o processo sequencial pode ser tratado como uma reação de segunda ordem, onde o processo de transferência direta tem maior importância. Iremos provar esta hipótese através de cálculos.

A figura 3 mostra um resumo dos acoplamentos que foram considerados nos cálculos de transferência de um nêutron (a), de transferência direta de dois nêutrons (b) e de transferência sequencial de dois nêutrons (c).



**Figura 3.** Esquema dos acoplamentos utilizados para a transferência de um nêutron (a), para a transferência direta de dois nêutrons (b) e para a transferência sequencial de dois nêutrons (c).



Em nossos cálculos usamos como a parte real do potencial *bare* o potencial de São Paulo (SSP). No caso do  $^{18}\text{O}$  e  $^{17}\text{O}$  fizemos uma alteração na difusividade de matéria padrão que é utilizada nesse potencial de 0.56 fm para 0.61fm. Essa alteração foi feita segundo os estudos realizados na utilização do SSP nesses núcleos [31-33]. Para todos os outros núcleos utilizamos o modelo padrão de difusividade do SSP.

Como já foi mencionado, existe um limite para a utilização do SPP reações que envolvam núcleos muito leves (no nosso caso a interação é entre um núcleo e uma ou duas partículas). Por isso um potencial do tipo *Woods-Saxon* foi usado para criar as funções de onda *single-particle*. Os parâmetros usados nestes potenciais estão na tabela 1. A profundidades destes são ajustadas para descrever a energia de separação de um nêutron (para o caso ( $^{13}\text{C},^{14}\text{C}$ )) ou de dois nêutrons (para o caso da transferência tipo cluster de dois nêutrons). Ao realizarmos o cálculo de coordenadas independentes fazemos a aproximação de meia energia que consiste em considerar que cada nêutron tem metade da energia de separação de dois nêutrons [20] e utilizamos esta energia de separação para ajustar a profundidade do potencial. Consideramos também um potencial spin-orbital para a interação das partículas transferidas com o *core*. Acreditávamos inicialmente que pelas partículas transferidas serem muito leves, esses acoplamentos poderiam alterar um pouco nossos resultados, o que posteriormente verificamos não ser o caso.

Core	Raio Reduzido	Difusividade
$^{12}\text{C}$	1,25	0,80
$^{13}\text{C}$	1,25	0,80
$^{16}\text{O}$	1,20	0,60
$^{17}\text{O}$	1,25	0,70

**Tabela 1.** Parâmetros utilizados nos potencial Woods-Saxon para obter as funções de onda *single-particle*.

Para obter as amplitudes espectroscópicas usamos o código computacional NUSHELL [6]. Com este código é possível obter as amplitudes espectroscópicas para a transferência de uma ou duas partículas. O NUSHELL realiza um cálculo

considerando as possíveis configurações para o modelo de camadas que os núcleos podem assumir para descrever a função de onda dos sistemas formados por um *core* mais a(s) partícula(s) no espaço de valência. Com essas funções de onda são calculadas as amplitudes espectroscópicas pelo *overlaps* da mesmas.

Como espaço de valência dos núcleos envolvidos, usamos as subcamadas  $1p_{1/2}, 1d_{5/2}$  e  $2s_{1/2}$ . Expandimos o espaço de valência além da camada  $p$  pois assim é possível obter os valores dos spins dos estados estudados. Como potencial de interação usamos o ZBM modificado [7,8]. Nossa escolha de espaço de valência e potencial para descrever esses núcleos se respalda nos resultados que conseguimos para descrever o espectro de energia de excitação dos núcleos envolvidos. Com essa configuração, as energias dos estados foram determinados com um erro médio de 600 KeVs. As amplitudes espectroscópicas obtidas com estas configurações, usando o código NUSHELL, condizentes com as das referências [34,35], estão mostradas nas tabelas 2 e 3 para o caso da transferência de um e dois nêutrons, respectivamente.

<b>Estado inicial</b>	<b>J</b>	<b>Estado final</b>	<b>Amplitude Espectroscópica</b>
$^{18}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	$d_{5/2}$	$^{17}\text{O}_{g.s.}(5/2^+)$	+1.305
$^{18}\text{O}_{1.98}(2^+)$	$d_{5/2}$	$^{17}\text{O}_{g.s.}(5/2^+)$	-0.929
	$s_{1/2}$		-0.666
$^{18}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	$s_{1/2}$	$^{17}\text{O}_{0.87}(1/2^+)$	+0.566
$^{18}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	$p_{1/2}$	$^{17}\text{O}_{3.06}(1/2^-)$	-0.929
$^{17}\text{O}_{g.s.}(5/2^+)$	$d_{5/2}$	$^{16}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	+0.972
$^{17}\text{O}_{0.87}(1/2^+)$	$s_{1/2}$	$^{16}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	+0.975
$^{17}\text{O}_{g.s.}(5/2^+)$	$p_{1/2}$	$^{16}\text{O}_{6.13}(3^-)$	-0.718
$^{13}\text{C}_{g.s.}(1/2^-)$	$p_{1/2}$	$^{14}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	+1.291
$^{13}\text{C}_{g.s.}(1/2^-)$	$p_{1/2}$	$^{14}\text{C}_{6.59}(0^+)$	-0.412
$^{13}\text{C}_{3.09}(1/2^+)$	$s_{1/2}$	$^{14}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	-0.296
$^{13}\text{C}_{3.85}(5/2^+)$	$d_{5/2}$	$^{14}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	-0.496

**Tabela 2.** Amplitudes espectroscópicas obtidas com o código NUSHELL, utilizadas no cálculo das transferências de um nêutrons. Para todos os *overlaps* não listados aqui consideramos a amplitude espectroscópica igual a 1.

Estado inicial	$j_1 j_2$	$J_{12}$	Estado final	Amplitude Espectroscópica
$^{18}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	$(p_{1/2})^2$	0	$^{16}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	+0.241
	$(d_{5/2})^2$			-0.871
	$(s_{1/2})^2$			-0.367
$^{18}\text{O}_{1.98}(2^+)$	$(d_{5/2})^2$	2	$^{16}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	+0.641
	$d_{5/2} s_{1/2}$			+0.638
$^{18}\text{O}_{g.s.}(0^+)$	$p_{1/2} d_{5/2}$	3	$^{16}\text{O}_{6.13}(3^-)$	+0.801
$^{12}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	$(p_{1/2})^2$	0	$^{14}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	+0.913
	$(s_{1/2})^2$			+0.209
	$(d_{5/2})^2$			+0.351
$^{12}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	$(p_{1/2})^2$	0	$^{14}\text{C}_{6.59}(0^+)$	+0.292
	$(s_{1/2})^2$			-0.935
	$(d_{5/2})^2$			-0.201
$^{12}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	$d_{5/2} s_{1/2}$	2	$^{14}\text{C}_{7.01}(2^+)$	+0.913
	$(d_{5/2})^2$			+0.408
$^{12}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	$d_{5/2} s_{1/2}$	2	$^{14}\text{C}_{8.32}(2^+)$	+0.408
	$(d_{5/2})^2$			-0.913
$^{12}\text{C}_{g.s.}(0^+)$	$(p_{1/2})^2$	0	$^{14}\text{C}_{9.75}(0^+)$	+0.286
	$(s_{1/2})^2$			+0.286
	$(d_{5/2})^2$			-0.915

**Tabela 3.** Amplitudes espectroscópicas obtidas com o código NUSHELL, utilizadas no cálculo das transferências de dois nêutrons. Para todos os *overlaps* não listados aqui consideramos a amplitude espectroscópica igual a 1.

Temos que destacar o fato do estado com energia 10,74 MeV não estar na tabela 3. Esse estado não é possível de ser descrito usando este espaço de valência. Para descreve-lo seria necessário considerar camadas superiores à camada *sd*. Porém, se assim procedêssemos, nossos resultados para os outros estados seriam muito piores. Por esse motivo decidimos limitar o espaço de valência onde conseguimos boa descrições para a maioria dos estados e para esse estado que não conseguimos descrever, fizemos a aproximação de que essa transição aconteceria através da configuração  $(d_{5/2})^2$ . Como esta é a única configuração no espaço de valência em que essa transição é possível, consideramos a amplitude espectroscópica como sendo 1.

Nos cálculos de dois nêutrons pelo formalismo de cluster, usamos todas as amplitudes espectroscópicas como 1, com exceção para a transição do estado excitado  $2^+$  do  $^{18}\text{O}$  para o estado fundamental do  $^{16}\text{O}$ , onde usamos o valor -0,32,

obtido da literatura [36]. Para os casos em que consideramos as amplitudes como 1, nossa justificativa é que estamos desconsiderando por completo qualquer tipo de configuração dos dois nêutrons que gera o cluster, ou que só são incluídos pares de estados da mesma camada (o número total de quanta é constante dentro de uma camada). Estamos fazendo a aproximação de considerar que só existe uma forma de escrever a função de onda para o *core* mais cluster. Logo não seria necessário expandir a função de onda, simplesmente a reescrevemos como o produto das funções do cluster mais *core*. Com isso a normalização (coeficiente fractal) seria 1.

Para o projétil  $^{18}\text{O}$  e o alvo  $^{12}\text{C}$ , na partição de entrada consideramos a deformação na parte real do potencial *bare* devido aos estados coletivos de excitação. Os parâmetros de deformação de quadrupolo foram obtidos da sistemática [37]. Os parâmetros de deformação nuclear e coulombiano foram considerados iguais.

Como já mencionamos, no caso de transferência de dois nêutrons, é necessário fazer uma soma coerente entre a transferência sequencial e a com o formalismo de cluster ou coordenadas independentes. Isso acaba com um problema de dupla contagem do termo de não ortogonalidade que é calculado em todos os formalismos e poderia causar um erro de dupla contagem nos nossos cálculos.

