



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Thiago Corrêa Almeida

**Estudo dos acoplamentos de breakup do sistema ${}^8\text{B}$
+ ${}^{58}\text{Ni}$ no espalhamento elástico e na Distribuição de
Barreiras Quase Elástica**

Niterói

2013

Thiago Corrêa Almeida

**Estudo dos acoplamentos de breakup do sistema ${}^8\text{B}$
+ ${}^{58}\text{Ni}$ no espalhamento elástico e na Distribuição de
Barreiras Quase Elástica**

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para a obtenção do Título de Doutor em Física.

Orientador:

Prof. Dr. Jesús Lubián Ríos

Niterói

2013

”Tudo que é feito com amor, **SALVA** ,

Mas nem tanto...”

(Dan Juan Nissan Cohen)

A447 Almeida, Thiago Corrêa.

Estudo dos acoplamentos de breakup do sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ no espalhamento elástico e na distribuição de barreiras quase elástica / Thiago Corrêa Almeida ; orientador: Jesús Lubían Ríos. -- Niterói, 2013.

62 p. : il.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal Fluminense, Instituto de Física, 2013.

Bibliografia: p. 58-62.

1.REAÇÃO NUCLEAR.2.ESPALHAMENTO ELÁSTICO(FÍSICA).3.COLISÃO ENTRE ÍON PESADO. 4.POTENCIAL DE POLARIZAÇÃO. I.Ríos, Jesús Lubían, Orientador. II.Universidade Federal Fluminense. Instituto de Física, Instituição responsável. III.Título.

CDD 539.7

Agradecimentos

Em princípio agradeço a Deus por ter me permitido chegar onde cheguei, trilhar os caminhos que percorri e gozar da companhias que até o momento gozei. Todas experiências foram necessárias na construção do indivíduo que sou hoje.

Agradeço imensamente à minha família, meu pai que sempre me serviu de exemplo Luiz Almeida, minha mãe que sempre cuidou de mim e me deu todo o carinho necessário Maria José, meu irmão que durante minha infância sempre foi meu herói e hoje é um grande amigo Luiz Almeida Junior, à minha cunhada Gica e à minha princesinha Bebel, farol de alegria, carinho inocente e restaurador.

Agradeço profundamente ao meu orientador Jesús Lubián. Nestes quase 10 anos de contínua orientação, foi muito mais que apenas um professor orientador. Foi um amigo, um mestre, um exemplo, um conselheiro e acima de tudo um incentivador. Acreditou no meu potencial e me ensinou tudo que eu sei. Soube ser duro nos momentos que me ausentei, mas sem deixar de ser compreensivo e humano com minhas fraquezas e necessidades. Desculpo-me por não ter alçado vãos maiores e por ter te dado tanta preocupação na reta final. E agradeço por toda ajuda, atenção e dedicação na elaboração deste trabalho.

Ao professor Paulo Gomes, pela inigualável didática e cativantes seminários acerca da Física Nuclear.

Um agradecimento especial a todos amigos que me acompanharam nesta jornada, em especial agradeço ao companheiro e padrinho Alberto e ao companheiro Cleidson, e ao xará e amigo Thiago Corrêa Lacerda. Também a todos colegas da pós, em especial aos colegas mais próximo do grupo, com os quais cresci em conjunto, ajudando e sendo ajudado, numa troca contínua de experiências. Vantelfo, Bárbara e Jeannie, cada página deste trabalho só foi possível pela ajuda e companhia de vocês. Também agradeço imensamente ao grande companheiro Denilson, por toda ajuda prestada em relação aos assuntos da área, e também pelas adoráveis

conversas sobre religião. Também agradeço a todos os funcionários do IF-UFF, pois foram responsáveis pela manutenção e harmonia do ambiente que tem sido meu lar desde 2004.

Agradeço também a todos os camaradas que conheci na Sociedade Dionisíaca e na Pratique Poliamor. O convívio com vocês certamente tornou esta jornada muito mais prazerosa e dionisíaca. Baco aprova! Também os rapazes da república onde vivi uma parte dessa trajetória. A zoeira não tem limites, e em muitos momentos me apoiaram e acreditaram em mim, agradeço então a vocês John, Jamáica, Bidu, Playboy, Daniel, Puff, Seu Zé e Clean. Valeu! Obrigado também à Mali, pelas horas e horas me aturando pelo telefone e me perturbando fazendo propostas cheias de segundas intenções

Também preciso agradecer aos irmãos perdidos que encontrei pela vida. Aurelius: apesar dos percalços e desentendimentos que tivemos ao longo da jornada, nada jamais apagará nossa amizade. Em todos os momentos importantes de praticamente a última década você esteve comigo, se não no momento em si, mais tarde desabafando ou rindo das adversidades tomando cerveja num bar. Fábio: nos conhecemos no início da graduação, ambos botafoguenses, ambos poetas. A distância que ficou após sua partida não diminuiu nossa amizade, pelo contrário! Realizamos parceria literária e juntos criamos o Desordem Mental, que agora está completando seu terceiro ano, nos enchendo de orgulho. Admiro demais seu talento, e ainda espero ver nosso pequeno projeto traçar os caminhos dourados para o qual foi destinado, nosso talento merece ser recompensado! Agradeço a vocês meus irmãos pelas confrarias, pelos desabafos, pelo apoio e por terem carregado meus 90kg naquela noite memorável. Também agradeço imensamente a Zé da Catingueira...Inácio da Catingueira pra dizer a verdade.

É preciso, claro, agradecer a este camarada que se tornou meu colega de sala na reta final do meu doutorado. Leo! Uni minha loucura com a dele e criamos um

ambiente de trabalho onde reinou o álcool criativo. Foram garrafas e mais garrafas de vinho, cachaça, vodka, e o que mais tivesse para beber. Tudo era motivo para um brinde, até a tristeza. Agradeço pela companhia nas viradas de noite, nas loucuras, nas risadas e nas cervejas tomadas na orla. Sem sua companhia e apoio eu certamente não teria conseguido. Obrigado cara! Sentirei falta do nosso bar.

Agradeço a todas as mulheres que passaram por minha vida, dando aconchego e carinho, colo e companhia.

E por último, mas não menos importante, ao apoio financeiro fornecido pelo CNPq. Certamente sem ele NADA disso teria acontecido.

Resumo

Neste trabalho estudamos o efeito do processo de *breakup* (a quebra do projétil em dois ou mais fragmentos) na fusão induzido por um projétil que possui um próton fracamente ligado no núcleo. O estudo é realizado através do comportamento da distribuição de barreiras quase elástica do sistema em questão, o ${}^8B + {}^{58}Ni$. A competição entre o canal de *breakup* e as excitações inelásticas e o comportamento dos potenciais de polarização correspondentes são estudados utilizando a poderosa ferramenta de cálculos de canais acoplados discretizados no contínuo. Em nossos estudos concluímos que o potencial repulsivo associado com o *breakup* tem a mesma intensidade que o potencial de polarização atrativo associado com os estados coletivos do alvo, cancelando-se mutuamente quando ambos são levados em conta. Também investigamos os efeitos dos acoplamentos de *breakup* na distribuição angular do espalhamento elástico. Foram realizados cálculos de distribuição angular em diversas energias de colisão e mostramos que nossos cálculos teóricos estavam em excelente acordo com os dados de Aguilera *et al.*. Mostramos também que excitações nucleares do alvo têm fraca influência na distribuição angular elástica, mas que a inclusão de acoplamentos entre estados do contínuo é essencial para reproduzir os dados. Para todos os cálculos utilizamos o código FRESKO. Para descrever o projétil 8B utilizamos um caroço de 7Be associado a um próton, com energias de separação de 0.137 MeV. O único estado ligado deste conjunto é o estado fundamental.

Abstract

In this work the effect of the breakup process on the fusion induced by proton halo projectiles is investigated through the behavior of the quasi-elastic barrier distribution of the system ${}^8B + {}^{58}Ni$. The competition between the breakup channel and the inelastic excitations and the behavior of their corresponding polarization potentials are studied by means of continuum discretized coupled channel (CDCC) calculations. In our studies we concluded that the repulsive potential associated with the breakup has the same intensity as the attractive potential associated with the collective states of the target, canceling each other when both are present. We also investigate the effects of breakup coupling on elastic scattering. We evaluate angular distributions at several collision energies and show that our theoretical results are in excellent agreement with the data of Aguilera *et al.*. We show that nuclear excitations of the target have a weak influence on the elastic angular distributions but that the inclusion of continuum-continuum couplings is essential to reproduce the data. For all calculations we used the FRESKO code. To describe the 8B projectile a core of 7Be plus a proton was used, with separation energy of 0.137 MeV. The only bound state of this set is the ground state.

Lista de Figuras

1.1	Adaptada da Ref.[7]. Figura esquemática do modelo de Rutherford-Bohr para o átomo.	2
2.1	Figura esquemática de um sistema de três corpos (A+b+c). Temos na figura o alvo (A) e o projétil (B) composto pelo caroço (c) e pelo fragmento (b). Temos também na figura as distâncias entre caroço e fragmento, alvo e caroço, alvo e fragmento, e alvo com o centro de massa do projétil.	16
3.1	Exemplo de cálculo para obtenção de convergência através da variação de energia máxima dos pacotes de estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico. Neste exemplo analisamos a convergência variando a energia máxima do pacote de 6 a 10 MeV.	28
3.2	Dados experimentais e cálculo sem canais acoplados da distribuição angular do espalhamento elástico para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$	29
3.3	Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 20,7 e 23,4 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de <i>breakup</i> . A curva cheia além do <i>breakup</i> também considera excitações do alvo.	30

3.4	Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 25,3 e 27,2 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de <i>breakup</i> . A curva cheia além do <i>breakup</i> também considera excitações do alvo.	31
3.5	Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 29,3 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de <i>breakup</i> . A curva cheia além do <i>breakup</i> também considera excitações do alvo.	32
3.6	Distribuição angular do espalhamento elástico para diferentes escolhas de potenciais para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$. Detalhes sobre os potenciais no texto abaixo.	33
3.7	Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 20,7 e 23,4 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (<i>breakup</i> e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.	35

3.8	Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 25,3 e 27,2 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (<i>breakup</i> e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.	36
3.9	Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 29,3 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (<i>breakup</i> e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.	37
3.10	Análise da influência da contribuição dos termos de <i>breakup</i> Coulombiano e Nuclear do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 20,7 MeV.	41
3.11	Análise da influência da contribuição dos Termos de Multipolo da expansão do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 20,7 MeV.	42
3.12	Distribuição de barreiras quase elástica para um cálculo sem acoplamentos (curva cheia) e com o acoplamento do canal de <i>breakup</i> (curva tracejada).	43
3.13	Distribuição de barreiras quase elástica para um cálculo sem acoplamentos (curva preta), com o acoplamento dos estados excitados do alvo (curva vermelha), e com ambos acoplamentos de <i>breakup</i> e dos estados excitados do alvo (curva azul).	44

3.14	Potenciais de Polarização em função da energia do feixe de 8B no sistema de laboratório. Do lado direito temos a parte imaginária do potencial, e do lado esquerdo sua parte real.	46
3.15	Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para várias energias do sistema ${}^6Li + {}^{116}Sn$	49
3.16	Análise da influência da contribuição dos termos de <i>breakup</i> Coulombiano e Nuclear do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para o sistema ${}^6Li + {}^{116}Sn$ em várias energias.	50

Lista de Tabelas

3.1	<i>Parâmetros dos potenciais de interação utilizados.</i>	26
-----	---	----

Sumário

Agradecimentos	i
Resumo	iv
Abstract	v
Lista de Figuras	vi
1 Introdução	1
2 Ferramentas Teóricas	7
2.1 O Formalismo de Canais Acoplados	8
2.1.1 Descrição do Potencial de Interação	8
2.1.2 O Sistema de Equações Acopladas	12
2.2 O Formalismo de Canais Acoplados Para Cálculos de <i>breakup</i> . .	15
2.2.1 Motivação	15
2.2.2 O Formalismo	17
2.3 Potenciais Nucleares e o Potencial de São Paulo	21
2.4 O Método de Distribuição de Barreiras Quase Elástica	22
3 Resultados Teóricos e Análise de Dados Experimentais	25
3.1 Procedimentos de Convergência	27

3.2	Análise da Reação ${}^8B + {}^{58}Ni$	27
3.3	Influências dos Acoplamentos entre os estados do contínuo, e das Contribuições de Multipolo, de <i>breakup</i> Coulombiano e <i>breakup</i> Nuclear	34
3.3.1	Acoplamentos entre Estados do Contínuo	35
3.3.2	Contribuição dos Termos de <i>breakup</i> Coulombiano e Nuclear do Potencial de Interação	38
3.3.3	Contribuição dos Termos de Multipolo da Expansão do Potencial de Interação	40
3.4	Distribuição de Barreiras Quase Elástica	42
3.5	Comportamento dos Potenciais de Polarização	45
3.6	Contribuição dos Termos de <i>breakup</i> Coulombiano e Nuclear do Potencial de Interação e dos Acoplamentos entre Estados do Contínuo para o sistema ${}^6Li + {}^{116}Sn$	47
4	Conclusões e Perspectivas para o Futuro	51
A	Cálculo de Feshbach e o Potencial de polarização	53
	Referências Bibliográficas	58

Capítulo 1

Introdução

Não possuímos um confiável registro de quando na história da humanidade pela primeira vez um homem (ou um antepassado seu) pôs-se a meditar a respeito do que compunha os elementos ao seu redor. No entanto, retornando à Grécia Antiga, por volta de 400 a.C., podemos vislumbrar Demócrito, o filósofo risonho, teorizando sobre uma teoria “atomista”. Segundo sua linha de raciocínio, a matéria não poderia ser dividida *ad infinitum*, pois desta forma chegaríamos ao nada, e do nada seria inviável percorrer o caminho inverso e voltarmos a ter matéria. Sendo assim, deveria haver um elemento indivisível da matéria, o átomo [1]. No entanto, seus contemporâneos preferiam acreditar que a matéria era constituída por misturas de elementos da natureza, como defendia Aristóteles. Esta forma de pensar seguiu até o começo do século XIX, quando Dalton retomou o conceito de átomo para criar a primeira teoria atômica moderna [2], ainda muito simples, mas já era um grande passo. Dalton imaginava átomos maciços, indivisíveis, indestrutíveis e sem carga, e seu modelo foi chamado de modelo atômico da bola de bilhar. Em 1904 Thomson inovou a teoria de Dalton, teorizando o átomo como uma esfera carregada positivamente com corpúsculos negativos espalhados sobre ela, criando assim o modelo do pudim de ameixas [3].

Finalmente em 1911, através da interpretação do famoso experimento do feixe de partículas alfa bombardeando folhas finas de ouro, de Geiger e Marsden [4], Rutherford sugeriu que o átomo fosse constituído de uma carga central positiva rodeada por uma “nuvem” de elétrons [5]. Poucos anos depois Bohr aperfeiçoou o modelo, colocando os elétrons em órbitas circulares ao redor do núcleo, criando então o modelo de Rutherford-Bohr, ou, modelo planetário [6].