## Capítulo 4

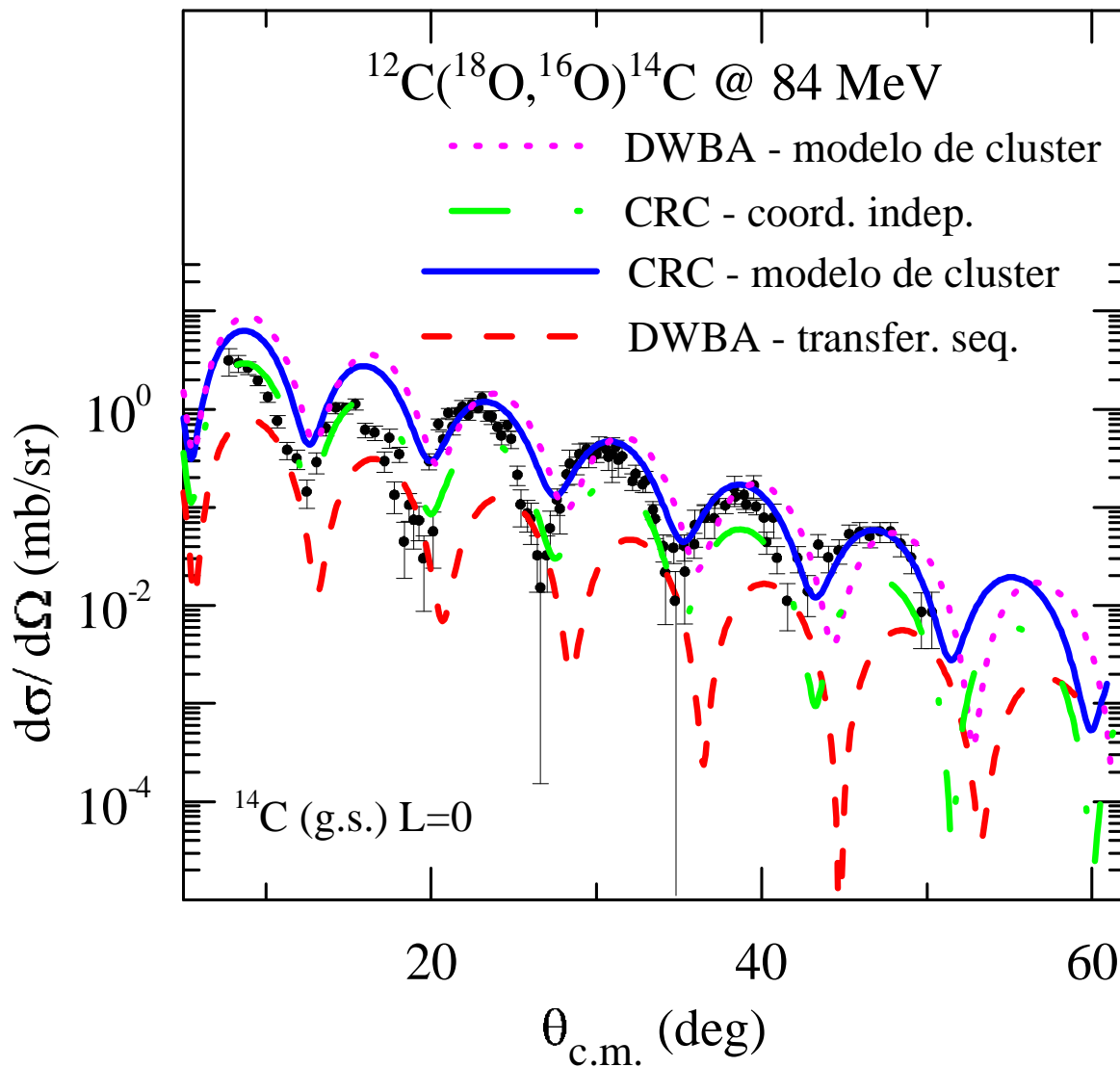
### Discussão dos Resultados

#### 4.1 – Resultados do presente trabalho.

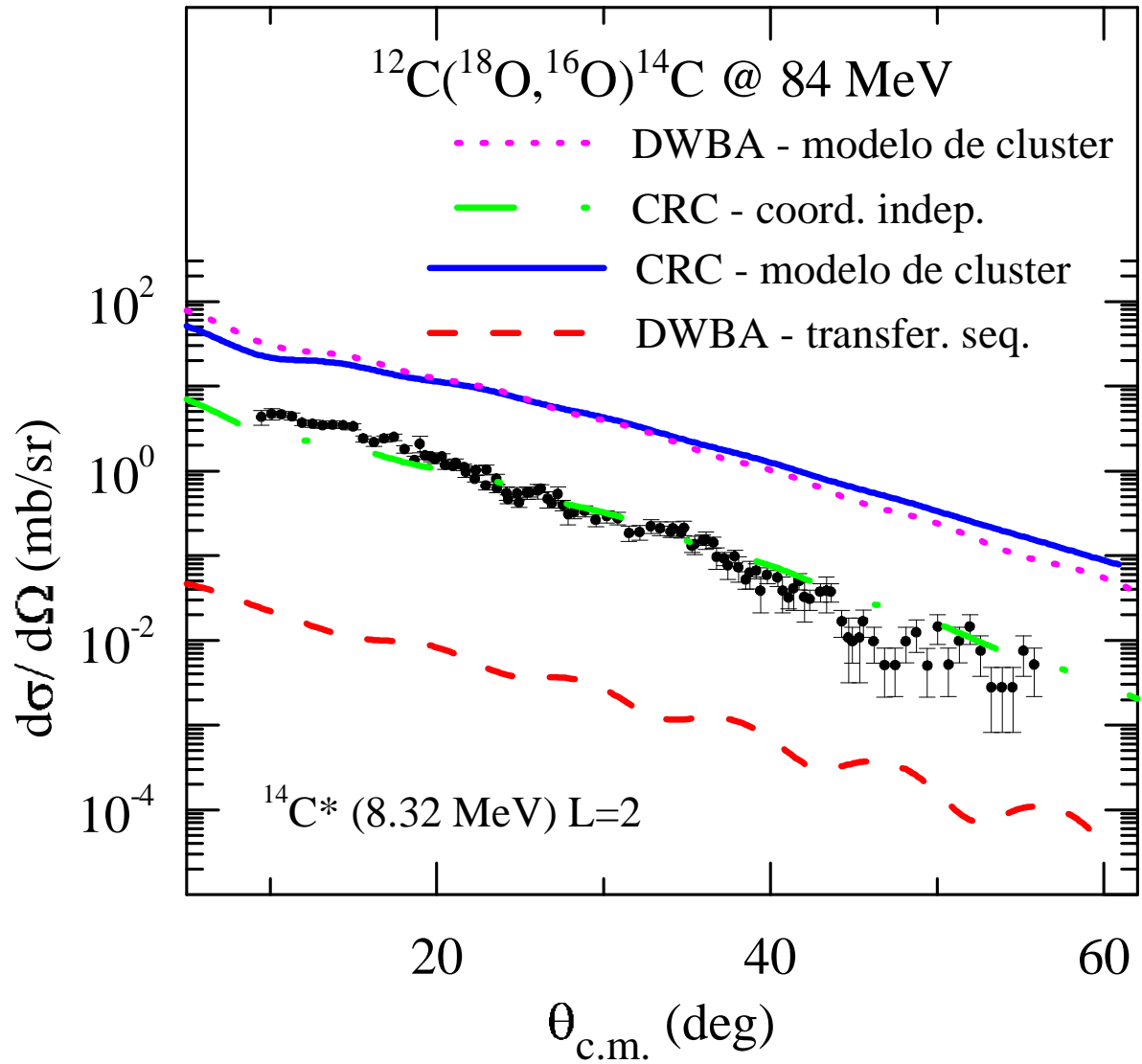
Realizando os cálculos como descrito no capítulo anterior, conseguimos obter as seções de choque dos estados que descrevem muito bem a reação investigada sem o uso do fator de escala usado nos trabalhos anteriores.

Os resultados dos cálculos para as distribuições angulares de transferência de dois nêutrons são apresentados nas figuras da 4 à 6, e para o caso de transferência de um nêutron nas figuras 7 à 9.

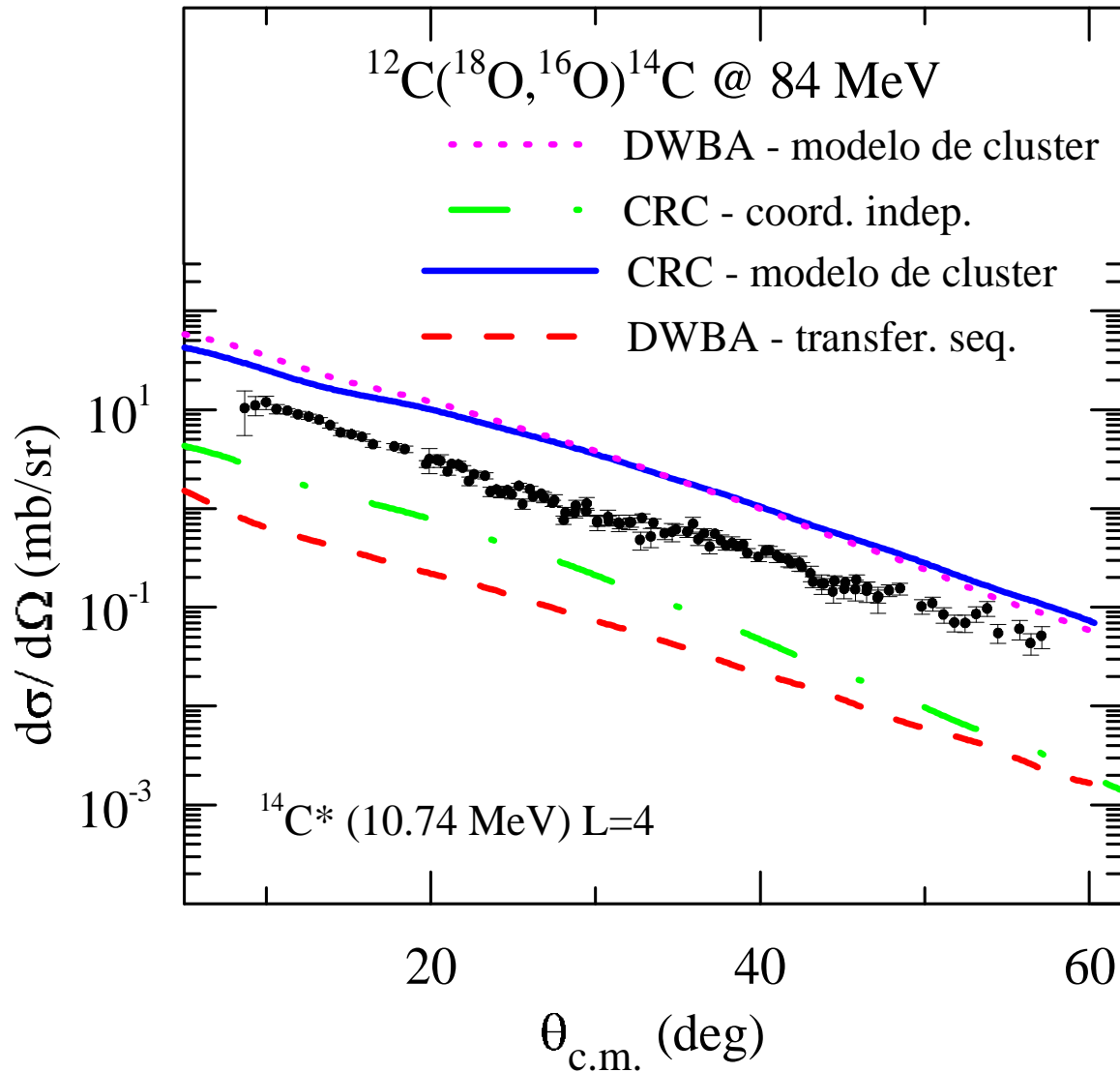
Nas figuras 4 à 6, as curvas pontilhadas (rosas) representam os cálculos usando a DWBA e a representação de *cluster* para o dinêutron; as curvas de traço e ponto (verdes) representam o cálculo usando o método CRC e as coordenadas independentes para os dois nêutrons; as curvas contínuas (azul) foram usadas para representar cálculos de CRC usando o modelo de *cluster* para o dinêutron. Todos estes processos foram considerados em um passo. Por outro lado, a curva tracejada (vermelha) representa a transferência sequencial usando o método DWBA de dois passos.



**Figura 4.** Comparação, para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).

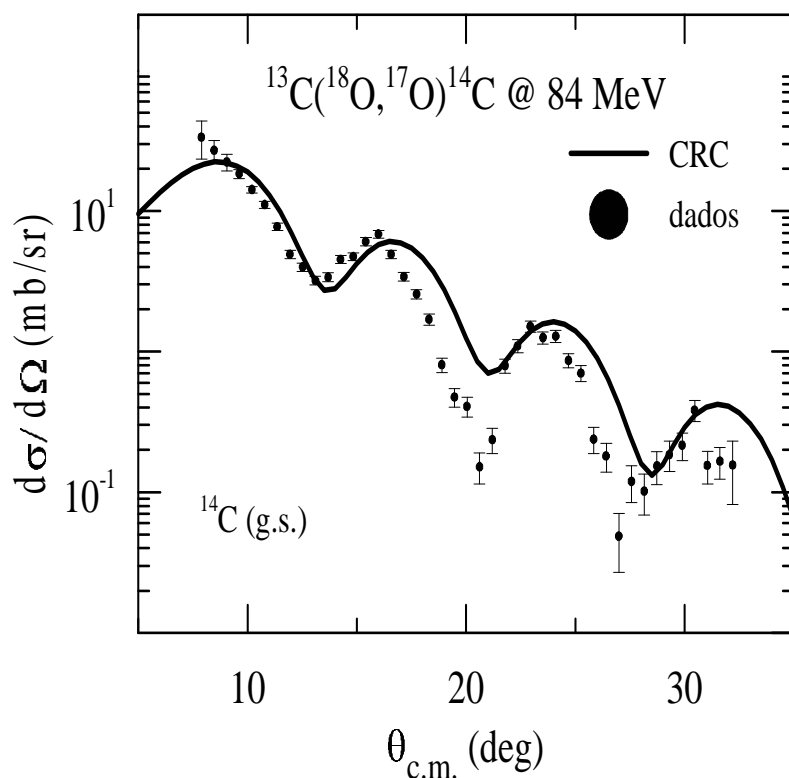


**Figura 5.** Comparação, para o estado de 8,32 MeV do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).

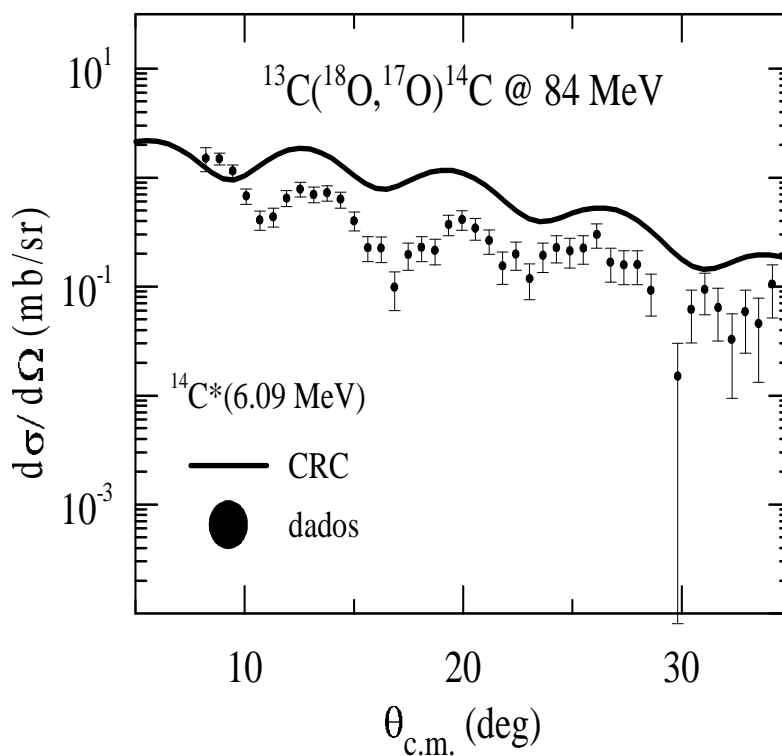


**Figura 6.** Comparação, para o estado de 10,74 MeV do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de dois nêutrons, das seções de choque teóricas obtidas pelos modelos e os dados experimentais (veja o texto para mais detalhes).

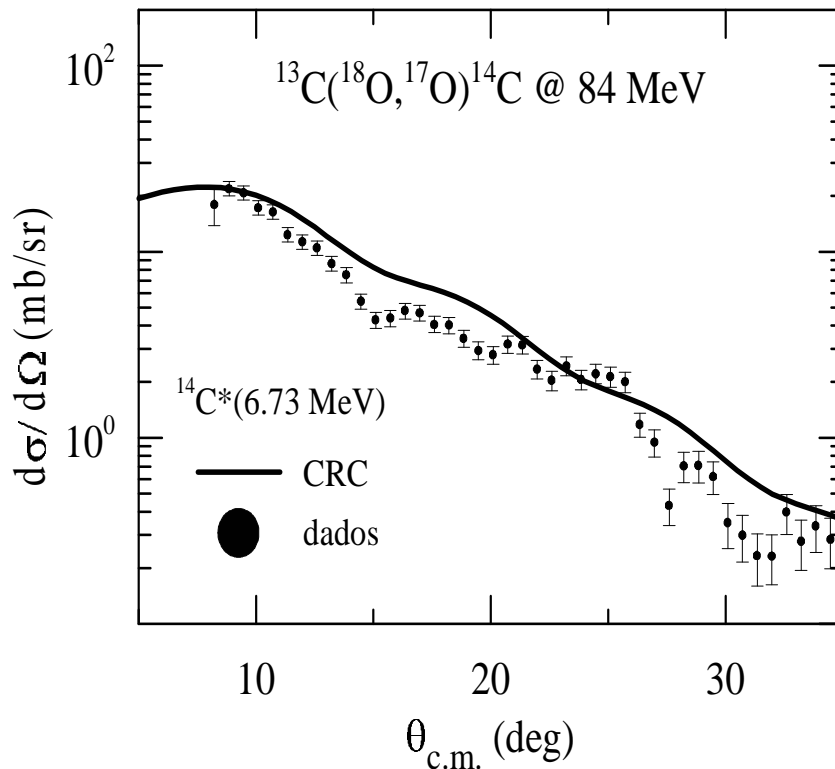




**Figura 7.** Comparação, para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de um nêutron, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.



**Figura 8.** Comparação, para o estado de 6,09 MeV do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de um nêutron, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.



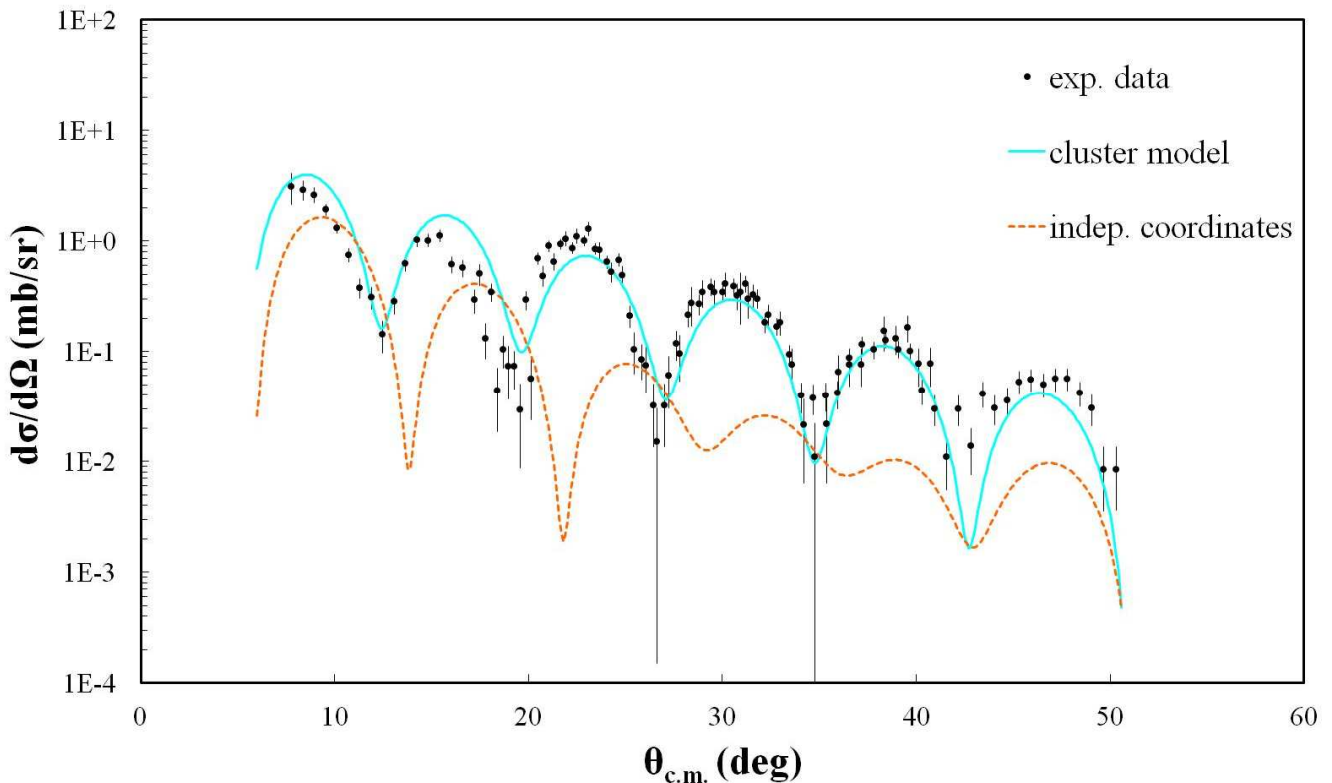
**Figura 9.** Comparação, para o estado de 6,73 MeV do  $^{14}\text{C}$ , do caso de transferência de um nêutron, das seções de choque teóricas com os dados experimentais.