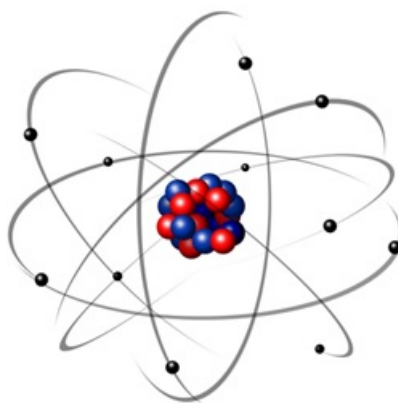


Figura 1.1: Adaptada da Ref.[7]. Figura esquemática do modelo de Rutherford-Bohr para o átomo.

A partir desse modelo muito foi estudado acerca do núcleo, e muitas coisas novas e até mesmo surpreendentes foram sendo aprendidas com o mesmo e as ferramentas da mecânica quântica. Atualmente, conhecemos melhor sua estrutura composta por prótons e nêutrons, a estrutura destes composta por quarks, os orbitais eletrônicos, dentre outras coisas. O estudo de reações de fusão entre núcleos atômicos foi (e ainda é) de suma importância para ajudar-nos a compreender melhor a nucleossíntese estelar, i.e, como foram constituídos os elementos nos primórdios do universo.

Embora alguns digam que a física nuclear teve seu apogeu na metade do século passado, uma análise profunda dos fatos nos leva a uma conclusão diferente. Com

os avanços tecnológicos, aceleradores de partículas mais potentes e mais precisos, temos acesso a dados experimentais de melhor qualidade, o que nos permite descobrir novos fenômenos, ou até mesmo ter visões mais esclarecedoras de comportamentos já bem conhecidos que antes eram considerados como anômalos, aumentando assim o escopo da física nuclear.

Neste trabalho são estudadas reações envolvendo a colisão de dois núcleos. Esta colisão pode ser feita de diversas maneiras, e por conveniência experimental a realizamos acelerando um dos núcleos – que chamamos de projétil – enquanto mantemos o outro parado – o alvo – em relação ao referencial de laboratório. Em geral, para reações de altas energias a colisão é realizada acelerando ambos os núcleos, fazendo com que tenhamos uma velocidade maior no referencial de centro de massa, que é o referencial onde realizamos nossos cálculos. Os produtos provenientes da reação dependerão, dentre outros fatores, do parâmetro de impacto (distância vertical entre o vetor velocidade do projétil e o centro do alvo no infinito) e da energia de bombardeio do feixe do projétil. Dentre os resultados da reação podemos ter diversas situações, como:

a) espalhamento elástico, onde os estados intrínsecos de projétil e alvo permanecem os mesmos, podendo apenas haver mudança na energia cinética dos mesmos;

b) espalhamento inelástico, onde pode haver mudança no estado intrínseco do alvo e/ou do projétil;

c) transferência de nucleons, onde projétil e alvo podem trocar um ou mais nucleons;

d) fusão, onde projétil e alvo se fundem num único núcleo;

e) *breakup*, onde há uma quebra do projétil, podendo os fragmentos desta quebra serem ou não absorvidos pelo núcleo alvo.

Todos estes processos possíveis numa reação nuclear denominamos de canais

de reação. Para núcleos fracamente ligados (*weakly bound*), o canal de *breakup* tem grande importância. Já para núcleos com grande energia de ligação entre os nucleons (*tightly bound*), os canais elástico e inelástico são mais relevantes. Para descrever corretamente a reação nuclear é preciso tratar estes canais concomitantemente, pois a ocorrência dos mesmos é simultânea. Quando a relação entre os canais é fraca, podemos obter uma descrição razoável dos mesmos através de teoria de perturbação. No entanto, quando o caráter coletivo é forte, com forte acoplamento entre os canais, já não é mais possível obter uma descrição satisfatória através de teorias de perturbação, sendo assim precisamos utilizar uma ferramenta que possa tratar de maneira simultânea todos os canais que forem relevantes para o sistema em estudo. Esta ferramenta é o Cálculo de Canais Acoplados (CCA). No formalismo de canais acoplados resolvemos a Equação de Schrödinger para os canais da reação. Embora o número de canais *a priori* seja infinito, não é possível resolver a Equação de Schrödinger para este número infinito de canais, então, avaliamos quais são os canais sem relevância para nossa reação e os truncamos, tendo assim um número finito de canais. Veremos que este truncamento é uma boa aproximação e que dentro do nosso universo de canais considerados, o cálculo é praticamente exato.

Reações nucleares envolvendo núcleos fracamente ligados têm sido extensivamente estudadas nos últimos anos [8]-[11]. Devido ao baixo limiar de quebra, colisões envolvendo sistemas fracamente ligados possuem alta seção de choque de *breakup*. Além disso, o processo de *breakup* afeta também a seção de choque para outros canais de reação, como por exemplo a fusão e o espalhamento elástico [12, 13]. Diversos experimentos com projéteis fracamente ligados estáveis e instáveis tem sido realizados e diversos modelos teóricos tem sido propostos [13]-[18].

Neste trabalho, fizemos uma análise da reação entre o projétil ^8B com o alvo

^{58}Ni em energias próximas da barreira Coulombiana. Nosso projétil é um núcleo radioativo com uma vida média igual a 770 ms, o que torna os experimentos com ele bastante difíceis. Além disso, sua natureza exótica de próton-halo, que dá a ele um raio muito maior do que seria esperado pelo modelo de gota líquida (proporcional à raiz cúbica da massa), o torna um núcleo muito atrativo para estudos. O próton fracamente ligado se mantém preso ao núcleo por uma energia de ligação de 0.137 MeV (cerca de cem vezes menor que a de um núcleo leve estável), conferindo um limiar baixo de quebra, resultando em altas seções de choque de *breakup* para as colisões do sistema. Estudos acerca da estrutura próton-halo do ^8B podem ser encontrados em [19, 20].

Devido a estas características, é de suma importância incluir de alguma forma o *breakup* em qualquer formalismo que busque descrever a reação deste sistema. No entanto, cálculos que incluem o *breakup* possuem uma certa complexidade, pois o processo envolve estados não ligados do fragmento do projétil, resultando numa energia de excitação no contínuo. Além disso, outra dificuldade do *breakup* está em saber a forma dos potenciais que descrevem as interações: fragmento - alvo e fragmento - fragmento. Para se estudar o *breakup* usamos então o método numérico dos canais acoplados discretizados no contínuo (CDCC) [21, 22].

Este trabalho se organiza da seguinte forma. Neste primeiro capítulo abordamos de forma geral a física nuclear, noções básicas de reações nucleares e discutimos a importância do estudo da quebra em reações envolvendo núcleos fracamente ligados. No segundo capítulo nos aprofundamos apresentando as ferramentas teóricas utilizadas, descrevendo o formalismo de canais acoplados e canais acoplados discretizados no contínuo. Também abordaremos brevemente os tipos de potenciais de interação que têm sido utilizados para descrever interações nucleares, e em seguida daremos os conceitos básicos do método de distribuição de barreiras, assim como sua importância. No terceiro capítulo apresentaremos nossos

resultados e detalharemos as configurações de nosso modelo espacial, assim como alguns detalhes do método utilizado para a obtenção de convergência do cálculo. Realizamos um estudo teórico do efeito do canal de *breakup* na distribuição angular elástica usando o método de CDCC, e mostramos como esta distribuição se comporta em relação a acoplamentos entre estados do contínuo, acoplamentos de multipolos e contribuições de interações nuclear e Coulombiana no potencial de interação. Apresentamos também um estudo teórico do efeito do canal de *breakup* na distribuição de barreiras quase elástica, assim como o efeito dos estados excitados do alvo. Apresentamos também, para fins comparativos, estudo realizado acerca da influência das contribuições de *breakup* Coulombiano e Nuclear e dos acoplamentos entre estados do contínuo para o sistema ${}^6\text{Li} + {}^{116}\text{Sn}$, que apresenta comportamento semelhante ao do sistema estudado neste trabalho. No quarto e último capítulo daremos nossas conclusões a respeito da reação de nosso sistema e compartilharemos o que podemos esperar para futuros estudos. Para finalizar, no apêndice A apresentamos um método para a obtenção do potencial de polarização.

Capítulo 2

Ferramentas Teóricas

Para realizarmos nossos estudos acerca de um processo de reação, precisamos de um modelo que nos auxilie na extração de grandezas físicas de interesse, como por exemplo a seção de choque de fusão e de espalhamento elástico. O modelo mais simples e útil do estudo de reações nucleares, que trata os canais de forma simultânea, é o modelo de aproximação de onda distorcida de Born (DWBA). Este modelo se aplica em processos onde a reação é direta e segue apenas um único passo, sendo o acoplamento entre canais fraco, e por isso, o tratamento com teoria de perturbação é possível.

No entanto, muitas características dos núcleos indicam que o movimento nuclear não consiste apenas em excitações de partícula-única (todo comportamento devido a uma partícula), como nos sugere o modelo de camadas [23] (embora em alguns casos o mesmo também consiga descrever efeitos coletivos). Existem muitos efeitos que implicam num movimento coletivo onde muitos nucleons se movem coerentemente com fases bem definidas. Quando o núcleo apresenta caráter coletivo o acoplamento entre canais se torna mais forte, sendo preciso tomar correções de segunda ordem e ordem superior se formos tratar através de teoria de perturbação para conseguirmos uma descrição razoável dos fenômenos.

Entretanto, este tipo de tratamento não é tarefa simples. A ferramenta que nos permite superar esta dificuldade e ainda assim realizar cálculos onde os canais são tratados simultaneamente é o formalismo de canais acoplados, que trataremos a seguir.

2.1 O Formalismo de Canais Acoplados

2.1.1 Descrição do Potencial de Interação

A natureza coletiva dos estados do núcleo alvo é o que torna importante e necessária a utilização do método de canais acoplados. Os movimentos coletivos podem ser descritos razoavelmente bem em termos das deformações da superfície nuclear. Desta forma, a descrição dos potenciais de acoplamento entre canais pode ser feita de forma simples e sem equívocos. Seguiremos o formalismos apresentado no artigo de Tamura [24], que pode ser consultado para detalhes.

Assumiremos daqui em diante que toda interação que uma partícula incidente está sujeita é causada por um potencial de modelo óptico $V(r, \theta, \phi)$, que, em geral, é não-esférico. Caso a partícula incidente seja carregada, este potencial (usualmente complexo) apresentará interação Coulombiana, além da spin-orbital. Empregaremos um potencial real de Woods-Saxon (V) com termos de absorção volumétricos (W) e superficiais (W_D), uma interação Coulombiana (V_c) devido a uma distribuição de carga esférica uniforme, e um potencial spin-orbital (V_{SO}). Sendo assim

$$V(r, \theta, \phi) = V_c - (V + iW)f_S(r, \theta, \phi) - iW_D f_D(r, \theta, \phi) - V_{SO} \left(\frac{\hbar}{m\pi c} \right)^2 \left[-\frac{1}{r} \frac{df_S(r, \theta, \phi)}{dr} \right] \mathbf{1} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.1)$$

com

$$\begin{aligned}
f_S(r, \theta, \phi) &= \left[1 + \exp\left(\frac{r-R_S}{a_S}\right) \right]^{-1} \\
f_D(r, \theta, \phi) &= 4 \exp\left(\frac{r-R_D}{a_D}\right) / \left[1 + \exp\left(\frac{r-R_D}{a_D}\right) \right]^2.
\end{aligned} \tag{2.2}$$

onde R_s , R_D , a_s e a_D são os raios volumétricos e superficial e as difusividades volumétrica e superficial do potencial de Woods-Saxon, respectivamente.

A dependência angular reside nos parâmetros R_D e R_S , que são os raios da parte superficial e volumétrica do potencial, respectivamente. Caso não tivessem dependência angular, a Eq. (2.1) seria apenas o potencial de modelo óptico usual [25]. Iremos nos restringir ao formalismo voltado para núcleos alvo de natureza coletiva vibracional, que é o nosso caso. O método pode ser generalizado para o caso em que tanto o projétil quanto o alvo podem ser excitados durante a interação. Sendo assim, os raios da parte superficial e volumétrica (fatores de forma), respectivamente R_D e R_S , podem ser expressos como:

$$\begin{aligned}
R_S &= R_0^S (1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)), \\
R_D &= R_0^D (1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)).
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Nestas equações, $R_0^S = r_0^S A^{1/3}$ e $R_0^D = r_0^D A^{1/3}$, onde A é o número de massa do alvo. Para resolver o problema, expandimos a Eq. (2.1) considerando a Eq. (2.3) em potências de $\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$, até segunda ordem

$$V(r, \theta, \phi) = T_0 - T_1 \cdot \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} + T_2 \cdot \left(\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \right)^2 + V_C; \tag{2.4}$$

onde:

$$T_0 = -(V+iW)(1+e)^{-1} - 4iW_D e_D (1+e_D)^{-2} - V_{SO}(\sigma \cdot \mathbf{l}) \left(\frac{\hbar}{m_{\pi}c} \right)^2 \left(\frac{1}{a_s r} \right) e(1+e)^{-2},$$

$$T_1 = (V+iW) \left(\frac{R_0^S}{a_S} \right) e(1+e)^{-2} - 4iW_D \left(\frac{R_0^D}{a_D} \right) e_D (1-e_D)(1+e_D)^{-3},$$

$T_2 = (V + iW) \left(\frac{(R_0^S)^2}{2a_S^2} \right) e(1 - e)(1 + e)^{-3} - 4iW_D \left(\frac{(R_0^D)^2}{2a_D^2} \right) e_D(1 - 4e_D + e_D^2)(1 + e_D)^{-4}$, sendo e e e_D definidos como

$$\begin{aligned} e &= \exp[(r - R_0^S)/a_S], \\ e_D &= \exp[(r - R_0^D)/a_D]. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Para descrever a interação Coulombiana seguiremos Bassel [26], e utilizando novamente a expansão até segunda ordem em $\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}$, obtemos

$$\begin{aligned} V_c &= (ZZ'\epsilon^2/2R_c)[3 - (r^2/R_c^2)]\theta(R_c - r) + (ZZ'\epsilon^2/r)\theta(r - R_c) \\ &+ \sum_{\lambda\mu} (3ZZ'\epsilon^2/(2\lambda + 1))[r^\lambda R_c^{-(\lambda+1)}\theta(R_c - r) + R_c^\lambda r^{-(\lambda+1)}\theta(r - R_c)](\alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}) \\ &+ \sum_{\lambda\mu} (3ZZ'\epsilon^2/(2\lambda + 1))[(1 - \lambda)r^\lambda R_c^{-(\lambda+1)}\theta(R_c - r) + (\lambda + 2)R_c^\lambda r^{-(\lambda+1)}\theta(r - R_c)] \\ &\cdot \sum_{\lambda'\lambda''} (\hat{\lambda}'\hat{\lambda}''/(4\pi)^{1/2}\hat{\lambda})(\hat{\lambda}'\hat{\lambda}''00|\lambda_0) \sum_{\mu} (\alpha_{\lambda'} \otimes \alpha_{\lambda''})_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}, \end{aligned} \quad (2.6)$$

sendo que, nesta equação, utilizamos a relação

$$\begin{aligned} (\sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu})^2 &= \sum_{\lambda\lambda'\lambda''} [\hat{\lambda}'\hat{\lambda}''/(4\pi)^{1/2}\hat{\lambda}](\lambda'\lambda''00|\lambda_0) \\ &\times \sum_{\mu} Y_{\lambda\mu}(\alpha_{\lambda'} \otimes \alpha_{\lambda''})_{\lambda\mu}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde $\hat{\lambda} = (2\lambda + 1)^{1/2}$, e o símbolo \otimes simboliza adição vetorial, ou seja

$$(\alpha_{\lambda'} \otimes \alpha_{\lambda''})_{\lambda\mu} = \sum_{\mu'\mu''} (\lambda'\lambda''\mu'\mu''|\lambda\mu)\alpha_{\lambda'\mu'}\alpha_{\lambda''\mu''}. \quad (2.8)$$

$Z\epsilon$ e $Z'\epsilon$ são respectivamente as cargas do projétil e do alvo, e $\theta(r)$ é a função degrau. Utilizando a relação da Eq. [2.7] na Eq. [2.4] e também o potencial Coulombiano apresentado, podemos obter uma forma definitiva e simplificada de nosso potencial:

$$V(r, \theta, \phi) = V_{diag} + V_{coupl}, \quad (2.9)$$

onde os termos diagonal e de acoplamento são dados por:

$$\begin{aligned}
V_{diag} = & -(V + iW)(1 + e)^{-1} - 4iW_D e_D (1 + e_D)^{-2} \\
& - V_{SO}(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{1}) \left(\frac{\hbar}{m\pi c} \right)^2 \left(\frac{1}{asr} \right) e(1 + e)^{-2} \\
& + (ZZ'\epsilon^2/2R_c)[3 - (r^2/R_c^2)]\theta(R_c - r) + (ZZ'\epsilon^2/r)\theta(r - R_c),
\end{aligned} \tag{2.10}$$

e

$$\begin{aligned}
V_{coupl} = & \sum_{\lambda\mu} v_{cp;\lambda}^{(1)}(r) \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \\
& + \sum_{\lambda\lambda_1\lambda_2} v_{cp;\lambda}^{(2)}(r) (\hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2 / (4\pi)^{1/2} \hat{\lambda}) (\lambda_1 \lambda_2 00 | \lambda 0) \\
& \cdot \sum_{\mu} (\alpha_{\lambda_1} \otimes \alpha_{\lambda_2})_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu},
\end{aligned} \tag{2.11}$$

com

$$\begin{aligned}
v_{cp;\lambda}^{(1)}(r) = & -T_1 + (3ZZ'\epsilon^2/(2\lambda + 1)) [r^\lambda R_c^{-(\lambda+1)} \theta(R_c - r) \\
& + R_c^\lambda r^{-(\lambda+1)} \theta(r - R_c)],
\end{aligned} \tag{2.12}$$

e

$$\begin{aligned}
v_{cp;\lambda}^{(2)}(r) = & T_2 + (3ZZ'\epsilon^2/(2\lambda + 1)) [(1 - \lambda) r^\lambda R_c^{-(\lambda+1)} \theta(R_c - r) \\
& + (\lambda + 2) R_c^\lambda r^{-(\lambda+1)} \theta(r - R_c)].
\end{aligned} \tag{2.13}$$

A parte diagonal do potencial é diagonal com respeito ao spin total j do projétil e ao spin I do núcleo alvo, e não é nada mais que o modelo óptico usual. Por outro lado, a parte dos acoplamentos fornece o acoplamento entre canais com diferentes valores de j e I .

É importante salientar que até aqui foi usado o potencial de Woods-Saxon para obter nossas expressões, devido à sua simplicidade e baseado no fato que

usando este tipo de potencial se obtém expressões analíticas para os fatores de forma. Se usarmos um potencial de dupla convolução para realizar os cálculos de canais acoplados os fatores de forma da expressão 2.4 devem ser substituídos pelas derivadas deste potencial correspondentes à expansão em série de Taylor do mesmo.

2.1.2 O Sistema de Equações Acopladas

Agora que já definimos o potencial a ser utilizado, estamos aptos a discutir sobre as equações acopladas. Assumiremos que o núcleo alvo possui N_s estados fortemente acoplados ao estado fundamental através do V_{coupl} descrito na Eq. (2.11). Estes estados serão enumerados de $n=1$ até N_s , sendo o primeiro o estado fundamental. Spin, paridade e energia destes estados serão representados respectivamente por I_n , π_n e ω_n . Após uma reação, na qual a energia de centro de massa da partícula incidente é E_1 , o alvo é deixado em seu n -ésimo estado com energia $E_n = E_1 - \omega_n$.

Observando a equação de V_{coupl} em (2.11), é possível observar que o momento angular orbital l_n , o momento angular total $j_n (= l_n + s)$, e os já citados spin I_n e paridade π_n dos auto estados do alvo, não constituem um bons números quânticos. Mas, se considerarmos uma onda parcial do alvo com spin s e números quânticos j_n e l_n , podemos definir um momento angular J do sistema como um todo, assim como um operador paridade de todo o sistema:

$$J = j_n + I_n, \Pi = \pi_n (-)^{l_n} \quad (2.14)$$

que são bons números quânticos.

O conjunto de ondas parciais cujos l_n e j_n satisfazem a Eq. (2.14), para um dado conjunto de J e Π , acopladas através de V_{coupl} (2.11) para formar um con-

junto de equações acopladas, são denotadas por $n_c^{(n)}$, sendo seu número máximo possível $N_c^{(n)}$. Definimos também

$$n_c = \sum_{n=1}^{N_s} n_c^{(n)}, N_c = \sum_{n=1}^{N_s} N_c^{(n)} \quad (2.15)$$

que nos dá, respectivamente, o número total de ondas parciais acopladas (l_n, j_n) para um dado J e Π , e seu valor máximo possível.

O nosso sistema conta com a seguinte Hamiltoniana

$$H = T + H_t + V_{diag} + V_{coupl} \quad (2.16)$$

onde T é o operador de energia cinética da partícula incidente e H_t a Hamiltoniana para o movimento interno do alvo. Podemos escrever a equação de auto estados da seguinte forma

$$H\psi = E_1\psi \quad (2.17)$$

sendo que podemos escrever a função de onda ψ como

$$\begin{aligned} \Psi &= r^{-1} \sum_{Jn l_n j_n} R_{Jn l_n j_n}(r) (\mathfrak{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_{JM} \\ &= r^{-1} \sum_{Jn l_n j_n} R_{Jn l_n j_n}(r) \sum_{m_j M_n} (j_n I_n m_j M_n | JM) \mathfrak{Y}_{l_n j_n m_j} \Phi_{I_n M_n} \end{aligned} \quad (2.18)$$

com

$$\mathfrak{Y}_{l_n j_n m_j} = \sum_{m_l m_s} (l s m_l m_s | j m_j) i^l Y_{l_n m_l} \chi_{s m_s} \quad (2.19)$$

onde $\chi_{s m_s}$ é a função de onda de spin do projétil, enquanto $\Phi_{I_n M_n}$ é a função de onda do núcleo alvo no n -ésimo estado. Por definição temos

$$H_t \Phi_{I_n M_n} = \omega_n \Phi_{I_n M_n}. \quad (2.20)$$

Com as equações da Hamiltoniana (2.16) e da função de onda (2.18) em mãos, podemos resolver a Eq. de Schrödinger (2.17) multiplicando ambos lados por $(\mathfrak{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_{JM}^*$ pela esquerda, integrando sobre as coordenadas angulares, e dividindo por E_n . Obteremos então a seguinte equação

$$\left(\frac{d^2}{d\rho_n^2} - \frac{l_n(l_n+1)}{\rho_n^2} - \frac{1}{E_n} V_{diag} + 1 \right) R_{Jn l_n j_n}(r) = E_n^{-1} \sum_{n' l'_n j'_n} \langle (\mathfrak{Y}_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n})_{JM} | V_{coupl} | (\mathfrak{Y}_{l'_n j'_n} \otimes \Phi_{I'_n})_{JM} \rangle R_{Jn' l'_n j'_n}(r) \quad (2.21)$$

temos assim nosso conjunto de equações acopladas, sendo $\rho_n = k_n r$, onde k_n é o número de onda.

Notemos que a Eq. (2.21) é independente da natureza do núcleo alvo ou do projétil. Do lado direito da equação temos os elementos de matriz, que carregarão informações acerca da estrutura nuclear, desempenhando papel crucial em seu desenvolvimento. Podemos ainda generalizar o termo dos acoplamentos e escrevê-lo como

$$V_{coupl} = \sum_{t, \lambda} v_\lambda^{(t)}(r) (Q_\lambda^{(t)} \cdot Y_\lambda). \quad (2.22)$$

Nesta equação o sobrescrito nos auxilia a discriminar termos de caráter diferente, mas com mesma classe tensorial λ . O operador $Q_\lambda^{(t)}$ atua apenas nas coordenadas do núcleo alvo. O cálculo dos elementos de matriz é direto, e o resultado é dado por

$$\begin{aligned}
& \langle (\mathfrak{Y}_{lj} \otimes \Phi_I)_{JM} | V_{coupl} | (\mathfrak{Y}_{l'j'} \otimes \Phi_{I'})_{JM} \rangle \\
& \equiv \langle ljI | V_{coupl} | l'j'I' \rangle \\
& = \sum_{t,\lambda} v_\lambda^{(t)}(r) \langle I || Q_\lambda^{(t)} || I' \rangle A(ljI, l'j'I'; \lambda J_S)
\end{aligned} \tag{2.23}$$

sendo o fator $A(ljI, l'j'I'; \lambda J_S)$ acima totalmente geométrico e suas expressões podem ser encontradas na Ref.[24]. Os elementos de matriz reduzidos que aparecem em (2.23) são definidos por:

$$\langle IM_I | Q_{\lambda\mu}^{(t)} | I' M'_I \rangle = \langle I || Q_\lambda^{(t)} || I' \rangle \hat{I}^{-1}(I' \lambda M'_I \mu | IM_I) \tag{2.24}$$

e contêm toda dinâmica do problema; I representa todos os números quânticos necessários para especificar um dado estado $|I\rangle$.

Através da resolução das equações acopladas em (2.21) para as funções de onda radiais, podemos obter soluções que se corresponderem às soluções assintóticas num dado raio R_m , nos darão a matriz S dos coeficientes de espalhamento, donde poderemos extrair as seções de choque de espalhamento (elástica, total, de reação) e outras quantidades físicas de interesse.

2.2 O Formalismo de Canais Acoplados Para Cálculos de *breakup*

2.2.1 Motivação

Quando trabalhamos com núcleos fracamente ligados, se faz necessário incluir o canal de *breakup* em qualquer cálculo que busque descrever de maneira completa a reação. No entanto, após a quebra o sistema é levado do estado ligado que se encontrava para estados que populam o contínuo, passando para um regime onde o número de canais é infinito e as funções de onda não pertencem ao espaço

de Hilbert. Para que as funções de onda voltem a ser quadraticamente integráveis e possamos resolver assim a Equação de Schrödinger, realizamos um processo de agrupamento e truncamento dos canais. Neste processo, truncamos a série em expansão de muitos canais e agrupamos as funções de onda em pacotes (*bins*) restringindo o valor do momento angular l e o número de onda k (ou a energia ϵ).

$$l \leq l_{max} \quad e \quad k \leq k_{max} \quad ou \quad \epsilon \leq \epsilon_{max}. \quad (2.25)$$

Na Fig. (2.1) apresentamos um esquema de um sistema de três corpos.

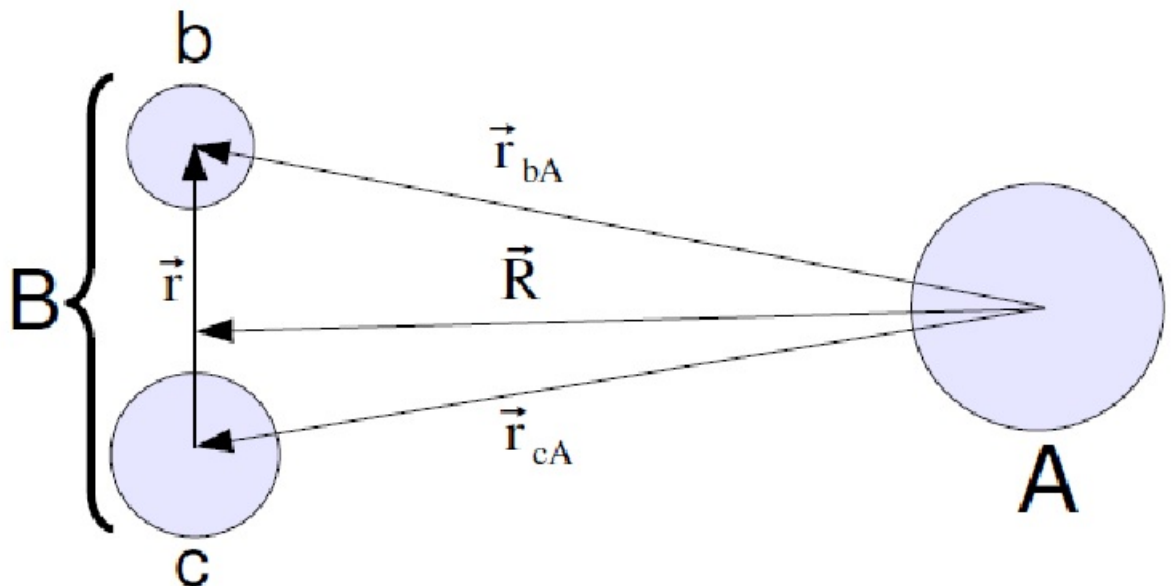


Figura 2.1: Figura esquemática de um sistema de três corpos (A+b+c). Temos na figura o alvo (A) e o projétil (B) composto pelo caroço (c) e pelo fragmento (b). Temos também na figura as distâncias entre caroço e fragmento, alvo e caroço, alvo e fragmento, e alvo com o centro de massa do projétil.

2.2.2 O Formalismo

Ao longo do tempo, diversos grupos desenvolveram modelos para tratar do *breakup* em sistemas específicos utilizando aproximações particulares. Isso nos levou a um panorama insatisfatório, pois tínhamos diversos modelos que produziam resultados para casos específicos, e faltava um método que fosse razoavelmente geral. Aqui trabalharemos com um modelo onde não há aproximações que se aplicam apenas a casos específicos, o método de canais acoplados discretizados no contínuo (CDCC). Neste método o processo de *breakup* é modelado como uma excitação do projétil ao seu espectro contínuo.

Para descrevermos o método, modelaremos nosso projétil (A) como composto por um caroço (c) mais uma partícula (a), que em nosso caso seria o 8B modelado como o caroço de 7Be mais o próton. Para o espalhamento em um alvo (T), o método de CDCC define para a Hamiltoniana de três corpos

$$\begin{aligned} H &= K_{rel}(\mathbf{R}) + H_{int}(\mathbf{r}) + U_a + U_c \\ H_{int} &= K_{int}(\mathbf{r}) + V_{ac} \end{aligned} \tag{2.26}$$

onde K_{rel} é a energia cinética devida ao movimento relativo entre projétil e alvo, K_{int} é a energia cinética interna do projétil, U_a e U_c são respectivamente as interações entre o alvo e os componentes do projétil (a) e (c), enquanto que V_{ac} representa o potencial de ligação entre os componentes do projétil. No método padrão de CDCC só consideramos explicitamente os graus de liberdade internos do estado fundamental do alvo. O espaço gerado pelo modelo de CDCC permite apenas calcular o *breakup* elástico sem levar em conta processos relacionados ao *breakup* inelástico, ou seja, não permite calcular contribuições onde após o *breakup* um dos resultantes saia num estado excitado

Para contornarmos estas limitações e levarmos em conta estes processos de forma indireta, as interações U_a e U_c são normalmente tomadas como potenci-

ais ópticos fenomenológicos, obtidos através do ajuste com dados experimentais elásticos na mesma energia por nucleon. Por outro lado, o potencial V_{ac} é real, e escolhido de forma a reproduzir energias de separação de estados ligados ou até mesmo excitados, ou energias ressonantes.