É importante destacar a forma do estado fundamental para o caso de transferências de dois nêutrons. O comportamento oscilante que observamos tanto nos dados experimentais quanto nos teóricos se deve ao fato de que nesse estado o momento angular transferido é zero. Com isso não existe a interferência entre as projeções do momento angular [13], já que a única projeção é zero, o que suavizaria as oscilações das seções de choque, como ocorre nos outros estados. Essa característica também foi observada para a reação  $^{26}\text{Mg}(^{16}\text{O}, ^{14}\text{C})^{28}\text{Si}$  [38] em que uma partícula alfa foi transferida para o estado fundamental do núcleo residual.

Para verificar que poderíamos usar o formalismo de DWBA no caso de transferência sequencial, realizamos o cálculo de uma transferência em um único passo, usando o modelo de cluster com esse formalismo (DWBA). Notamos, observando o estado fundamental (veja a figura 4), que ao usar esse formalismo a seção de choque sofre uma pequena transladação no eixo dos ângulos. Isso pode justificar a defasagem que existe nos nossos cálculos de DWBA para transferência sequencial. O fato de fazermos a aproximação que os estados estão fracamente ligados gera esse comportamento na seção de choque. Apesar de estarmos

conscientes desse erro, ainda consideramos usar esta aproximação de DWBA para o cálculo de transferência sequencial, devido ao fato desse mecanismo ter uma pequena contribuição para a seção de choque total. Como já afirmamos anteriormente, este é um mecanismo de segunda ordem na reação.

Realizando a soma coerente entre os mecanismos de transferência para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$  na reação de transferência de dois nêutrons, obtivemos o resultado mostrado na figura 10 para o caso de modelo de cluster (curva contínua) e de coordenadas independentes (curva tracejada).



**Figura 10.** Comparação entre nossos resultados teóricos e os dados experimentais, considerando a soma coerente das transferências sequenciais e direta (em um único passo).

Antes de realizarmos a soma coerente de ambas as componentes direta e sequencial, observamos que o modelo de cluster era bom para descrever ângulos grandes, mas não para ângulos pequenos. O oposto ocorre com o formalismo de coordenadas independentes. Ao realizarmos a soma coerente da contribuição da parte da transferência sequencial, fica claro que o modelo de cluster é o ideal para descrever esse canal.

O fato do modelo de cluster (onde consideramos que os nêutrons estão antiparalelos resultando num momento angular intrínseco nulo) que usamos ser melhor para descrever os estado fundamental, nos leva a considerar a existência de uma força de emparelhamento entre esses nêutrons, que faz com que esse tipo de configuração seja privilegiada para esse caso.

Para o estado com energia 8,32 MeV observamos que a seção de choque para a transferência sequencial é muito pequena comparada aos outros modelos, sendo portanto desnecessário fazer a soma dessa contribuição para analisarmos esse canal. Lembramos que já esperávamos que essa contribuição fosse pequena, devido às configurações possíveis para formar esse estado, como explicado no capítulo anterior. Para descrever esse canal pelo modelo de cluster seria necessário usar um fator de escala de 0,30. Explicamos essa má descrição pelo modelo de cluster como devida à limitação que impomos nesse caso, pois o fato de limitarmos o momento angular interno a zero impede que um maior número de configurações seja considerada, como por exemplo a configuração  $(d_{5/2}, s_{1/2})$ , que é importante nesse canal. O truncamento da função de onda é responsável pela discordância entre os cálculos e os dados experimentais. Como não temos explicação física para o uso do fator de 0,30 e também pelo entendimento que temos sobre o truncamento do espaço pelo modelo de cluster, fica claro que o melhor modelo para esse canal é o de coordenadas independentes, pois nesse os nêutrons estão livres para assumir as configuração possível.

No estado  $4^+$  observamos que nenhum dos modelos descreve bem os dados experimentais. Isso ocorre devido ao truncamento do espaço usado. Nesse espaço a única configuração para os dois nêutrons que possibilita popular esse estado é a configuração com  $(d_{5/2})^2$ , porém não é possível descrever a energia desse estado com essa configuração. Por esse motivo não temos a amplitude desse canal calculada pelo NUSHELL (por isso não foi colocado na tabela 3). Como aproximação, assumimos que a amplitude espectroscópica valesse um. Para uma descrição mais satisfatória deste canal é necessário levar em conta camadas mais altas do que as que nós restringimos com a escolha do espaço de valência utilizado. A expansão do espaço de valência não foi realizada pois já tínhamos obtido bons resultados para todos os outros estados.

Como conseguimos chegar a um bom resultado para descrever as seções de choque, nos propusemos fazer o processo inverso, isto é, tentar obter as amplitudes espectroscópicas ajustando as seções de choque. Fizemos o teste com o  $^{14}\text{C}$  no estado fundamental, imaginando não saber quais são as amplitudes espectroscópicas para esse estado. Realizamos um cálculo com o modelo de cluster e deixamos essas amplitudes como parâmetro livre. Inicialmente consideramos o caso do cluster com os números quânticos  $N = 2$  e  $L = 0$ , e obtivemos uma amplitude de 0,89, bem próxima do valor calculado pelo NUSHELL, que é de 0,913. Para o caso que se considera a configuração de números quânticos  $N = 3$  e  $L = 0$ , obtivemos o valor de 0,45, que também é próximo do valor de 0,408 obtido com o NUSHELL.

Essa técnica para obter as amplitudes espectroscópicas através da seção de choque possui um problema, que é o fato de cada canal ser influenciado por duas amplitudes espectroscópicas, uma de cada núcleo participante da reação. Isso faz com que dois pares de amplitudes diferentes com o mesmo produto entre elas gerem a mesma seção de choque. Então para se obter, por exemplo, as amplitudes espectroscópicas do estado fundamental do  $^{14}\text{C}$  através de seção de choque da reação  $^{12}\text{C}_{g.s.}(^{18}\text{O}_{g.s.}, ^{16}\text{O}_{g.s.})^{14}\text{C}_{g.s.}$  seria necessário saber a amplitude espectroscópica da transição  $^{18}\text{O}_{g.s.} \rightarrow ^{16}\text{O}_{g.s.}$ . Isto significa que seria necessário saber a priori as amplitudes de um dos núcleos participantes para poder achar a do outro. No entanto, esta técnica continua sendo válida pelo fato da aproximação DWBA ser boa para esse sistema, o que permite encontrar a amplitude de um determinado estado somente analisando a seção de choque e a amplitude espectroscópica desse mesmo estado.

Observando as figuras de transferência de um nêutron vemos que os cálculos são consistentes com os dados experimentais. Na figura 7, transferência para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$ , vemos que as oscilações e a magnitude previstas nos dados experimentais são bem descritas. Na transferência para o estado de energia de 6,09 MeV do  $^{14}\text{C}$ , mostrados na figura 8, a concordância entre a magnitude dos cálculos e dados experimentais não é tão boa, mas ainda é coerente. Também vemos que as oscilações são bem descritas para este caso. Já na figura 9, correspondentes à transferência para o estado de energia 6,73 MeV do  $^{14}\text{C}$ ,

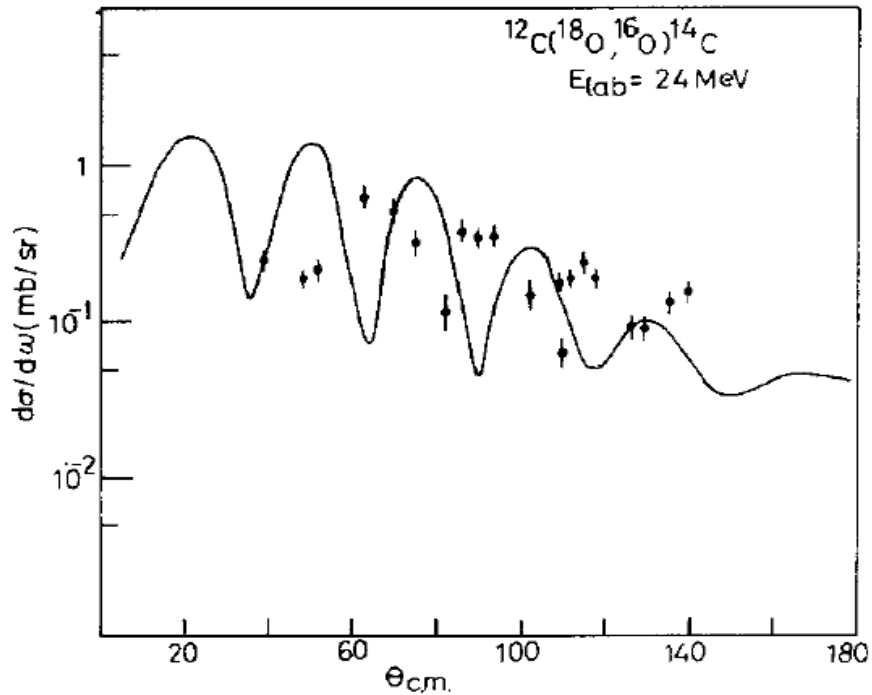
voltamos a observar uma excelente concordância entre a magnitude dos cálculos e dados experimentais. Esses resultados reforçam que utilizamos nos cálculos bons modelos para descrever esses núcleos e também esta reação.

#### **4.2 - Comparação entre os resultados dos nossos modelos e modelos usados no passado.**

Antigamente nos cálculos que envolviam transferência era usado um fator de escala [19,39-44]. Esse fator era multiplicado pela seção de choque obtida nos cálculos e com isso eles conseguiam descrever as seções de choque experimentais. Uma forma usada para analisar se os cálculos eram bons era ver o quanto esses parâmetros estavam perto da unidade, assumindo que quanto mais próximo mais confiável eram os cálculos. Um exemplo desse tipo cálculo se mostra na figura 11 abaixo, onde foi usado um fator de escala de 10.

Em nossos cálculos não necessitamos utilizar esses fatores de escala para descrever a seção de choque. Entre vários motivos que podem ter feito com que esses fatores fossem utilizados anteriormente, destacamos três possibilidades:

- O uso de um potencial não adequado para descrever a reação, pois os potenciais utilizados eram do tipo Woods-Saxon, que ainda é muito utilizado, mas possui 6 parâmetros livres. A escolha desses parâmetros é importante para que o potencial seja fisicamente realista e também para se ter uma boa descrição dos dados experimentais;
- Erros nas aproximações utilizadas nos cálculos, pois naquela época não era possível realizar cálculos computacionais complexos como se fazem atualmente. Desta forma, era necessário considerar aproximações que diminuía o tempo com que esses cálculos eram realizados, fazendo com que estes perdessem precisão.
- As amplitudes espectroscópicas utilizadas, que alteram diretamente o forma e magnitude das seções de choque;

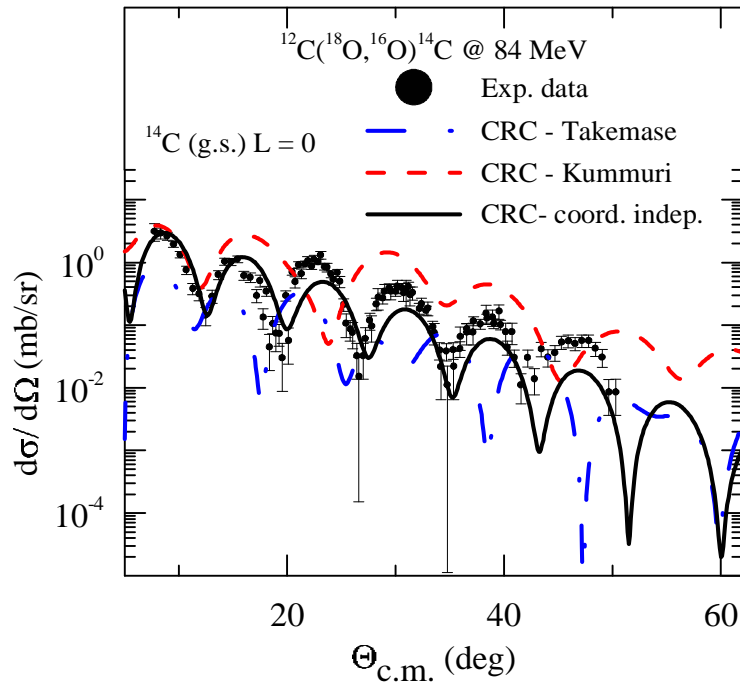


**Figura 11.** Figura retirada do artigo de Kammuri [39]. O autor realizou cálculos de DWBA para a reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  e para comparar os cálculos com as distribuições angulares experimentais o resultado teórico foi multiplicado por um fator de escala de 10.

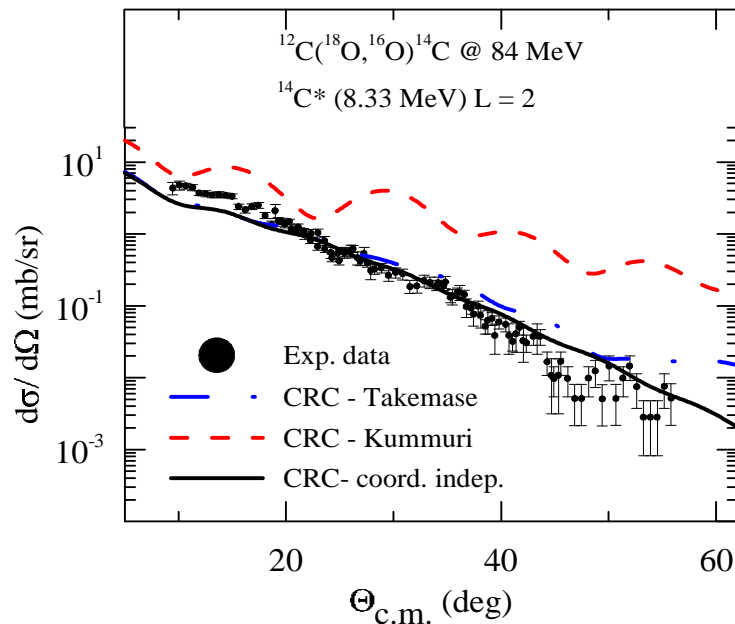
Realizamos um teste comparando os resultados para as seções de choque diferencial de transferência de dois nêutrons, usando o potencial de São Paulo e os potenciais usados por T. Takemasa et al. [40] e T. Kammuri [39] que se mostram na tabela 4 abaixo. O resultados deste teste se encontram nas figuras 12 a 14 para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$  e para os estados excitados  $2^+$  (8.33 MeV) e  $4^+$  (10.73 MeV). Para fazer esta comparação usamos o método CRC com coordenadas independentes para os 2n transferidos. Vemos destas figuras que, apesar das formas das curvas serem distintas, havendo até uma translação dos máximos entre as curvas para o caso do estado fundamental, elas apresentam a mesma magnitude. Logo o uso do fatores de escala não se deve ao potencial *bare* usado para realizar o cálculo de canais acoplados.

	V (MeV)	$r_R$ (fm)	$a_R$ (fm)	W (MeV)	$r_I$ (fm)	$a_I$ (fm)
Takemasa	200	1,28	0,45	10	1,28	0,45
Kammuri	100	1,24	0,45	4	1,24	0,45

**Tabela 4.** Parâmetros do potencial tipo Woods-Saxon utilizados por Takemasa e Kammuri para realizar seus cálculos [39,40].

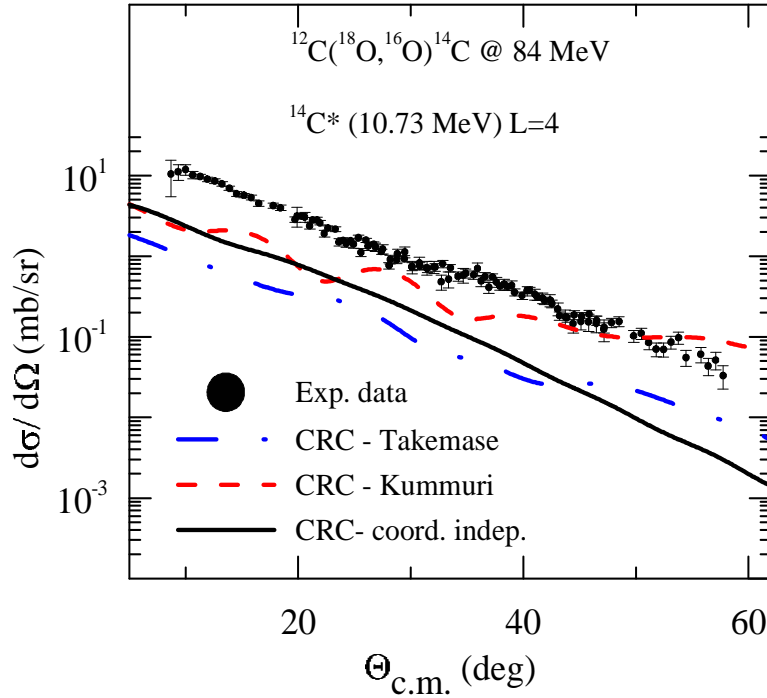


**Figura 12.** Comparação da seção de choque diferencial de transferência de dois nêutrons para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$  através de três cálculos: um usando o potencial de São Paulo, outro com o potencial usado por T. Takemasa et al. e por último com o potencial usado por T. Kammuri.



**Figura 13.** Comparação da seção de choque diferencial de transferência de dois nêutrons para o estado  $2^+$  de energia 8,32 MeV do  $^{14}\text{C}$  através de três cálculos, um usando o potencial de São Paulo, outro com o potencial usado por Takemasa e por último com o potencial usado por Kammuri. Todos os cálculos foram realizados usando o modelo de coordenadas independentes.





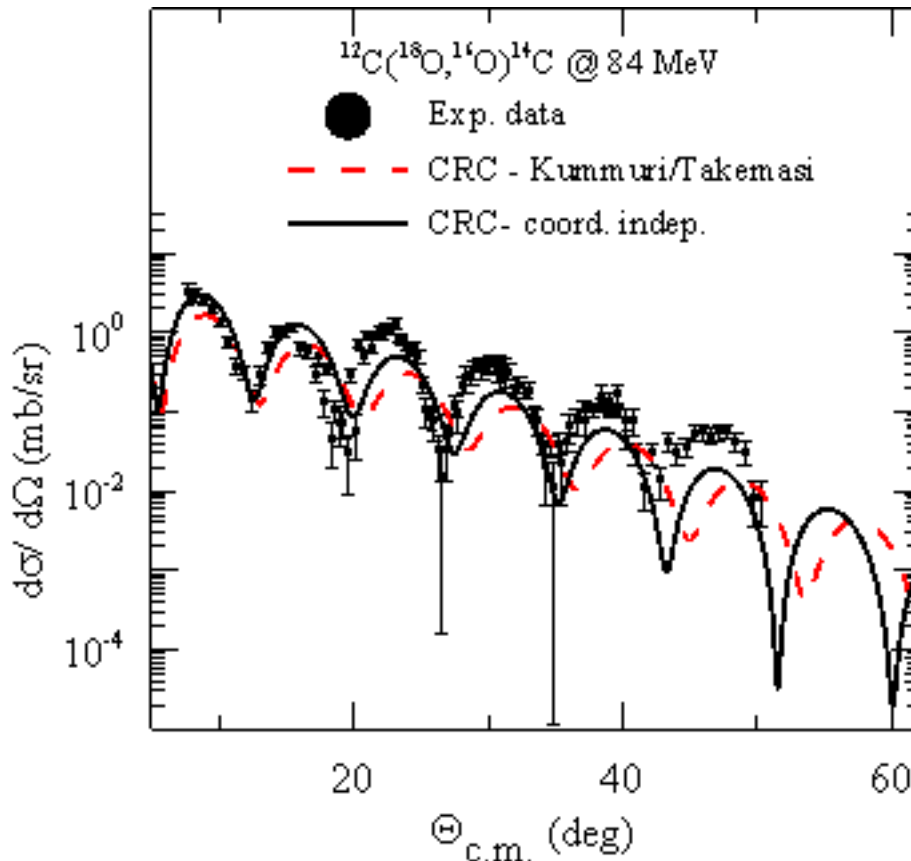
**Figura 14.** Similar à figura 12, mas para o estado  $4^+$  de energia 10,74 MeV do  $^{14}\text{C}$ .

Também observamos neste teste que o potencial utilizado é muito importante, pois ele altera significativamente a forma das curvas obtidas. Na figura 12 se observa que tanto a fase das oscilações, quanto as amplitudes da mesmas dependem do potencial usado para o cálculo da transferência de dois nêutrons para o estado fundamental. Nas figuras 13 e 14 se observa um comportamento oscilatório da distribuição angular de transferência de dois nêutrons para os estados excitados com  $2^+$  e  $4^+$  do  $^{14}\text{C}$ , quando calculado com o potencial de T. Takemasa et al. Este comportamento não é observado nos dados experimentais. Nosso grupo, como diversos outros, tem usado o potencial de São Paulo [3,4] como potencial *bare*. Este é um potencial de dupla convolução que usa densidades realísticas. Só não utilizamos este potencial no caso de interação de dois núcleos (ou um núcleo e uma partícula) leves, o que fazemos no potencial entre os cores e as partículas transferidas nas quais usamos um potencial de *Woods-Saxon* com parâmetros padrões.