No intuito de obtermos um conjunto finito de de equações acopladas, precisamos estipular algumas restrições ao nosso espaço de três corpos. Como primeira restrição iremos estipular uma energia máxima de excitação para o projétil. Além disso, o momento angular relativo c-a também é restringido considerando apenas um número limitado de ondas parciais. Seguimos então para a discretização dos estados do contínuo em intervalos de energias, obtendo desta forma um conjunto de pacotes de funções de onda agrupados, os *bins*. Estas aproximações são realizadas principalmente com a finalidade de tornar o problema numericamente factível. Os observáveis calculados independem da maneira como discretizamos o espaço. Poderíamos também discretizar em intervalos de momento angular, como alternativa à discretização em intervalos de energia.

Elaborado o modelo espacial, podemos expandir a função de onda de três corpos em auto-estados da Hamiltoniana interna do projétil como

$$\Psi_k(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \sum_{\alpha=0}^N \phi_{\alpha}(\mathbf{r}) \chi(\mathbf{R}) \quad (2.27)$$

onde N é o número total de estados (estados do contínuo e estados ligados do projétil), $\phi_{\alpha}(\mathbf{r})$ é a função de onda do movimento relativo c-a e $\chi(\mathbf{R})$ descreve o movimento relativo entre projétil e alvo. α representa todos os números quânticos de momento angular, assim como as energias de excitação do projétil. Inserindo a função de onda da Eq. (2.27) na equação de Schrödinger utilizando a Hamiltoniana apresentada na Eq. (2.26), teremos nosso sistema de equações acopladas. Se o sistema for suficientemente grande (o que pode ser verificado através de técnicas de convergência), o breakup total de três corpos estará contido na função de onda

de CDCC.

Para levar em conta excitações inelásticas do alvo é preciso adicionar uma Hamiltoniana interna para os graus de liberdade do alvo $H_T(\xi)$ à Hamiltoniana do modelo. A função de onda com momento angular total J e projeção M no eixo z pode ser escrita como

$$\Psi^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) = \sum_{\alpha} \frac{\chi_{\alpha}^J(R)}{R} \mathcal{Y}_{\alpha}^{JM}(\hat{\mathbf{R}}, \mathbf{r}, \xi) \quad (2.28)$$

onde $\mathcal{Y}_{\alpha}^{JM}(\hat{\mathbf{R}}, \mathbf{r}, \xi)$ é um produto da parte angular da função de onda do movimento relativo entre projétil e alvo $\chi(\mathbf{R})$, a função de onda do projétil $\phi_{\alpha}(\mathbf{r})$ e a função de onda interna do alvo Φ_{ξ} que é solução da equação

$$H_T \Phi_{\alpha}(\xi) = e_{\alpha} \Phi_{\alpha}(\xi) \quad (2.29)$$

sendo e_{α} a energia de excitação do alvo no canal α .

As equações de canais acoplados podem ser escritas como

$$[T_L + U_{\alpha\alpha}^J(R) - E + \varepsilon_{\alpha}] \chi_{\alpha}^J(R) = - \sum_{\alpha'} U_{\alpha\alpha'}^J(R) \chi_{\alpha'}^J(R) \quad (2.30)$$

o índice $\alpha = 0$ representa o canal elástico, quando ambos projétil e alvo estão em seus estados fundamentais. Canais com $\alpha > 0$ estão associados com os estados do contínuo ou excitações do alvo. A energia de excitação total do canal α é representada por $\varepsilon_{\alpha} (= \epsilon_{\alpha} + e_{\alpha})$, que é a soma da energia de excitação do alvo no canal α com a energia de excitação do projétil (e_{α}).

A interação entre projétil e alvo permanece dividida em duas partes, segundo a expressão

$$V(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) = V_{cT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) + V_{aT}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi). \quad (2.31)$$

No entanto, como as excitações do alvo foram incluídas explicitamente, estes não são potenciais ópticos que descrevem o espalhamento elástico do caroço pelo alvo, mas sim potenciais puros. Caso hajam outros canais de reação importantes, devem ser adicionados através de simulação por potenciais de polarização.

Os elementos de matriz $U_{\alpha\alpha'}^J$ são dados por

$$U_{\alpha\alpha'}^J(R) = \int d\hat{\mathbf{R}} d^3\mathbf{r} d\xi \mathcal{Y}_{\alpha}^{JM*}(\hat{\mathbf{R}}, r, \xi) \mathcal{Y}_{\alpha'}^{JM}(\hat{\mathbf{R}}, r, \xi) V(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi). \quad (2.32)$$

Os elementos de matriz diagonais $U_{\alpha\alpha}^J(R)$ correspondem ao potencial óptico. Em particular, $U_{00}^J(R)$ é o potencial no canal elástico. Em nossos cálculos levamos em conta elementos de matriz de fora da diagonal entre canais com estados diferentes do projétil ou do alvo. Acoplamentos entre canais, onde ambos projétil e alvo estão em diferentes estados, são rejeitados. Para realizarmos o cálculo de $U_{\alpha\alpha'}^J(R)$, utilizamos uma expansão em multipolos da interação e mantivemos até os termos de quadrupolo.

Em nossos cálculos não levamos em conta acoplamentos entre canais nos quais tanto projétil quanto alvo estavam em estados excitados, limitando nossa excitação inelástica do alvo na condição de o projétil estar no estado fundamental. Para calcular os elementos de matriz $U_{\alpha\alpha'}^J$ é necessário realizar expansão de multipolos.

A fórmula geral da seção de choque para todas as interações é:

$$\sigma_{\alpha\alpha'} = \frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L+1) |\delta_{\alpha\alpha'} - S_{\alpha\alpha'}|. \quad (2.33)$$

2.3 Potenciais Nucleares e o Potencial de São Paulo

Embora a física nuclear tenha realizado avanços significativos que nos levaram a compreensões acerca das características e comportamento do núcleo em reações nucleares, a interação entre os nucleons dentro do núcleo ainda não é completamente entendida. No intuito de descrever as interações individuais entre nucleons de dois núcleos numa colisão de forma macroscópica, lançamos mão do potencial nuclear. Apesar de não conhecermos de fato a forma do potencial nuclear, muitos modelos foram criados baseados em nossos conhecimentos acerca das reações nucleares, com aplicabilidade dentro de certos limites. Dentre os potenciais mais utilizados temos o potencial de Yukawa [27]

$$V(r) = \frac{-V_0 e^{-r/R}}{r/R} \quad (2.34)$$

que também é chamado de Potencial de Coulomb blindado. Na equação V_0 é a profundidade do potencial e R o raio onde o potencial tem profundidade V_0/e . Outro potencial de importância é o potencial de Woods-Saxon [28]

$$V(r) = -\frac{V_0}{1+e^{(r-R)/a}} \quad (2.35)$$

que é um potencial de campo médio. Na equação V_0 representa a profundidade do potencial, R o raio para a metade da profundidade e a representa a difusividade.

O potencial de Woods-Saxon alcançou certo prestígio por satisfazer certas propriedades desejáveis, como por exemplo nucleons próximos da superfície do núcleo sofrerem uma força grande em direção ao centro, e tender rapidamente a zero conforme a distância vai pro infinito, refletindo a natureza da força nuclear forte ser de curto alcance. No entanto, o fato dele contar com três parâmetros livres pode levar a ambiguidades e conclusões conflitantes dependendo do conjunto de parâmetros tomado.

De forma a buscar um potencial sem parâmetros livres e que estivesse mais ligado à interação nucleon-nucleon foi criado o potencial de dupla convolução [29], que se baseia numa convolução entre as densidades dos núcleos da colisão contando com a interação efetiva nucleon-nucleon. Na última década, um potencial de dupla convolução em particular tem sido aplicado com sucesso a diversos sistemas, sendo cada vez mais utilizado. Este é o potencial de São Paulo [30], que leva em conta a não-localidade de Pauli.

Na sistemática do potencial de São Paulo, o potencial puro local equivalente pode ser expresso como [30]

$$V_{LE}(R, E) \approx^{l=0} e^{-4v^2/c^2} \int \rho_1(r_1)\rho_2(r_2)V_0\delta(\vec{R} - \vec{r}_1 + \vec{r}_2)d\vec{r}_1d\vec{r}_2 \quad (2.36)$$

sendo c a velocidade da luz, v a velocidade relativa entre os nucleons, e $V_0 = -456 \text{ MeV fm}^3$.

Em nosso trabalho, utilizamos principalmente potenciais fenomenológicos do tipo Woods-Saxon com parâmetros obtidos na literatura, baseados em ajustes experimentais do espalhamento elástico.

2.4 O Método de Distribuição de Barreiras Quase

Elástica

Um procedimento usual para estudar o efeito do *breakup* na fusão de sistemas fracamente ligados é comparando a seção de choque de fusão completa experimental, ou funções de excitação de fusão total, com cálculos de canais acoplados, que não levem em conta o canal de *breakup*. Para obter previsões teóricas razoáveis, é importante a escolha de um potencial puro que a posição da altura da

barreira seja consistente com a obtida na distribuição de barreira de fusão experimental, $D_{fus}(E)$, que é definida como

$$D_{fus}(E) = \frac{d^2[E\sigma_{fus}(E)]}{dE^2}. \quad (2.37)$$

Diversos trabalhos demonstraram que o potencial de São Paulo satisfaz os requerimentos, sendo uma boa escolha como potencial puro para um grande número de sistemas [31, 32, 33]. No entanto, a obtenção da distribuição de fusão para feixes radioativos é de difícil obtenção devido às dificuldades que envolvem a criação de feixes radioativos. Uma maneira alternativa de investigar a influência dos diferentes canais de reação na seção de choque de fusão é através do estudo da distribuição de barreiras quase elástica. A seção de choque quase elástica para núcleos fortemente ligados é definida como a soma das seções de choque elástica, inelástica, e de transferência,

$$\sigma_{qel} = \sigma_{el} + \sigma_{inel} + \sigma_{tr}. \quad (2.38)$$

onde respectivamente temos a seção de choque quase elástica do lado esquerdo e as seções de choque elástica, inelástica e de transferência do lado direito.

Para sistemas muito pesados, colisões *deep inelastic* são outro canal de importância que devem ser adicionados a fim de obter a seção de choque quase elástica. Quando sistemas fracamente ligados estão envolvidos, o canal de *breakup* também deve ser incluído na definição dos processos quase elásticos. A fusão está ligada ao coeficiente de transmissão (T) através da barreira, enquanto que o espalhamento quase elástico em ângulos traseiros está ligado ao coeficiente de reflexão (R) da barreira Coulombiana. Devido à conservação do fluxo de reação, estes dois processos podem ser considerados como complementares, o que nos leva a uma equivalência entre a distribuição de barreira de fusão (ligada

ao coeficiente de transmissão) e a distribuição de barreira quase elástica (ligada ao coeficiente de reflexão), definida como

$$D_{qel}(E) = \frac{d\sigma_{qel}(E)}{dE}. \quad (2.39)$$

Para sistemas com núcleos fracamente ligados o espalhamento quase elástico deve incluir também a seção de choque de *breakup* elástico, resultando em

$$\sigma_{qel} = \sigma_{el} + \sigma_{inel} + \sigma_{tr} + \sigma_{NCBU} \quad (2.40)$$

onde σ_{NCBU} é a seção de choque de *non capture breakup*, e inclui o *breakup* onde nenhum dos fragmentos do projétil é capturado pelo alvo.

Capítulo 3

Resultados Teóricos e Análise de Dados Experimentais

Em todos os cálculos realizados neste trabalho, utilizamos o mesmo modelo espacial utilizado em [34, 35], por ser muito satisfatório em cálculos buscando obter potenciais de polarização do breakup do 8B e a distribuição angular dos fragmentos de 7Be na reação de quebra do 8B .

Os dados experimentais utilizados foram obtidos no acelerador da Universidade de Notre Dame [36]. Em nossos cálculos, o projétil radioativo 8B é descrito como um caroço inerte de 7Be ligado a um próton com uma energia de 0,137 MeV. O único estado ligado do projétil é o estado fundamental $1p_{3/2}$, estando todos os outros estados excitados no contínuo. Os estados do contínuo são aproximados por um conjunto de funções de onda quadraticamente integráveis (*bins*). Os *bins* são combinações lineares dos estados espalhados de ${}^7Be + p$, com centróides ϵ_i nas energias relativas de ${}^7Be - p$ na região $0 < \epsilon_i < \epsilon_{max}$.

Além dos estados do projétil no contínuo, também levamos em conta em nossos cálculos as principais excitações coletivas do alvo, a saber o primeiro estado excitado de um fónon 2_1^+ e o tripleto de dois fónons ($2_2^+, 4_1^+$ e 0_2^+). Isto é, usamos o

modelo do oscilador harmônico de primeira ordem para descrever os estados excitados do alvo ^{58}Ni . Utilizamos um parâmetro de deformação da literatura [37], e assumimos o mesmo para as excitações nucleares e coulombianas coletivas. Para descrever as interações entre próton-alvo, $^7\text{Be} - p$, e ^7Be - alvo utilizamos, respectivamente, os potenciais de Becchetti e Greenlees [38], Esbensen e Bertch [39], e Moroz [40], como pode ser visto na Tabela 3.1. É importante ressaltar que o potencial de interação entre $^7\text{Be} - p$ não possui parte imaginária, pois é um potencial de acoplamento entre os estados do contínuo, não incluindo absorção. O potencial entre $^7\text{Be} + ^{58}\text{Ni}$ foi obtido através de dados de espalhamento elástico do sistema $^7\text{Li} + ^{58}\text{Ni}$. No entanto, apesar de ter sido desenvolvido a partir do projétil ^7Li , o potencial é perfeitamente aplicável para ^7Be por se tratarem de núcleos "espelho", com aproximadamente a mesma massa e propriedades de estrutura nuclear similares. Os cálculos foram realizados em energias no entorno da barreira Coulombiana do sistema, e através do código FRESCO [41].

Reações	$V_R(\text{MeV})$	$r_R(\text{fm})$	$a_R(\text{fm})$	$W_I(\text{MeV})$	$r_I(\text{fm})$	$a_I(\text{fm})$
$p + ^{58}\text{Ni}$ [38]	$V_R^{p+^{58}\text{Ni}}$	1,17	0,75	$W_I^{p+^{58}\text{Ni}}$	1,32	0,5064
$^7\text{Be} - p$ [39]	44,6750	2,391	0,52	-	-	-
$^7\text{Be} + ^{58}\text{Ni}$ [40]	100,0	1,05	0,65	30,6	1,123	0,80

Tabela 3.1: *Parâmetros dos potenciais de interação utilizados.*

Onde,

$$V_R^{p+^{58}\text{Ni}} = 57,72 - \frac{0,32 * (E_{cm} - 0,137)}{8}, \quad (3.1)$$

$$W_I^{p+^{58}\text{Ni}} = 11,326 - \frac{0,25 * (E_{cm} - 0,137)}{8}. \quad (3.2)$$

sendo E_{cm} a energia do feixe.

3.1 Procedimentos de Convergência

Os *bins* gerados para a realização de nossos cálculos foram integrados até $R_{bin} = 60 fm$, que é o raio que garante que os mesmos sejam ortonormais entre si e com os estados ligados. O raio máximo de integração do movimento relativo entre projétil e alvo foi de $500 fm$. O potencial de interação é expandido em múltiplos, sendo que consideramos até termos de quadrupolo ($\lambda = 2$). As funções de onda foram agrupadas em pacotes com energia máxima permitida ϵ_{max} , obtida através de procedimento de convergência, que consistiu em variá-la e checar se a variação influenciava nas quantidades físicas de interesse. Para energias acima da barreira Coulombiana ($V_B = 20,8 MeV$) foi obtida $\epsilon_{max} = 8 MeV$. Para energias abaixo da barreira Coulombiana a convergência foi alcançada em $\epsilon_{max} = 5 MeV$. Além disso, também realizamos testes de convergência nos parâmetros internos do código FRESCO. As funções de onda do movimento relativo entre projétil e alvo foram expandidas em ondas parciais até $L_{max} = 1000 \hbar$.

Na Fig. (3.1) apresentamos exemplos de cálculos de convergência para as energias de 27,2 MeV e 34,5 MeV, analisando a distribuição angular de espalhamento elástico. Os cálculos levam em conta apenas a *breakup*, e neles variamos a energia máxima permitida aos *bins* (sua largura) no momento da criação dos mesmos. Como pode-se ver, a mudança deste parâmetro não influencia na distribuição angular nas duas energias apresentadas.

3.2 Análise da Reação ${}^8B + {}^{58}Ni$

A princípio, no intuito de analisar a influência do acoplamento dos canais na distribuição angular do espalhamento elástico, realizamos apenas um cálculo simples de canais acoplados nos restringindo a apenas um único canal, colocando todos os acoplamentos iguais a zero. Neste caso, nossa Hamiltoniana contém ape-

nas o potencial correspondente aos elementos de matriz diagonais da Eq. (2.32) calculados no canal de entrada, $U_{00}^J(R)$. Este cálculo está representado pela curva tracejada na Fig. (3.2). Como podemos ver, a ausência de canais de relevância nos cálculos se mostra importante para ângulos traseiros conforme vamos alcançando energias acima de 23,4 MeV, e os nossos cálculos vão adquirindo valores cada vez menores em relação aos dados experimentais. Isso deixa claro que há canais não considerados com forte influência na reação.

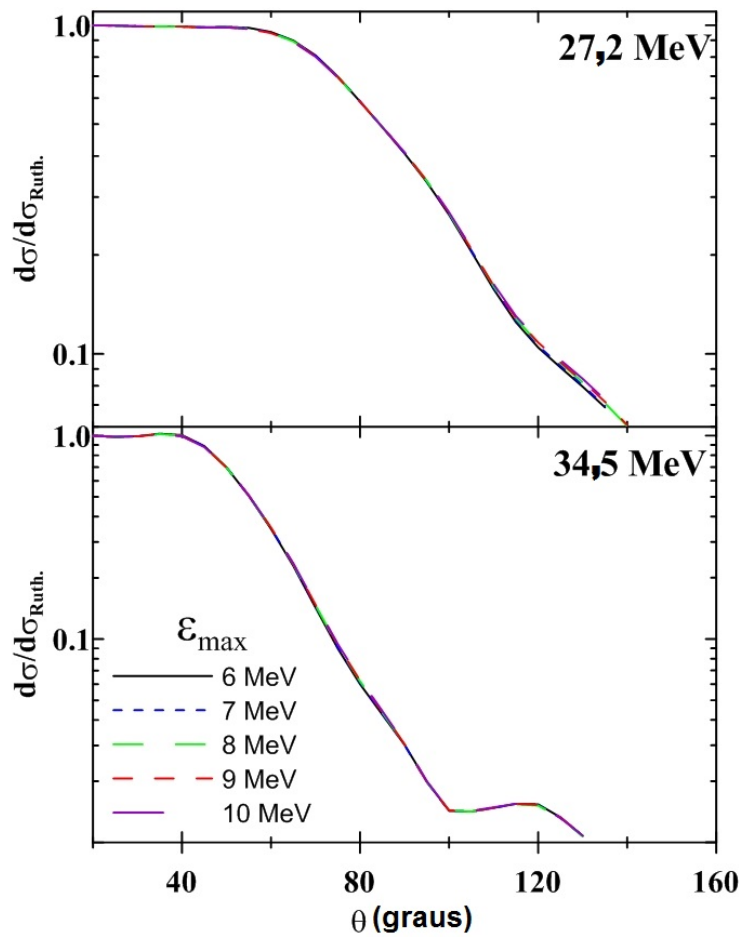


Figura 3.1: Exemplo de cálculo para obtenção de convergência através da variação de energia máxima dos pacotes de estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico. Neste exemplo analisamos a convergência variando a energia máxima do pacote de 6 a 10 MeV.

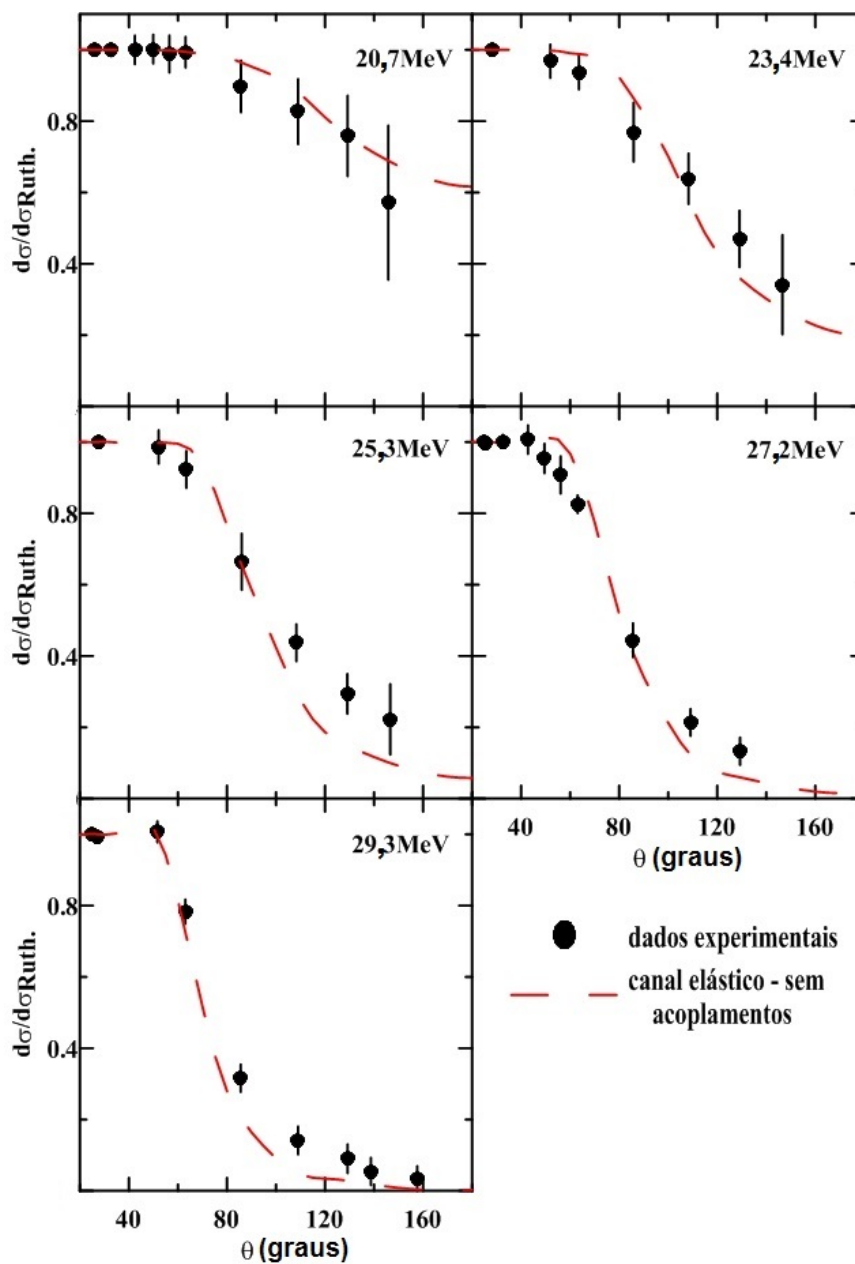


Figura 3.2: Dados experimentais e cálculo sem canais acoplados da distribuição angular do espalhamento elástico para o sistema $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$.

Em seguida incluímos inicialmente a *breakup* do nosso projétil e logo após os estados inelásticos do alvo, como pode ser visto nas Figs. (3.3), (3.4) e (3.5) pelas curvas com tracejado curto e pela curva cheia, respectivamente.

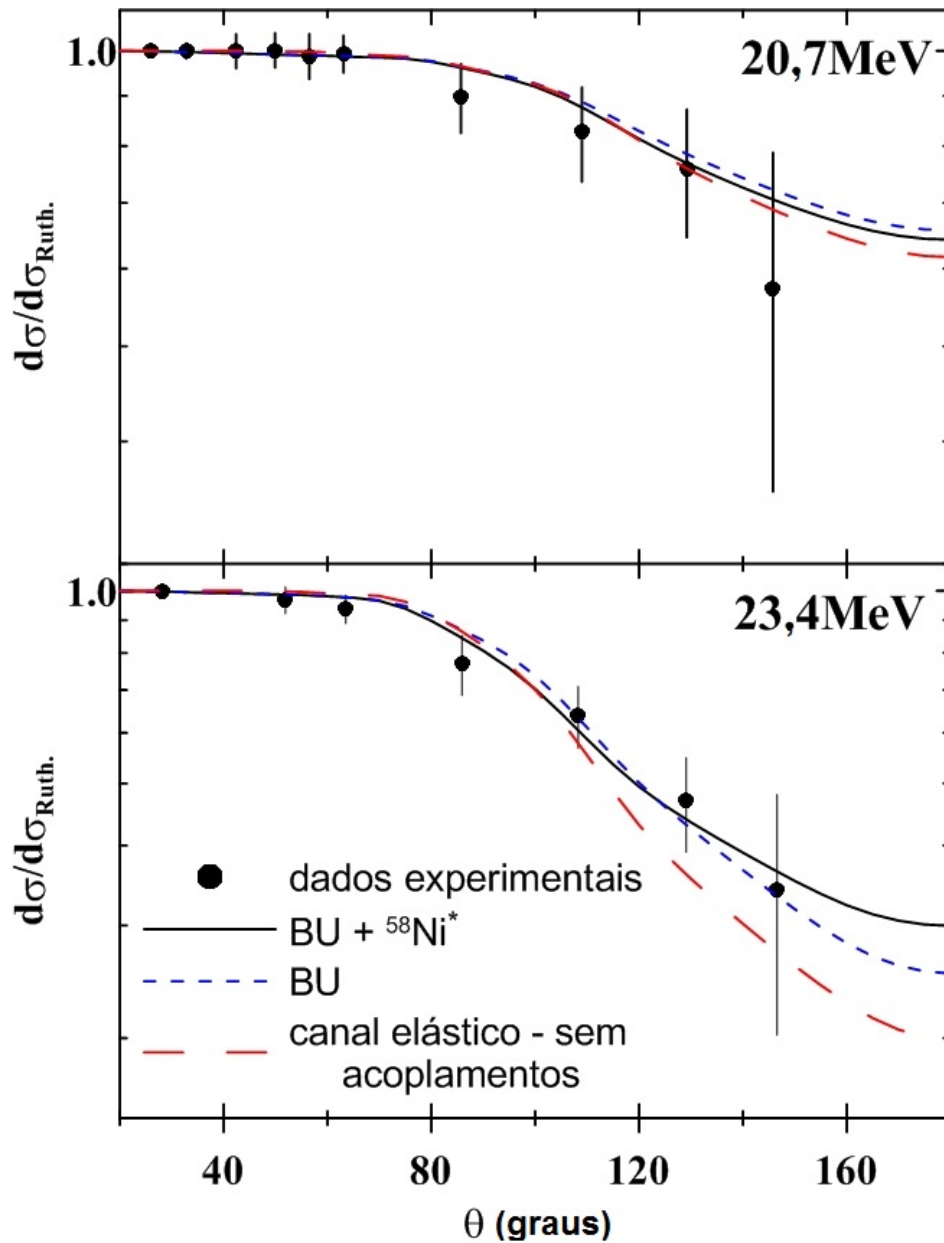


Figura 3.3: Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 20,7 e 23,4 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de *breakup*. A curva cheia além do *breakup* também considera excitações do alvo.

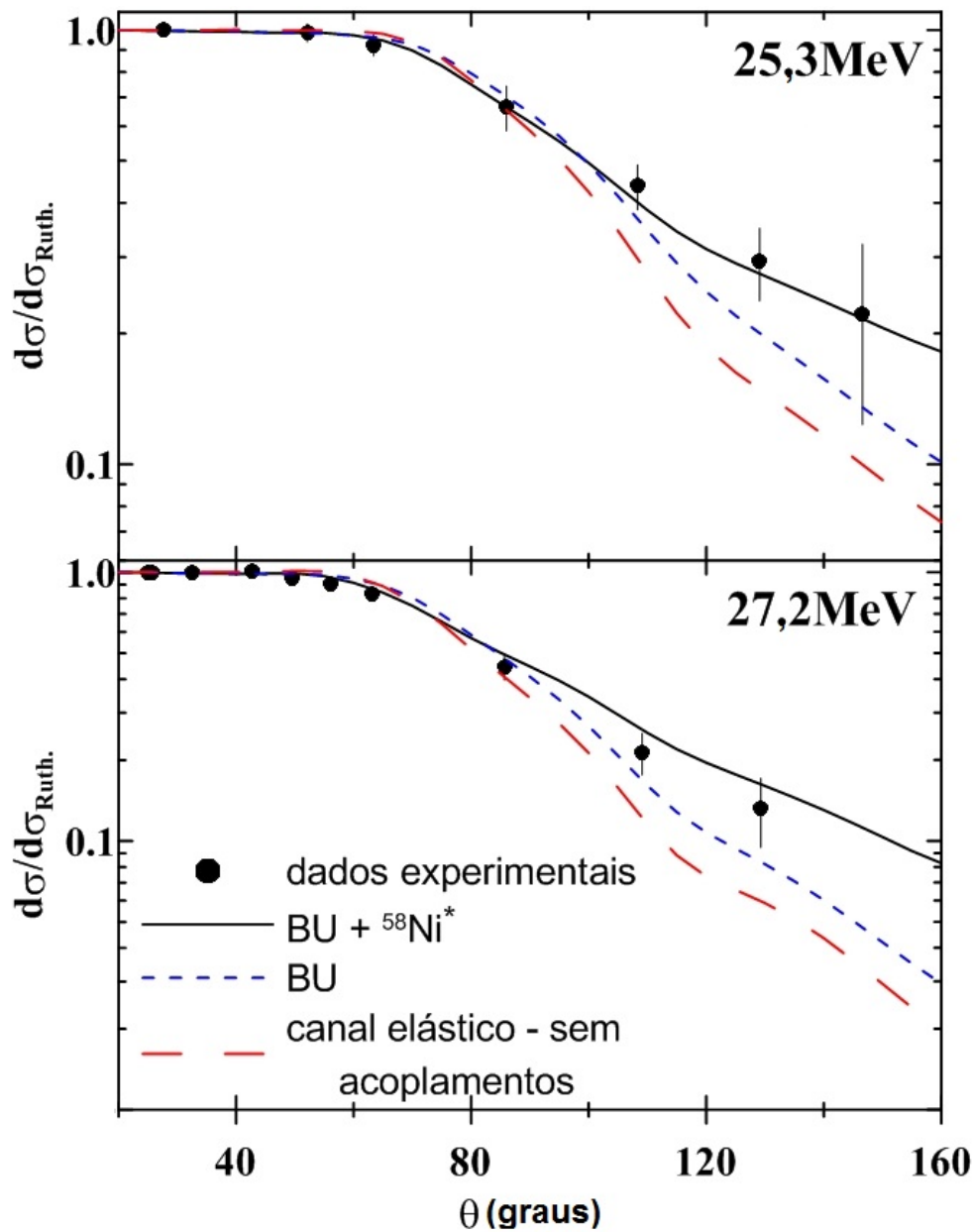


Figura 3.4: Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 25,3 e 27,2 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de *breakup*. A curva cheia além do *breakup* também considera excitações do alvo.