Para testar a influência da escolha das amplitudes espectroscópicas, realizamos um cálculo com uma opção de configuração de amplitudes espectroscópicas dada pelo Takemasa [40]. Essa configuração usa como espaço de valência para o  $^{12,14}\text{C}$  a camada p, com amplitudes espectroscópicas 0,685 e 0,394

para as configurações  $(1p_{1/2})^2$  e  $(1p_{3/2})^2$  respectivamente, e para o  $^{18,16}\text{O}$  a camada sd, com as amplitudes espectroscópicas 0,904, 0,347 e 0,248 para as configurações  $(1d_{5/2})^2$ ,  $(2s_{1/2})^2$  e  $(1d_{3/2})^2$  respectivamente. A outra opção de configuração dada pelos autores é bem mais restritiva que esta e como a configuração que usaremos já é bem pobre, em termos de espaço de valência, optamos por ignorar essa outra possibilidade. Outro fato que nos levou a ignorar a outra configuração é a afirmação do Takemasa de que para a configuração que usaremos aqui é necessário um fator de escala maior para descrever a seção de choque. Logo, qualquer influência das amplitudes espectroscópicas iria ser maximizada com essa escolha de configuração.

Novamente, observando os resultados da figura 15, não vemos a necessidade de usar nenhum fator de escala. A descrição da seção de choque piorou usando estas amplitudes espectroscópicas, porém a ordem de grandeza dos cálculos e dados experimentais são condizentes.



**Figura 15.** Comparação dos cálculos para a distribuição angular de transferência de dois nêutrons realizados utilizando a amplitude espectroscópica calculada pelo NUSHELL e a usada por T. Kammuri e T. Takemasa et al. em seus trabalhos. Esta comparação é somente feita para o estado fundamental pois Kammuri e Takemasa só realizaram cálculos de transferência para este estado.

Um detalhe importante nos testes que realizamos é o de que sempre usamos os mesmo acoplamentos. Nos dois artigos que estamos comparando a este trabalho, foram realizados cálculos de DWBA onde só foi levado em conta os estados fundamentais dos núcleos. Acreditamos que essa falta em descrever a reação em todas suas configurações, ou pelo menos as mais prováveis, levou a necessidade do uso do já citado fator de escala. Sabemos que a escolha de não levar em conta outros estados foi devido a problemas computacionais, já que não se tinha um poder de processamento que se tem atualmente.

Utilizar o programa FRESCO [1,2] não é uma tarefa simples. Para se obter resultados confiáveis é necessário fazer vários testes de convergência de parâmetros matemáticos (como o raio e o passo de integração das funções de onda) utilizados para resolver de forma numérica a equação de onda na parte interna, onde o potencial nuclear ainda atua. Quando realizamos cálculos de transferência

aparecem mais alguns desses parâmetros matemáticos. Também é necessário verificar a sensibilidade dos resultados a parâmetros físicos em que temos alguma liberdade de escolha, como no caso da parte geométrica dos potenciais de Woods-Saxon usados para calcular as funções *single-particle*. Caso esse parâmetro influencie consideravelmente os resultados, é necessário fazer um estudo mais detalhado para escolhe-los. No nosso caso testamos esses parâmetros e verificamos que escolhendo um valor no limite da realidade física não altera significativamente os resultados. Aplicar esses modelos de transferência no FRESCO foi uma tarefa árdua, principalmente o formalismo de coordenadas independentes, que era algo novo para nosso grupo de trabalho. Por esse motivo os inputs do FRESCO estão colocados como apêndice.

## Capítulo 5

### Conclusões e Perspectivas

O estudo das reações nucleares que envolvem transferência de nucleons tem sido um desafio, tanto do ponto de vista experimental quanto do teórico. Na parte experimental existe dificuldade para se chegar a uma boa resolução dos dados medidos. Do ponto de vista teórico, as dificuldades são devido à complexidade dos modelos que são necessários para descrever por completo essas reações. Na parte teórica em geral também existem limitações computacionais que impedem que o estudo das reações seja feito de forma completa, sem a necessidade de truncar espaços ou desprezar canais que podem ser importantes para a reação estudada.

Em nosso trabalho conseguimos descrever, sem o uso do fator de escala [19,39-44], a seção de choque para a transferência de dois nêutrons na reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$ . Esse é um grande resultado por si só, pois é a primeira vez que se chegou a uma seção de choque teórica que descreve os dados experimentais sem o fator de escala. As curvas teóricas para a transferência para o estado fundamental, usando o modelo de *cluster*, e para o estado  $2^+$  de energia 8,32 MeV, com o modelo de coordenadas independentes, do  $^{14}\text{C}$ , descrevem muito bem os dados experimentais. Para o caso do estado 10,74 MeV, temos a limitação do espaço de valência que escolhemos para descrever os estados de *single-particle* dos isótopos de carbono.

Além deste expressivo resultado, conseguimos alcançar nosso objetivo de investigar a possível existência de uma força de emparelhamento entre os nêutrons transferidos no caso de transferência para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$ . Para tal usamos o fato do modelo de cluster ser muito superior para descrever a seção de choque do estado fundamental do que o modelo de coordenadas independentes. Isto mostra que existe um vínculo entre os dois nêutrons, impedindo que eles assumam todas as configurações que seriam possíveis para eles (como as vistas no modelo de coordenadas independentes).

Também conseguimos encontrar valores para as amplitudes espectroscópicas próximos aos valores calculados usando o modelo de camadas. Para isso, usando as amplitudes como parâmetros livres, ajustamos a seção de choque aos dados experimentais para a transição para o estado fundamental do  $^{14}\text{C}$  e observamos que é necessário se conhecer a priori as amplitudes do oxigênio (o parceiro de reação, na reação estudada) .

Analizamos cálculos realizados para este mesmo sistema feitos por T. Kammuri [39] e T. Takesama et al. [40] com o objetivo de entender a necessidade do uso dos fatores de escala nos trabalhos destes autores. Nos testes que realizamos ficou claro que, apesar da concordância com os dados experimentais ser pior que a dos nossos cálculos, o potencial *bare* e as amplitudes espectroscópicas utilizadas por eles não são responsáveis pela necessidade do uso desses fatores de escala indesejáveis. Como nos testes realizados sempre utilizamos a mesma configuração de acoplamentos que usamos em nossos cálculos, colocamos como responsáveis pelos fatores de escala, usados por estes autores para descrever o valor absoluto das seções de choque, as aproximações feitas para calcular esta reação. A necessidade, por exemplo, de truncar o espaço de valência do  $^{14}\text{C}$  na camada  $p$ , impede que muitos estados desse núcleo sejam descritos.

A partir dos resultados dos testes realizados usando os potenciais ópticos e as amplitudes espectroscópicas de T. Takemasa et al. e T. Kammuri, conseguimos também visualizar a importância da escolha de um potencial *bare* e das amplitudes espectroscópicas adequados para o sucesso dos cálculos.

Verificamos, ao utilizar como potencial *bare* um potencial de *Woods-Saxon*, com os parâmetros retirados dos artigos destes autores, que apesar de se obter uma ordem de grandeza satisfatória para as seções de choque, os dados experimentais não foram descritos, com uma única exceção para o potencial de Takesama nos dados até o ângulo de  $40^\circ$  do estado  $2^+$  a 8,32 MeV. O potencial de São Paulo, que não tem parâmetros livres, se mostrou muito eficaz para descrever as seções de choque da reação.

Para as amplitudes espectroscópicas temos a mesma situação. A escolha de valores para essas amplitudes pode ser essencial para a descrição dos dados experimentais. Neste trabalho usamos amplitudes calculadas pelo código NUSHELL

[6], que é um código computacional bem estabelecido. Com o código NUSHELL se conseguiu uma boa descrição para os estados excitados dos núcleos envolvidos nas reações investigadas. Para garantir esta descrição, foram comparados os níveis de energia de excitação calculados com os valores experimentais, sendo que o erro médio para os valores das energias dos níveis foi da ordem de 600 keV. Vale a pena ressaltar que, mesmo descrevendo muito bem a maioria dos estados dos núcleos, não foi possível descrever alguns estados com energias de excitação mais alta, como por exemplo o estado de  $4^+$  a 10,74 MeV do  $^{14}\text{C}$ . Isto foi originado pela escolha do espaço de valência usada nos cálculos.

Para a reação  $^{13}\text{C}(^{18}\text{O},^{17}\text{O})^{14}\text{C}$  conseguimos também bons resultados para a descrição das seções de choque. Apesar desta reação não ser o foco do nosso estudo, esse bom resultado reforçou a boa escolha que fizemos para os modelos que descrevem estes núcleos e reação.

As reação do tipo  $(^{18}\text{O},^{16}\text{O})$  se mostrou uma valiosa ferramenta para estudar a existência da força de emparelhamento entre os nêutrons transferidos. Como nossos colaboradores tem realizado experiências para esse tipo de reação, é natural ter como perspectivas a continuação do estudo da força de emparelhamento usando outros alvos, visando um estudo sistemático.

Também há a possibilidade de se estudar ressonâncias gigantes que foram observadas nos isótopos  $^{14,15}\text{C}$ . Estas ressonâncias são devido ao emparelhamento dos nêutrons no contínuo dos núcleos  $^{14,15}\text{C}$ . Logo, seria outro mecanismos para o estudo das forças de emparelhamento entre nêutrons que poderíamos explorar.

## Apêndice A

**Input do FRESCO para a reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  com o modelo de coordenadas independentes.**

18O+C12 2n transfer (coordenadas independentes)

0.05 20.0 0.05 0.0300 3.000 0.13 1.000 20.0 0.00

0.200. -1.0000 F

0 0.0 180. 0.1

0.001 -99 7 1 30

1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1

18-O 17.9992 8.0 3 12-C 12.000 6.0 0.00

0.0 +1 0.0 1 0.0 +1 0.0

1 1 2.0 +1 3.0191

2.0 +1 1.9822 1 1

16-O 15.9949 8.0 8 14-C 14.0032 6.0 0.935

0.0 +1 0.0 3 0.0 +1 0.0

3.0 -1 6.1304 3 1

1 3 0.0 +1 6.5894

1 3 3.0 -1 6.7282

1 3 2.0 +1 7.012

1 3 2.0 +1 8.3179

1 3 0.0 +1 9.746

1 3 4.0 +1 10.74

17-O 16.9991 8.0 1 13-C 13.0034 6.0 -3.0977

2.5 +1 0.0 5 0.5 -1 0.0

1 0 0 18. 12.0 1.06

110 0.00 6.6845

111 0.0 3.0191

1 1 9 1.0 0.0 1.06

110 1.13

111 0.0 2.079 0.0

1 1 9 0.0 0.6 1.06

3 0 0 16. 14. 1.06

3 1 9 1.0 0.0 1.06



3 1 9 0.0 0.78 1.06  
 5 0 0 17. 13.0 1.06  
 6 0 0 17.0 1.2  
 6 1 0 50.0 1.25 0.70  
 6 3 0 6.0 1.26 0.70  
 7 0 0 13.0 1.25  
 7 1 0 50.0 1.25 0.80  
 7 3 0 7.0 1.25 0.65  
 8 0 0 16.0 12.0 1.06  
 8 1 9 1.0 0.78 1.06