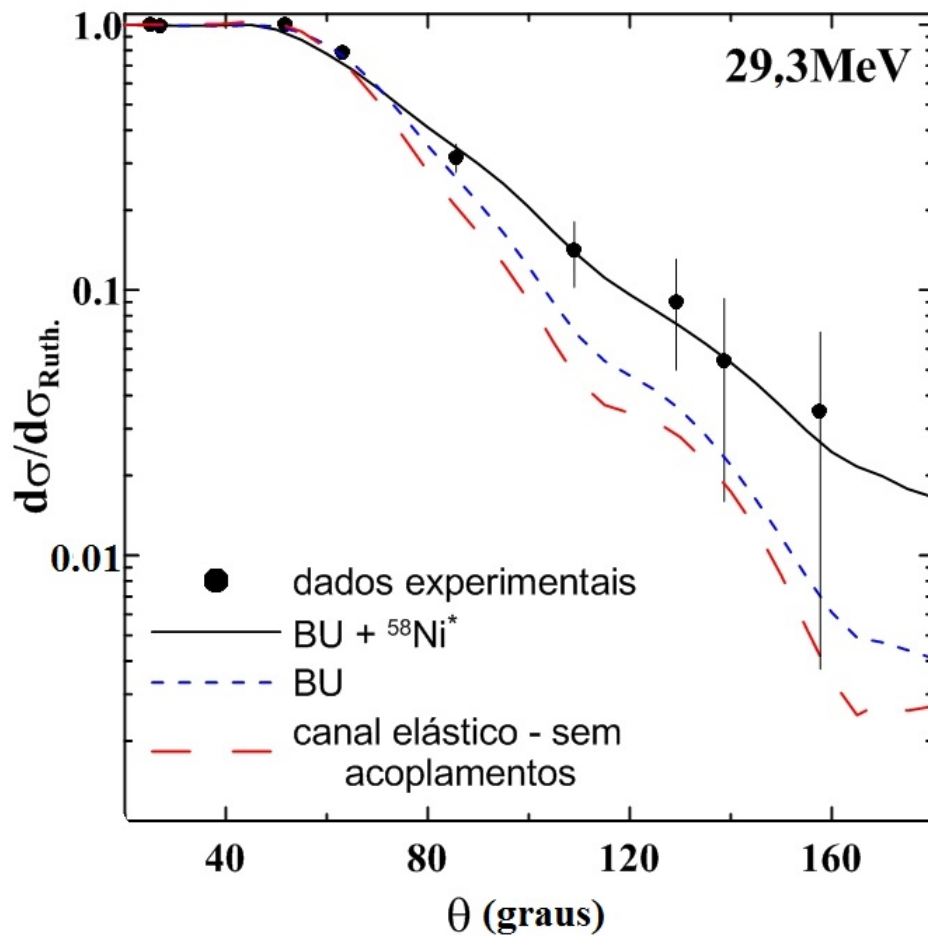


Figura 3.5: Dados experimentais e cálculos da distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 29,3 MeV em escala logarítmica. A curva com traços longos leva em conta apenas o canal elástico. A curva de tracejado curto apresenta um cálculo mais realista, levando em conta o canal de *breakup*. A curva cheia além do *breakup* também considera excitações do alvo.

Já na energia mais baixa podemos notar a importância do canal de *breakup* através de um acréscimo na distribuição angular do espalhamento elástico que se repete em todas as energias. Com a inclusão dos estados inelásticos do alvo o acréscimo é ainda maior, causando um ajuste perfeito com os dados. Esta importância dos canais inelásticos se reflete também na distribuição de barreiras quase elástica, como veremos mais a frente.

Os canais inelásticos levados em conta nos cálculos foram o primeiro estado excitado de um fónon 2_1^+ com energia $E^* = 1,45 \text{ MeV}$, e o tripleto de dois fónons $2_2^+, 4_1^+$ e 0_2^+ com energias de $E^* = 2,77, 2,46$ e $2,94 \text{ MeV}$ respectivamente. Os elementos de matriz reduzidos para este sistema foram $Q_{\lambda=2}^C = 24,76$ e $Q_{\lambda=2}^N = 0,40$ para $\beta_2 = 0,1828$ [42].

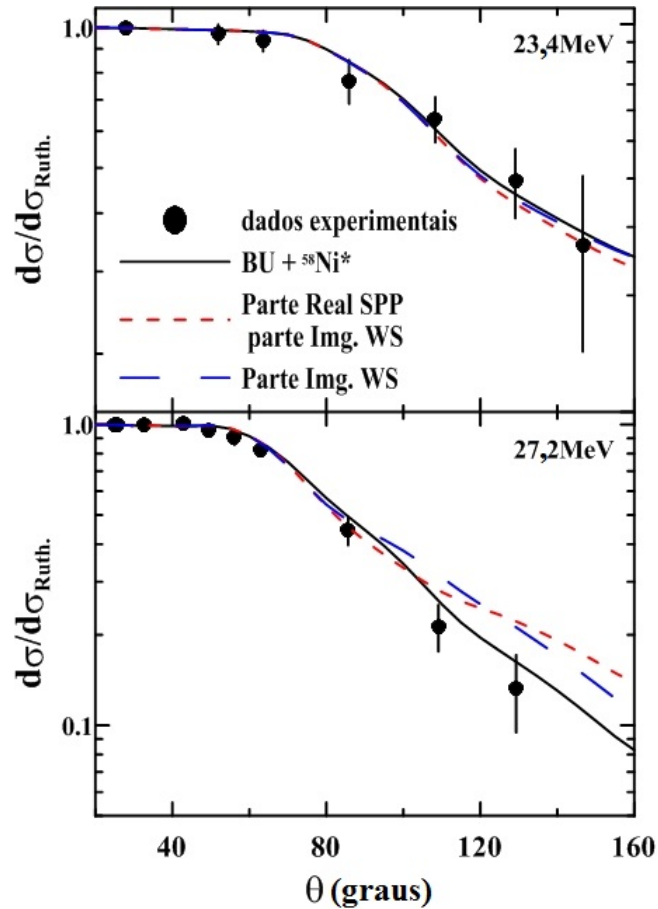


Figura 3.6: Distribuição angular do espalhamento elástico para diferentes escolhas de potenciais para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$. Detalhes sobre os potenciais no texto abaixo.

O uso de potenciais fenomenológicos para ${}^7\text{Be}$ -alvo e p -alvo determinados através de dados de espalhamento elástico, junto com o método de canais acoplados, pode levar a uma contagem dupla das excitações inelásticas. Uma vez que os potenciais foram utilizados para ajustar dados experimentais, podem trazer

embutidos neles contribuições inelásticas que não foram levadas em conta explicitamente nos cálculos. Para descobrir a importância destes efeitos realizamos alguns testes substituindo estas interações por um potencial de dupla convolução (Potencial de São Paulo) na parte real e uma absorção de fusão padrão, parametrizada por funções de Woods-Saxon. O resultado destes testes está na Fig. (3.6). Todos os cálculos consideram o *breakup* e os estados excitados do alvo. A curva cheia foi obtida com os potenciais fenomenológicos já descritos neste trabalho. Para as curvas com tracejado curto e longo substituímos a parte imaginária dos elementos de matriz diagonais da interação por uma função de Woods-Saxon, representando forte absorção de fusão. Para a curva com tracejado curto também fizemos substituição na parte real por uma interação de dupla convolução. De acordo com a figura vemos que resultados em energias baixas são praticamente os mesmos. Em altas energias temos algumas diferenças em ângulos traseiros, mas nada que seja muito considerável. Concluimos então que o uso dos potenciais fenomenológicos não nos levou a uma contagem dupla.

A boa descrição dos dados experimentais através de nossa sistemática corrobora o poder do método de CDCC e nos dá credibilidade para nos aprofundarmos no estudo do sistema e analisarmos outras características de seu comportamento, como seguiremos fazendo nas seguintes sessões.

3.3 Influências dos Acoplamentos entre os estados do contínuo, e das Contribuições de Multipolo, de *breakup* Coulombiano e *breakup* Nuclear

Nas seções seguintes estudaremos a influência dos acoplamentos entre os estados do contínuo da distribuição angular do espalhamento elástico e também das

contribuições Coulombiana e nuclear no potencial de interação e também da expansão em multipolos. Estes estudos foram publicados na Ref. [43]

3.3.1 Acoplamentos entre Estados do Contínuo

Realizamos um cálculo onde, apesar de termos levado em conta tanto o canal de *breakup* quanto os canais inelásticos do alvo, não levamos em conta os acoplamentos entre os estados que populam o contínuo, representado pela curva pontilhada e tracejada nas Figs. (3.7), (3.8) e (3.9).

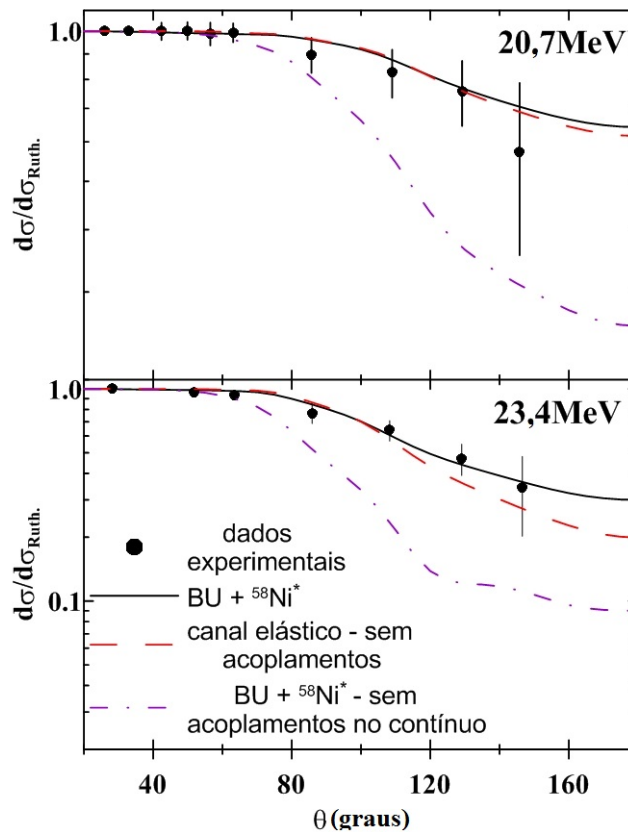


Figura 3.7: Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 20,7 e 23,4 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (*breakup* e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.

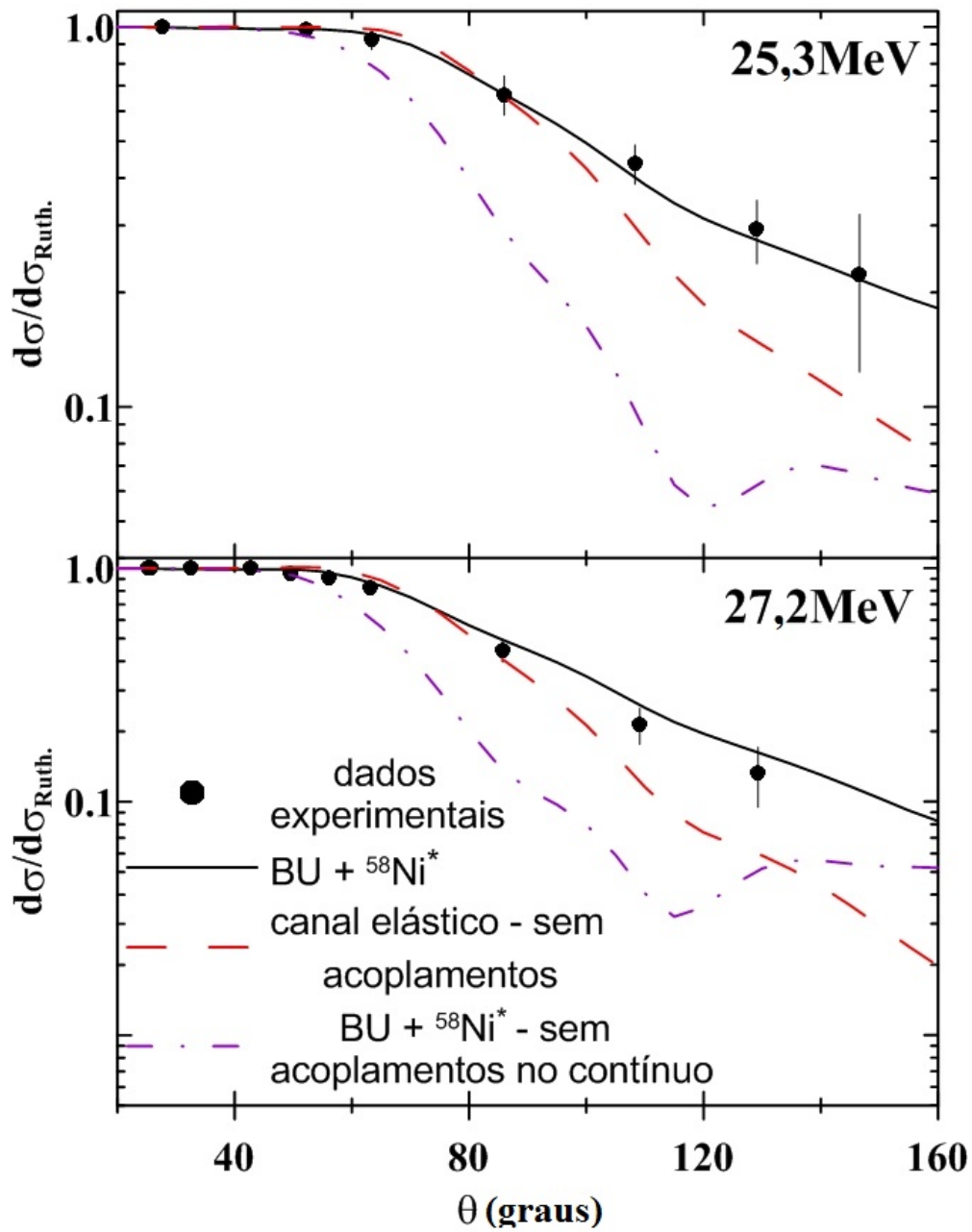


Figura 3.8: Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para as energias de 25,3 e 27,2 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (*breakup* e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.

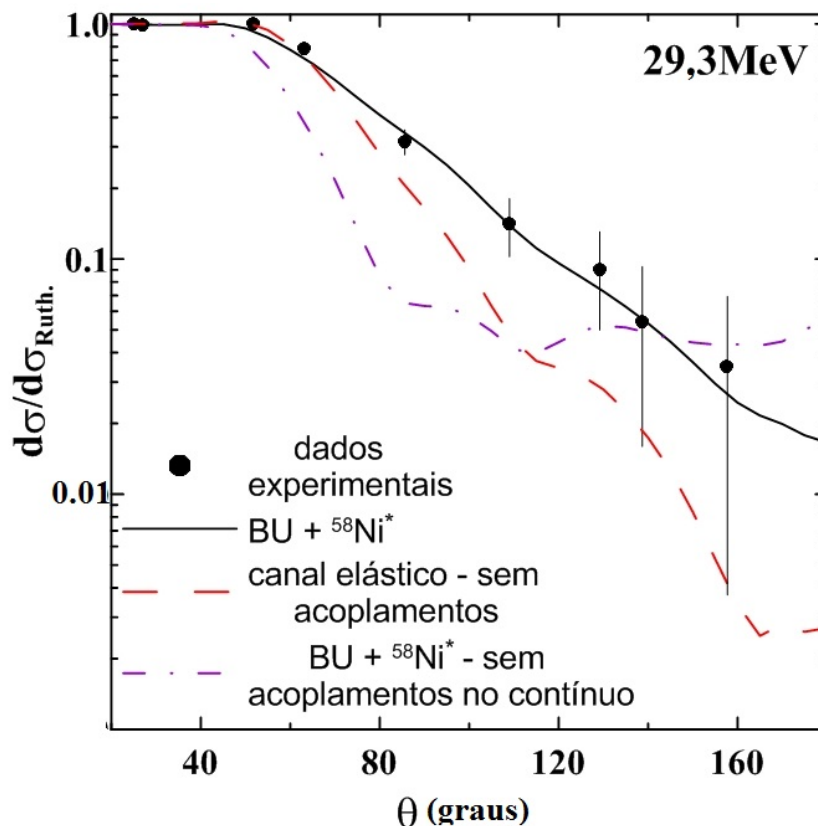


Figura 3.9: Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 29,3 MeV. A curva tracejada representa um cálculo simples que só leva em conta o canal elástico. A curva tracejada e pontilhada representa o cálculo completo (*breakup* e estados inelásticos do alvo), assim como a curva cheia, com a diferença de que não leva em conta acoplamentos entre estados do contínuo.

Também mostramos com curvas tracejadas os resultados dos cálculos de um canal (que leva em conta a estrutura de halo do ^8B , mas não leva em conta o acoplamento do canal elástico com os canais do contínuo), que já foram mostrados nas figuras da seção 3.2 .

Das Figs. (3.7), (3.8) e (3.9), pode-se concluir que é melhor realizar cálculos mais simples (modelo óptico ou um canal) do que desprezar o acoplamento entre os estados do contínuo. Ressaltamos que cálculos utilizando este artifício foram feitos nos primórdios do CDCC devido a dificuldades numéricas que se tem para

resolver os sistemas de canais acoplados neste método [44]. Inclusive hoje em dia alguns autores quando têm dificuldades de convergência nos seus resultados desconsideram o acoplamento entre estados do contínuo, o que simplifica muito os cálculos. Porém, nossos resultados mostram que este procedimento pode levar a resultados inconsistentes e não deve ser adotado.

Este resultado está de acordo com o trabalho de Nunes e Thompson [45] onde eles investigam os efeitos de processos de múltiplos passos na distribuição angular do centro de massa do projétil 8B na reação de quebra no alvo de ${}^{58}Ni$. Neste trabalho eles descobriram que processos de múltiplos passos levam a uma forte supressão da seção de choque de *breakup* para ângulos traseiros. Sendo assim, a absorção da onda incidente é reduzida. Isto leva a um aumento da seção de choque elástica, como visto em nosso trabalho. Conclusões nesta mesma linha foram também obtidas em cálculos de CDCC da seção de choque de fusão [46], onde mostrou-se que acoplamentos no contínuo são responsáveis por uma forte supressão da seção de choque de fusão em energias próximas da barreira.

3.3.2 Contribuição dos Termos de *breakup* Coulombiano e Nuclear do Potencial de Interação

Devido à importância do canal de quebra (*breakup*) em energias perto da barreira Coulombiana, se torna muito importante investigar a dependência relativa do papel das componentes Coulombiana e nuclear do potencial de interação em relação ao número de massa ou da carga do núcleo alvo. Existem resultados que mostram que os efeitos da quebra nuclear na seção de choque de fusão são menos relevantes para núcleos leves do que para núcleos pesados [47].

Porém, a seção de choque de quebra não pode ser calculada somando diretamente as componentes nuclear e Coulombiana, pois, desde o ponto de vista quântico, deve-se considerar a interferência entre estas componentes, já que as

mesmas contribuem para a amplitude de espalhamento com diferentes fases. Como a seção de choque é determinada pelo módulo quadrado da amplitude total, podem haver interferências construtivas ou destrutivas entre as componentes nuclear e Coulombiana, dependendo de sua fase relativa. Tem-se mostrado que a interferência entre estas duas componentes pode ser forte [34, 48, 49].

Para núcleos pesados a quebra Coulombiana deve prevalecer ante a nuclear. Por outro lado, a dependência da quebra nuclear da massa atômica é mais difícil de ser prevista. Existem dois trabalhos que estudaram a dependência da quebra nuclear da massa do alvo para energias da ordem de várias dezenas de MeV/n [48, 50]. Nestes trabalhos, provou-se que a seção de choque de *breakup* nuclear depende linearmente de $A^{1/3}$.

O procedimento comumente usado para prever a seção de choque de *breakup* é ignorar a interferência entre a quebra nuclear e Coulombiana [51, 52]. Porém esta metodologia não é totalmente justificada. Nos experimentos para o estudo dos mecanismos de reação, são medidas seções de choque de quebra em alvos muito leves onde se espera que a quebra devida à interação nuclear predomine [51, 52, 53, 54]. Esta seção de choque é, então, extrapolada para alvos pesados usando uma dependência linear com o número de massa do alvo. A seguir, é medida a seção de *breakup* em alvos pesados (deve-se lembrar que experimentalmente os *breakups* nuclear e Coulombiano não podem ser separados) e a seção de *breakup* Coulombiana é determinada diminuindo do valor experimental o valor da seção de choque de *breakup* nuclear obtida por extrapolação [51, 55, 56]. No presente trabalho iremos mostrar que este procedimento não é válido nem para núcleos de peso atômico médio, já que a interferência entre as quebras nuclear e Coulombiana é de extrema importância (sendo destrutiva em nosso caso).

Nos cálculos de CDCC, o canal de entrada e os canais associados aos *bins* estão acoplados entre si através do potencial da Eq. (2.31) que possui contribuições

tanto Coulombianas quanto nucleares. Vamos então analisar a influência de cada uma destas contribuições, assim como a interferência entre elas. Para realizarmos este estudo, realizamos cálculos de CDCC desconsiderando cada uma destas interações e comparando os resultados com o cálculo completo (que considera ambas). Vale ressaltar que as contribuições nuclear e de Coulomb para o acoplamento entre os canais elásticos e inelásticos do alvo permanecem inalteradas. Estamos apenas alterando as contribuições de Coulomb e nuclear para o *breakup*.

Notamos pela Fig. (3.10) que a distribuição angular obtida considerando apenas contribuições de Coulomb é levemente maior que a distribuição obtida onde ambas as contribuições são desconsideradas. Isto nos sugere que o potencial de polarização associado com o *breakup* Coulombiano é repulsivo na região da barreira Coulombiana. O acréscimo de um potencial de polarização repulsivo aumenta a altura da barreira, causando um espalhamento maior e diminuindo a seção de choque de fusão e de reação em geral. No entanto, os resultados para o *breakup* puramente nuclear ficam levemente abaixo dos resultados onde ambas contribuições são desconsideradas. Quando ambas as contribuições são levadas em conta há uma interferência destrutiva entre as duas amplitudes, ficando o resultado aproximadamente entre os resultados quando alguma delas é desconsiderada. Embora só estejamos apresentando os resultados para a energia de 20,7 MeV, as conclusões são similares para as outras energias.

3.3.3 Contribuição dos Termos de Multipolo da Expansão do Potencial de Interação

Investigaremos agora a contribuição dos termos de monopolo ($\lambda=0$), dipolo ($\lambda=1$) e quadrupolo ($\lambda=2$) na expansão de multipolos do acoplamento de interação. Para isso, consideramos cálculos com cada acoplamento em separado, assim como algumas combinações entre eles.

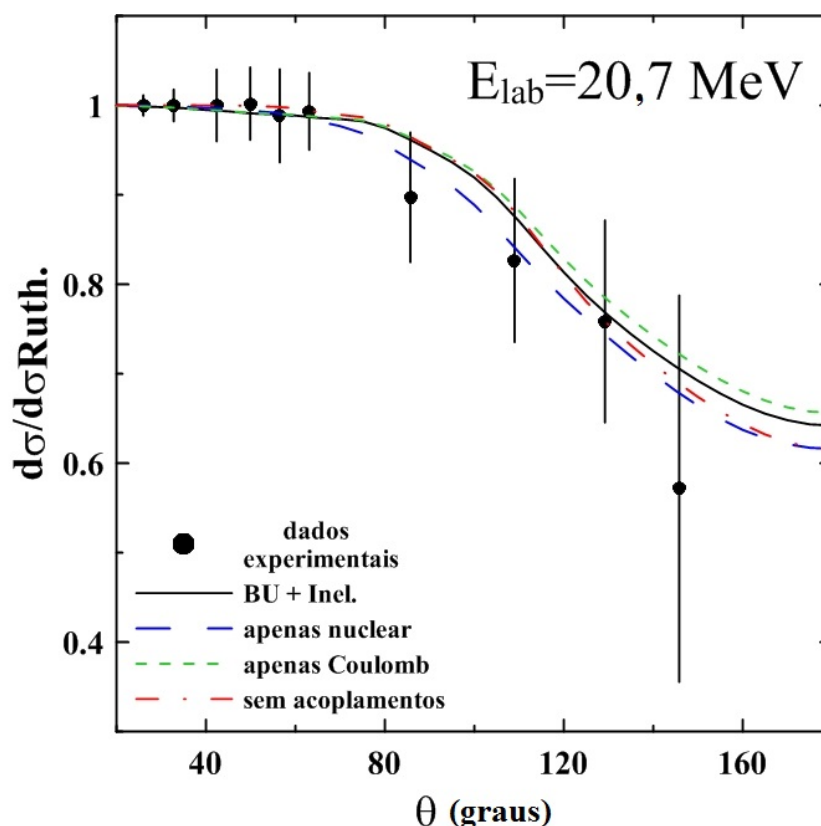


Figura 3.10: Análise da influência da contribuição dos termos de *breakup* Coulombiano e Nuclear do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 20,7 MeV.

Na Fig. (3.11) a curva curta tracejada inclui apenas termos de monopolo; a tracejada longa considera monopolo e dipolo; a tracejada com dois pontilhados conta com monopolo e quadrupolo; a curva cheia possui todos os termos até o quadrupolo; a curva tracejada com um pontilhado só leva em conta o dipolo; por fim a curva pontilhada conta apenas com o quadrupolo. Fica claro através da Fig. (3.11), que enquanto o termo de monopolo nos leva a um potencial de polarização atrativo, os termos de dipolo e quadrupolo estão ligados a um potencial de polarização repulsivo. Quando o monopolo é levado em conta com o dipolo ou o quadrupolo, o resultado fica levemente abaixo do cálculo onde todos os termos são levados em conta.

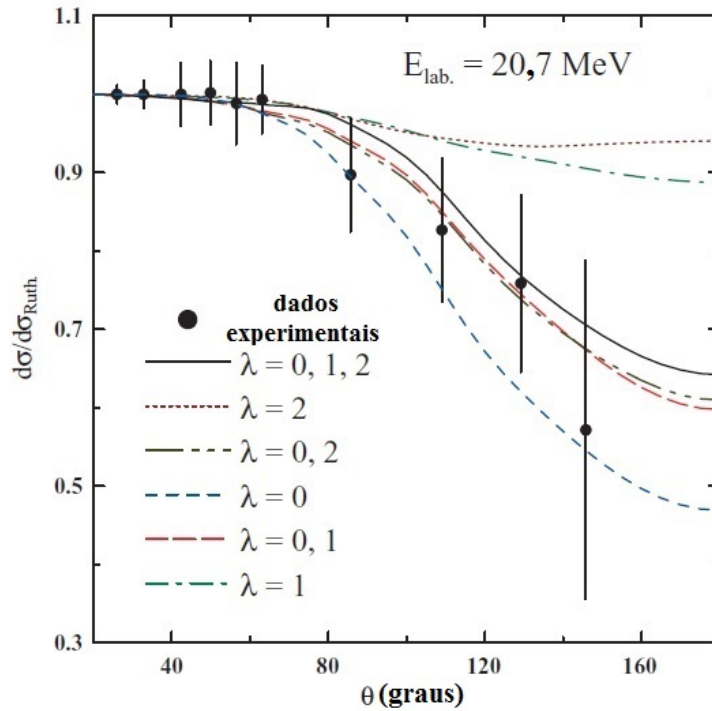


Figura 3.11: Análise da influência da contribuição dos Termos de Multipolo da expansão do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para a energia de 20,7 MeV.

3.4 Distribuição de Barreiras Quase Elástica

Para podermos analisar através da distribuição de barreiras quase elástica a influência de cada canal, realizamos cálculos sem acoplamentos, incluindo o *breakup*, e por fim incluindo além do *breakup* as excitações do alvo. Inicialmente realizamos a distribuição de barreiras para o cálculo sem acoplamentos e em seguida para os cálculos que incluíam o canal do *breakup* e também o cálculo que incluía além desse as excitações do alvo. Este trabalho foi publicado na Ref. [57]

Podemos ver na Fig. (3.12), comparando a curva que inclui o canal de *breakup* com aquela sem acoplamentos, que o *breakup* desloca o topo da curva levemente para uma energia mais alta, ou seja, incrementa a energia da barreira ($\Delta E = 0,67$ MeV), sem mudar a estrutura.