0

11 1 3 1 0 1 1 0.5 0.5 6 0 6.0945 1 0 0 1.00  
 12 1 3 1 0 1 2 0.5 2.5 6 0 6.0945 1 0 0 1.00  
 13 1 3 1 0 2 0 0.5 0.5 6 0 6.0945 1 0 0 1.00  
 21 1 3 1 0 1 2 0.5 2.5 6 0 5.1034 1 0 0 1.00  
 22 1 3 1 0 2 0 0.5 0.5 6 0 5.1034 1 0 0 1.00  
 31 1 3 1 0 1 1 0.5 0.5 6 0 9.1597 1 0 0 1.00  
 32 1 3 1 0 1 2 0.5 2.5 6 0 9.1597 1 0 0 1.00  
 41 2 3 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 6.208 1 0 0 1.00  
 42 2 3 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 6.208 1 0 0 1.00  
 43 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 6.208 1 0 0 1.00  
 51 2 3 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 2.9133 1 0 0 1.00  
 52 2 3 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 2.9133 1 0 0 1.00  
 53 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 2.9133 1 0 0 1.00  
 61 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 2.702 1 0 0 1.00  
 62 2 3 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 2.702 1 0 0 1.00  
 71 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 2.0490 1 0 0 1.00  
 72 2 3 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 2.0490 1 0 0 1.00  
 81 2 3 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 1.335 1 0 0 1.00  
 82 2 3 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 1.335 1 0 0 1.00  
 83 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 1.335 1 0 0 1.00  
 91 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 0.838 1 0 0 1.00  
 55 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 2.8439 1 0 0 1.00  
 56 2 3 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 2.8439 1 0 0 1.00  
 101120 1 2 1 6 3 0 0.0 0.0 1 0 0.01 0 0 0  
 11 11 0.24080 12 12 -0.8707 13 13 -0.3667

121140 1 2 1 6 2 0 0.0 2.0 1 0 0.01 0 0 0  
 21 21 0.6412 21 22 0.6378  
 141160 1 2 1 6 1 0 0.0 3.0 1 0 0.01 0 0 0  
 31 32 0.8008  
 161180 1 2 2 6 3 0 0.0 0.0 1 0 0.01 0 0 0  
 41 41 0.913 42 42 0.209 43 43 0.351  
 181200 1 2 2 6 3 0 0.0 0.0 1 0 0.01 0 0 0  
 51 51 0.292 52 52 -0.935 53 53 -0.201  
 201220 1 2 2 6 2 0 0.0 2.0 1 0 0.01 0 0 0  
 61 62 0.913 61 61 0.408  
 221240 1 2 2 6 2 0 0.0 2.0 1 0 0.01 0 0 0  
 71 71 -0.913 71 72 0.408  
 241260 1 2 2 6 3 0 0.0 0.0 1 0 0.01 0 0 0  
 81 81 0.286 82 82 0.286 83 83 -0.915  
 261280 1 2 2 6 1 0 0.0 4.0 1 0 0.01 0 0 0  
 91 91 1.00  
 281300 1 2 2 6 1 0 0.0 3.0 1 0 0.01 0 0 0  
 55 56 1.00  
 0  
 2 1 7 1 1 8  
 1 1 1 101 1.0  
 1 1 2 141 1.0  
 1 3 1 121 -1.0  
 2 1 1 161 1.0  
 2 3 1 181 1.0  
 2 5 1 201 1.0  
 2 6 1 221 1.0  
 2 7 1 241 1.0  
 2 8 1 261 1.0  
 -2 4 1 281 1.0  
 2 1 8 1 0 0  
 0.050 10010 1 30  
 0 1 1  
 84.0

## Apêndice B

Input do FRESCO para a reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  com o modelo de cluster:

```
18O+C12 2n transfer (cluster)
0.05 20.0 0.05 0.0300 2.750 0.13
0.300. -1.0000 F
0 0.0 180. 0.1
0.001 10010 1 30
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1
18-O 17.9992 8.0 3 12-C 12.000 6.0 0.00
0.0 +1 0.0 1 0.0 +1 0.0
1 1 2.0 +1 3.0191
2.0 +1 1.9822 1 1
16-O 15.9949 8.0 7 14-C 14.0032 6.0 0.935
0.0 +1 0.0 3 0.0 +1 0.0
3.0 -1 6.1304 3 1
1 3 0.0 +1 6.5894
1 3 2.0 +1 7.012
1 3 2.0 +1 8.3179
1 3 0.0 +1 9.746
1 3 4.0 +1 10.74

1 0 0 18. 12.0 1.06
110 0.00 6.6845
111 0.0 3.0191
1 1 9 1.0 0.0 1.06
110 1.13
111 0.0 2.079 0.0
1 1 9 0.0 0.6 1.06
3 0 0 16. 14. 1.06
3 1 9 1.0 0.0 1.06
3 1 9 0.0 0.78 1.06
6 0 0 16.0 1.2
6 1 0 60.0 1.20 0.60
7 0 0 12.0 1.25
```

7 1 0 60.0 1.25 0.80

8 0 0 16.0 12.0 1.06

8 1 9 1.0 0.78 1.06

0

1 1 2 1 0 3 0 0.0 0.0 6 0 12.189 1 0 0 1.00

9 1 2 1 0 2 2 0.0 2.0 6 10.2068 1 0 0 1.00

2 1 2 1 0 2 3 0.0 1 3.0 2 6 0 18.3194 1 0 0 1.00

3 1 2 2 0 2 0 0.0 1 0.0 1 7 0 12.416 1 0 0 1.00

4 1 2 2 0 3 0 0.0 1 0.0 3 7 0 5.8266 1 0 0 1.00

5 1 2 2 0 2 2 0.0 1 2.0 4 7 0 5.404 1 0 0 1.00

6 1 2 2 0 2 2 0.0 1 2.0 5 7 0 4.0981 1 0 0 1.00

7 1 2 2 0 3 0 0.0 1 0.0 6 7 0 2.67 1 0 0 1.00

8 1 2 2 0 1 4 0.0 1 4.0 7 7 0 1.676 1 0 0 1.00

0

2 1 7 1 1 8

1 1 1 1 1.0

1 1 2 2 1.0

1 3 1 9 -0.32

2 1 1 3 1.0

2 3 1 4 1.0

2 4 1 5 1.0

2 5 1 6 1.0

2 6 1 7 1.0

-2 7 1 8 1.0

2 1 8 1 0 0

0.050 10010 1 30

0 1 1

84.0

## Apêndice C

**Input do FRESCO para a reação  $^{12}\text{C}(^{18}\text{O},^{16}\text{O})^{14}\text{C}$  com o modelo de transferência sequencial:**

18O+C12 2n sequential transfer

0.05 30.0 0.05 0.0300 1.750 -0.0

0.300. -1.0000 F

0 0.0 180. 0.1

0.01 2 2 2 1 30

1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1

18-O 17.9992 8.0 3 12-C 12.000 6.0 0.00

0.0 +1 0.0 1 0.0 +1 0.0

1 1 2.0 +1 3.0191

2.0 +1 1.9822 1 1

17-O 16.9991 8.0 7 13-C 13.0033 6.0 -3.098

2.5 +1 0.0 8 0.5 -1 0.0

0.5 +1 0.8077 8 1

0.5 -1 3.0553 8 1

2.5 -1 3.8428 8 1

1 8 0.5 +1 3.0894

1 8 1.5 -1 3.6845

1 8 2.5 +1 3.8538

16-O 15.9949 8.0 4 14-C 14.0032 6.0 0.935

0.0 +1 0.0 3 0.0 +1 0.0

3.0 -1 6.1304 3 1

1 3 2.0 +1 8.3179

1 3 4.0 +1 10.74

1 0 0 18. 12.0 1.06

110 0.00 6.6845

111 0.0 3.0191

1 1 9 1.0 0.0 1.06

110 1.13

111 0.0 2.079 0.0

1 1 9 0.0 0.6 1.06

3 0 0 16. 14. 1.06  
 3 1 9 1.0 0.78 1.06  
 6 0 0 16.0 1.2  
 6 1 0 60.0 1.20 0.60  
 7 0 0 12.0 1.25  
 7 1 0 90.0 1.25 0.65  
 8 0 0 17.0 13. 1.06  
 8 1 9 1.0 0.78 1.06  
 9 0 0 17.0 1.25  
 9 1 0 60.0 1.26 0.70  
 9 3 0 6.0 1.26 0.70  
 10 0 0 12.0 1.25  
 10 1 0 90.0 1.25 0.65  
 10 4 0 7.0 1.25 0.65  
 11 0 0 16.0 1.25  
 11 1 0 60.0 1.20 0.6  
 11 3 0 6.0 1.20 0.6  
 12 0 0 13.0 1.25  
 12 1 0 90.0 1.25 0.65  
 12 3 0 7.0 1.25 0.65

0

1 1 2 1 0 1 2 0.5 1 2.5 1 9 0 8.0450 1 0 0 1.00  
 2 1 2 1 0 2 0 0.5 1 0.5 2 9 0 8.8527 1 0 0 1.00  
 3 1 2 1 0 2 1 0.5 1 0.5 3 9 0 11.1003 1 0 0 1.00  
 4 1 2 1 0 1 3 0.5 1 2.5 1 9 0 11.8878 1 0 0 1.00  
 5 1 2 2 0 1 1 0.5 1 0.5 4 10 0 4.9460 1 0 0 1.00  
 6 1 2 2 0 2 0 0.5 1 0.5 5 10 0 1.8566 1 0 0 1.00  
 7 1 2 2 0 2 1 0.5 1 1.5 6 10 0 1.2620 1 0 0 1.00  
 8 1 2 2 0 2 2 0.5 1 2.5 7 10 0 1.0922 1 0 0 1.00  
 17 2 3 1 0 1 2 0.5 1 2.5 1 11 0 4.144 1 0 0 1.00  
 18 2 3 1 0 2 3 0.5 1 2.5 2 11 0 10.2744 1 0 0 1.00  
 19 2 3 1 0 2 0 0.5 0.5 11 0 3.3363 1 0 0 1.00  
 22 2 3 2 0 1 1 0.5 1 0.5 1 12 0 8.177 1 0 0 1.00  
 25 2 3 2 0 2 0 0.5 1 0.5 5 12 0 5.0876 1 0 0 1.00  
 26 2 3 2 0 1 2 0.5 1 2.5 7 12 0 4.3232 1 0 0 1.00  
 27 2 3 2 0 1 2 0.5 1.5 12 0 2.9485 1 0 0 1.00

28 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 12 0 2.9485 1 0 0 1.00  
 29 2 3 2 0 1 2 0.5 1.5 12 0 1.2908 1 0 0 1.00  
 30 2 3 2 0 1 2 0.5 2.5 12 0 1.2908 1 0 0 1.00  
 0  
 2 1 7 1 1 0  
   1 1 1 1 1.212  
   1 1 2 2 0.491  
   1 1 3 3 1.4142  
   1 1 4 4 0.0  
   2 1 1 5 1.0  
   2 5 1 6 1.0  
   2 6 1 7 0.0  
   -2 7 1 8 1.0  
 2 1 8 1 0 0  
 0.050 10010 1 30  
 3 2 7 1 1 0  
   1 1 1 17 1.0  
   1 1 2 18 1.0  
   1 2 1 19 1.0  
   2 1 1 22 -1.2908  
   2 5 1 25 -0.4124  
   2 7 1 26 0.405  
   2 3 5 27 -1.000  
   2 3 5 28 -1.000  
   2 4 7 29 -1.000  
   -2 4 7 30 -1.000  
 3 2 8 1 0 0  
 0.050 10010 1 30  
   0 1 1  
 84.0

## Apêndice D

### Input do FRESCO para a reação $^{13}\text{C}(^{18}\text{O}, ^{17}\text{O})^{14}\text{C}$ :

18O+C13 1n transfer

0.05 30.0 0.05 0.0500 2.00 0.05

0.200. -1.0000 F

0 0.0 180. 0.5

0.001 1 100 9 0 24

1 0 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 1

18-O 17.9992 8.0 2 13-C 13.003 6.0 0.000

0.0 +1 0.0 1 0.5 -1 0.0

2.0 +1 1.9822 1 1

17-O 16.9992 8.0 7 14-C 14.0032 6.0 0.132

2.5 +1 0.0 3 0.0 +1 0.0

0.5 +1 0.8707 3 1

1 3 1.0 -1 6.093

1 3 0.0 +1 6.5894

1 3 3.0 -1 6.7282

1 3 2.0 -1 7.341

0.5 -1 3.06 3 1

1 0 0 18. 13.0 1.06

110 0.00 6.707

1 1 9 1.0 0.0 1.06

110 1.264

1 1 9 0.0 0.6 1.06

3 0 0 17. 14. 1.06

3 1 9 1.0 0.78 1.06

6 0 0 17.0 1.2

6 1 0 60.0 1.26 0.70

6 3 0 6.0 1.26 0.70

7 0 0 13.0 1.2

7 1 0 60.0 1.25 0.65

7 3 0 6.0 1.25 0.65



8 0 0 17.0 13.0 1.06

8 1 9 1.0 0.78 1.06

0

1 1 2 1 0 1 2 0.5 2.5 6 0 8.045 1 0 0 1.00

9 1 2 1 0 2 0 0.5 0.5 6 0 6.0628 1 0 0 1.00

19 1 2 1 0 1 2 0.5 2.5 6 0 6.0628 1 0 0 1.00

2 1 2 1 0 2 0 0.5 0.5 6 0 8.9157 1 0 0 1.00

8 1 2 1 0 2 1 0.5 0.5 6 0 11.105 1 0 0 1.00

3 1 2 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 8.177 1 0 0 1.00

11 1 2 2 0 2 0 0.5 0.5 7 0 2.084 1 0 0 1.00

4 1 2 2 0 1 1 0.5 0.5 7 0 1.5876 1 0 0 1.00

5 1 2 2 0 1 2 0.5 2.5 7 0 1.4488 1 0 0 1.00

6 1 2 2 0 1 2 0.5 1.5 7 0 0.836 1 0 0 1.00

0

2 1 7 1 1 8

1 1 1 1 1.307

1 2 1 9 -0.678

1 2 1 19 -0.940

1 1 2 2 0.566

1 1 7 8 -0.936

2 1 1 3 -1.291

2 3 1 11 1.000

2 4 1 4 -0.412

2 5 1 5 1.000

-2 6 1 6 1.000

2 1 8 1 0 0

0.050 100 8 0 24

0 1 1

84.0

## Referências

- [1] I. J. Thompson, *Computer Physics Reports* **7** 167-212 (1988)
- [2] J. I. Thompson, <http://www.fresco.org.uk>.
- [3] L. C. Chamon, D. Pereira, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro, and D. Galetti, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 5218 (1997).
- [4] L. C. Chamon, B. V. Carlson, L. R. Gasques, D. Pereira, C. DeConti, M. A. G. Alvarez, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro, E. S. Rossi, Jr., and C. P. Silva, *Phys. Rev. C* **66**, 014610 (2002).
- [5] D. Pereira, J. Lubian, J. R. B. Oliveira, D. P. de Sousa, and L. C. Chamon, *Phys. Lett. B* **670**, 330 (2009).
- [6] W. D. M. Rae, <http://www.garsington.eclipse.co.uk/>.
- [7] A. P. Zuker, B. Buck, and J. B. McGrory, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 39 (1968).
- [8] A. P. Zuker, *Phys. Rev. Lett.* **23**, 983 (1969).
- [9] S. Mordechai, H. T. Fortune, G. E. Moore, M. E. Cobern, R. V. Kollarits, and R. Middleton, *Nucl. Phys. A* **301**, 463 (1978).
- [10] P. D. Bond, H. J. Korner, M. C. Lemaire, D. J. Pisano, and C. E. Thorn, *Phys. Rev. C* **16**, 177 (1977).
- [11] M. C. Mermaz, A. Greiner, B. T. Kim, M. A. G. Fernandes, N. Lisbona, E. Muller, W. Chung, and B. H. Wildenthal, *Phys. Rev. C* **20**, 2130 (1979).
- [12] S. Szilner, F. Haas, Z. Basrak, R. M. Freeman, A. Morsad, and M. P. Nicoli, *Nucl. Phys. A* **779**, 21 (2006).
- [13] S. Kahana and A. J. Baltz, in *Advances in Nuclear Physics*, edited by M. Baranger and E. Vogt (Plenum Press, New York, 1977), Vol. 9, pp. 1–122.
- [14] K. S. Low and T. Tamura, *Phys. Rev. C* **11**, 789 (1975).
- [15] C. Olmer, M. Mermaz, M. Buenerd, C. K. Gelbke, D. L. Hendrie,

- J. Mahoney, D. K. Scott, M. H. Macfarlane, and S. C. Pieper, Phys. Rev. C **18**, 205 (1978).
- [16] J. P. Vary and C. B. Dover, Phys. Rev. Lett. **31**, 1510 (1973).
- [17] R. M. Devries and K. I. Kubo, Phys. Rev. Lett. **30**, 325 (1973).
- [18] D. G. Kovar, B. G. Harvey, F. D. Becchetti, J. Mahoney, D. L. Hendrie, H. Homeyer, W. von Oertzen, and M. A. Nagarajan, Phys. Rev. Lett. **30**, 1075 (1973).
- [19] D. H. Feng, T. Udagawa, and T. Tamura, Nucl. Phys. A **274**, 262 (1976).
- [20] G. R. Satchler, Direct Nuclear Reactions (Oxford University Press, New York, 1983).
- [21] T. Tamura, Rev. of Mod., 37 (1965) 679
- [22] T. Tamura, PHYSICS REPORTS (Section C of Physics Letters) 14, No. 2 (1974) 59—96.
- [23] M. Moshinsky, Nucl. Phys. **13** (1959) 104.
- [24] D. Pereira, J. Lubian, J. R. B. Oliveira, D. P. de Sousa, and L. C. Chamon, Phys. Lett. B 670, 330 (2009).
- [25] L. R. Gasques, L. C. Chamon, P. R. S. Gomes, and J. Lubian, Nucl. Phys. A **764**, 135 (2006).
- [26] M. Cavallaro, F. Cappuzzello, M. Bondi, D. Carbone, V. N. Garcia, Physical Review C 88, 054601 (2013)
- [27] R. J. Peterson, H. C. Bhang, J. J. Hamill, and T. G. Masterson, Nucl. Phys. A 425, 469 (1984).
- [28] W. von Oertzen, H. G. Bohlen, M. Milin, Tz. Kokalova, S. Thummerer, A. Tumino, R. Kalpakchieva, T. N. Massey, Y. Eisermann, G. Graw, T. Faestermann, R. Hertenberger, and H.-F. Wirth, Eur. Phys. J. A 21, 193 (2004).
- [29] H. T. Fortune, M. E. Cobern, S. Mordechai, G. E. Moore, S. Lafrance, and R. Middleton, Phys. Rev. Lett. 40, 1236 (1978).

- [30] P. Schumacher, N. Ueta, H. H. Duhm, K.-I. Kubo, and W. J. Klages, Nucl. Phys. A 212, 573 (1973).
- [31] J. F. P. Huiza, E. Crema, A. Barioni, D. S. Monteiro, J. M. B. Shorto, R. F. Simoes, and P. R. S. Gomes, Phys. Rev. C 82, 054603 (2010).
- [32] E. Crema, D. R. Otomar, R. F. Simoes, A. Barioni, D. S. Monteiro, L. K. Ono, J. M. B. Shorto, J. Lubian, and P. R. S. Gomes, Phys. Rev. C 84, 024601 (2011).
- [33] E. S. Rossi, Jr., D. Pereira, L. C. Chamon, C. P. Silva, M. A. G. Alvarez, L. R. Gasques, J. Lubian, B. V. Carlson, and C. De Conti, Nucl. Phys. A 707, 325 (2002).
- [34] J. F. Petersen, D. A. Lewis, D. Dehnhard, H. P. Morsch, and B. F. Bayman, Phys. Rev. Lett. 36, 307 (1976).
- [35] H. T. Fortune and G. S. Stephans, Phys. Rev. C 25, 1 (1982).
- [36] M. C. Lemaire and K. S. Low, Phys. Rev. C 16, 183 (1977).
- [37] S. Raman, C.W. Nester Jr., and P. Tikkanen, At. Data Tables 78, 1 (2001).
- [38] D. Sinclair, Phys. Lett. B 53, 54 (1974).
- [39] T. Kammuri, Nuclear Physics A 259 (1976) 343-364
- [40] T. Takemasa, H. Yoshida, Nuclear Physics A304 (1978) 229-242 ;
- [41] T. Takemasa, T. Tamura, T. Udagawa, Nuclear Physics A321 (1979) 269 -294
- [42] M. C. Mermaz, A. Greiner, B. T. Kim, M. A. G. Fernandes, N. Lisbona, E. Muller, W. Chung, and B. H. Wildenthal, Phys. Rev. C **20**, 2130 (1979).
- [43] J. F. Petersen, D. A. Lewis, D. Dehnhard, H. P. Morsch, and B. F. Bayman, Phys. Rev. Lett. **36**, 307 (1976).
- [44] E. Maglione, G. Pollarolo, A. Vitturi, R. A. Broglia, and A. Winther, Phys. Lett. B **162**, 59 (1985).