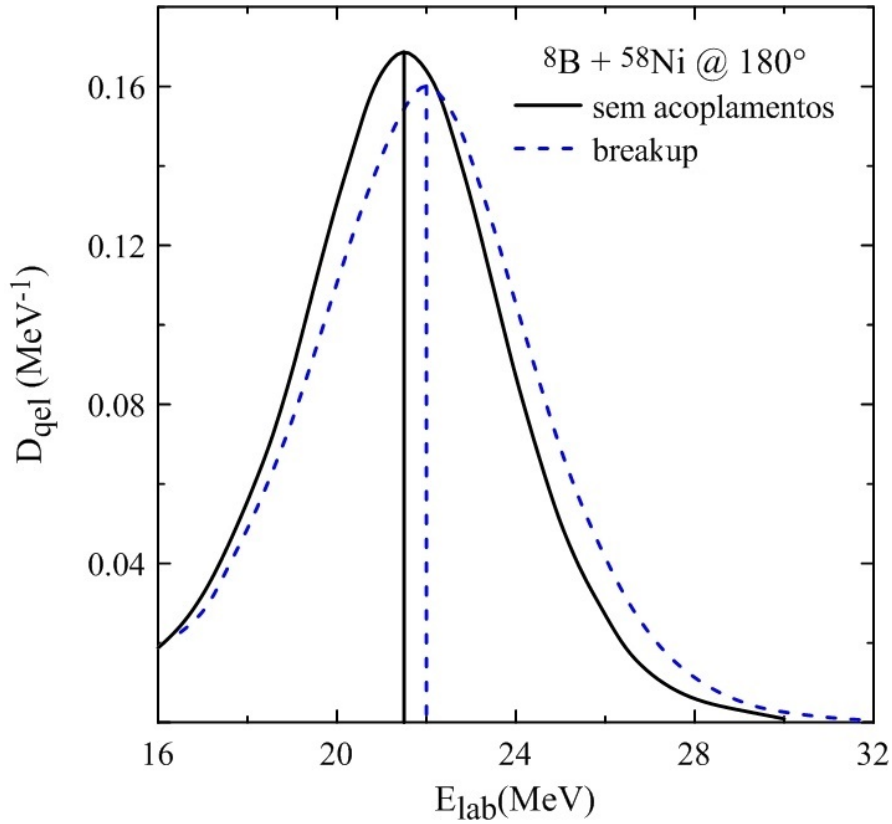


Figura 3.12: Distribuição de barreiras quase elástica para um cálculo sem acoplamentos (curva cheia) e com o acoplamento do canal de *breakup* (curva tracejada).

Sendo assim, a seção de choque de fusão sofre um decréscimo, comparando com cálculos sem acoplamentos. Em adição ao aumento da barreira Coulombiana, o acoplamento do *breakup* também causa uma leve redução do máximo da distribuição quase elástica, com um aumento em sua largura. Este efeito corresponde ao decréscimo na seção de choque de fusão. Através desta análise, concluímos que a parte real do potencial de polarização associado ao acoplamento do *breakup* é repulsiva. Como vimos na seção anterior, o *breakup* nuclear produz uma polarização repulsiva, enquanto o Coulombiano uma polarização atrativa, e verificamos que existe uma forte interferência destrutiva entre eles. Aqui estamos mostrando que o efeito final do *breakup* é de inibir a fusão em energias próximas

da barreira Coulombiana.

Agora vamos analisar a influência dos canais inelásticos.

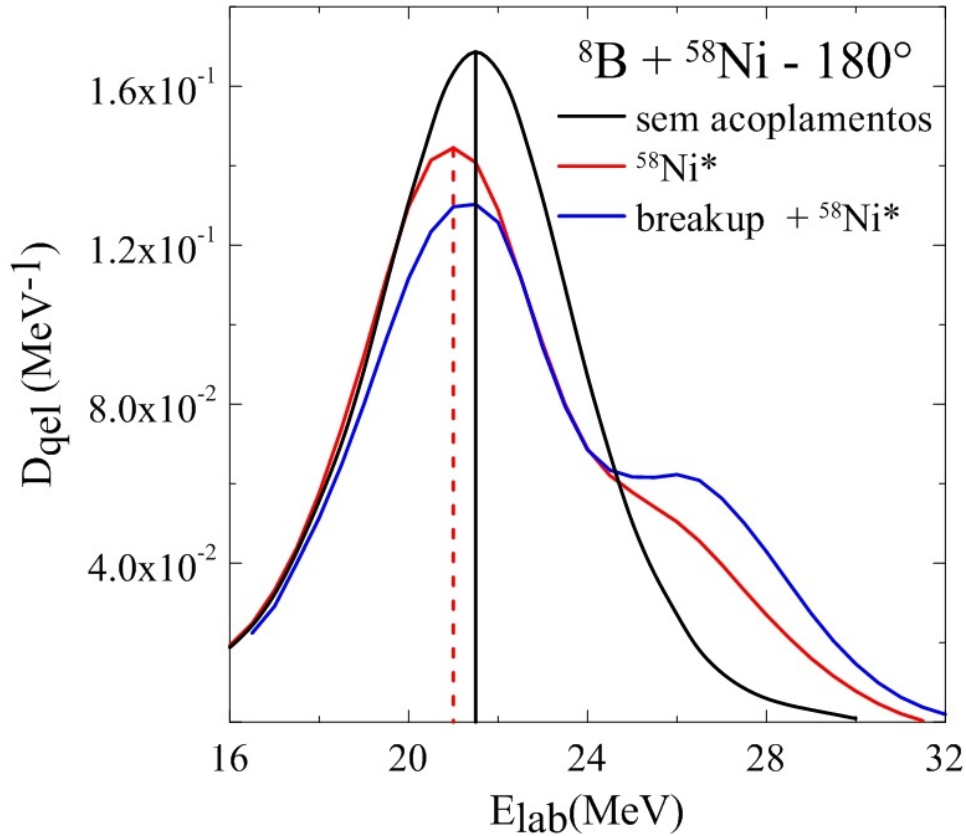


Figura 3.13: Distribuição de barreiras quase elástica para um cálculo sem acoplamentos (curva preta), com o acoplamento dos estados excitados do alvo (curva vermelha), e com ambos acoplamentos de *breakup* e dos estados excitados do alvo (curva azul).

Pela Fig. (3.13) vemos que a inclusão dos canais inelásticos gera o surgimento de um segundo pico em energias acima da barreira Coulombiana nominal, relacionada usualmente às excitações inelásticas do alvo. Comparando os cálculos que levam em conta as excitações do alvo com os que não levam em conta, vemos que o canal inelástico gera um efeito de semelhante intensidade, mas oposto ao efeito causado pelo canal de *breakup*. Enquanto o *breakup* causa um decréscimo na fusão, o canal inelástico gera um acréscimo, particularmente em energias abaixo

da barreira Coulombiana. Isso indica que a parte real do potencial de polarização associada com os acoplamentos inelásticos é atrativa, como era de se esperar. Por terem mesma magnitude e efeito oposto, a presença dos dois acoplamentos gera uma interferência destrutiva, mantendo assim a barreira Coulombiana inalterada. Este resultado está de acordo com o estudo realizado em [58], onde vemos que, devido aos canais de *breakup* e inelástico apresentarem polarizações opostas, não é possível realizar previsões acerca do efeito do *breakup* na seção de choque de fusão completa de sistemas fracamente ligados, onde podem haver polarizações de sinais opostos ou até de mesmo sinal.

3.5 Comportamento dos Potenciais de Polarização

No intuito de verificar nossas conclusões acerca dos potenciais de polarização, apresentamos os potenciais de polarização para o cálculo de CDCC completo incluindo os canais inelásticos, com e sem acoplamentos entre os estados do contínuo [59]. No Apêndice A fazemos uma discussão mais profunda sobre o potencial de polarização e sobre como obtê-lo seguindo a linha utilizada por J. Rangel [60].

Potenciais de polarização são uma importante ferramenta para investigar os efeitos de canais particulares na função de onda elástica. Eles são não-locais, possuem forte momento angular e dependência energética e são muito difíceis de serem obtidos. No entanto, algumas aproximações destes potenciais podem ser muito úteis em diversas situações, incluindo o espalhamento de sistemas fracamente ligados. Em alguns sistemas uma abordagem direta utilizando o método de CDCC é um trabalho muito árduo, o que tornam aproximações por meio de potenciais de polarização muito atrativas.

Para obter o potencial de polarização seguimos a análise de Thompson *et al.*

[61] para um potencial de polarização local médio e independente de L definido por,

$$V_{pol}(r) = \frac{\sum_L w_L(r) V_{pol}^L(r)}{\sum_L w_L(r)} \quad (3.3)$$

onde $V_{pol}^L(r)$ é o potencial de polarização dependente de L, definido por,

$$V_{pol}^L(r) = \frac{1}{u_L(r)} \langle V \mathcal{G} V u_L \rangle_r \quad (3.4)$$

e o fator peso é escolhido como,

$$w_L(r) = (2L + 1)(1 - |S_L|^2) |u_L(r)|^2 \quad (3.5)$$

de forma que eles são proporcionais à seção de choque de reação parcial.

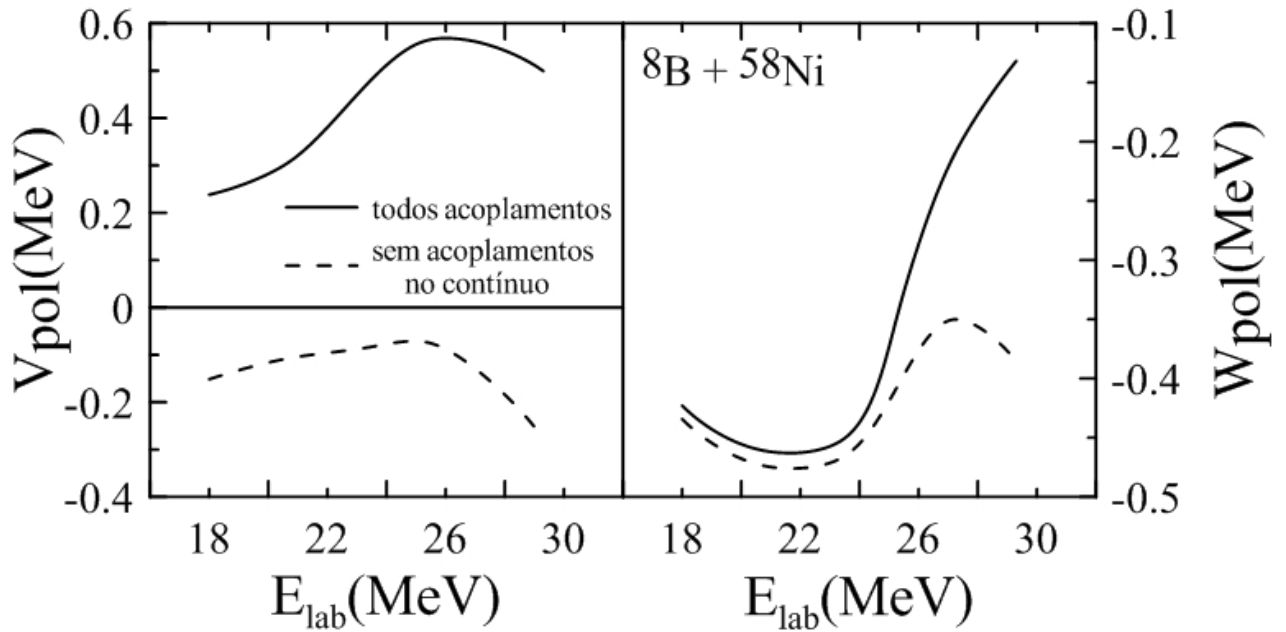


Figura 3.14: Potenciais de Polarização em função da energia do feixe de 8B no sistema de laboratório. Do lado direito temos a parte imaginária do potencial, e do lado esquerdo sua parte real.

Realizamos investigações acerca da influência dos acoplamentos no contínuo nas seções de choque de espalhamento elástico. Neste caso, comparamos resultados dos cálculos de CDCC com e sem acoplamentos no contínuo com os dados experimentais. Na Fig. (3.14), a linha cheia representa cálculos completos de CDCC levando em conta acoplamentos no contínuo, enquanto que a linha tracejada não leva em conta estes acoplamentos. Como podemos ver, os acoplamentos dos estados do contínuo levam a uma polarização repulsiva na parte real do potencial de polarização junto com uma redução da parte imaginária, responsável por absorção no canal de breakup. Neste caso, devemos esperar também uma diminuição na seção de choque de fusão completa, pois a barreira de potencial - resultando da soma do potencial óptico e dos potenciais de polarização - se torna maior.

3.6 Contribuição dos Termos de *breakup* Coulombiano e Nuclear do Potencial de Interação e dos Acoplamentos entre Estados do Contínuo para o sistema ${}^6\text{Li} + {}^{116}\text{Sn}$

Nesta seção, para fins comparativos, apresentaremos estudo semelhante da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo e das contribuições do *breakup* Coulombiano e Nuclear na distribuição angular do sistema ${}^6\text{Li} + {}^{116}\text{Sn}$. Este trabalho foi realizado em colaboração com Deshmukh e Mukherjee, que obtiveram os dados experimentais [62].

O projétil de ${}^6\text{Li}$ é descrito como um caroço inerte de ${}^4\text{He}$ mais um deuteron, e seus estados estão no contínuo. No canal de entrada os fragmentos estão ligados por uma energia de ligação de 1.47 MeV. Na configuração dos pacotes de funções

de onda de estados do contínuo, a energia máxima de cada pacote foi de $\epsilon_{max} = 6$ MeV. As funções de onda do movimento entre projétil e alvo foram expandidas em ondas parciais até $L_{max} = 1000\hbar$. O modelo espacial utilizado foi o mesmo de [15, 63]. Utilizamos o potencial de São Paulo para as partes reais do potencial óptico da interação $\alpha, d + {}^{116}\text{Sn}$. A parte imaginária utilizada foi um Woods-Saxon interno com profundidade $W_0 = 50\text{MeV}$, raio $r_0 = 1.06\text{fm}$ e difusividade $a_0 = 0.2\text{fm}$. Não foram consideradas excitações do projétil ou do alvo. Cálculos foram realizados nas energias de 20, 21, 22, 23, 26, 30, 35 e 40 MeV.

Na Fig. (3.15) a curva azul representa os resultados de nosso melhor cálculo de CDCC. Inclui canais correspondentes aos estados do contínuo, assim como acoplamentos entre estes canais. Os resultados estão em bom acordo com os dados. As curvas vermelhas representam o mesmo cálculo sem levar em conta os acoplamentos entre estados do contínuo. Os cálculos estão bem abaixo da distribuição angular experimental para todas as energias de colisão, mesmo para ângulos dianteiros. Estas conclusões estão de acordo com nossos cálculos apresentados para o sistema ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$.

Nos cálculos de CDCC, o canal de entrada e aqueles associados aos estados do contínuo são acoplados entre si através do potencial da Eq. (2.31), que contém tanto contribuições nucleares quanto Coulombianas. Agora investigaremos a importância relativa a cada uma destas contribuições e a interferência entre elas. Na Fig. (3.16) a curva azul e a vermelha representam, respectivamente, resultados dos cálculos de CDCC considerando exclusivamente *breakup* Coulombiano e nuclear. Podemos ver que para baixas energias, embora o efeito seja fraco, o *breakup* Coulombiano produz polarização atrativa, enquanto o *breakup* nuclear produz polarização repulsiva. Para energias mais altas ambas polarizações são irrelevantes, o que está de acordo com os resultados da Fig. (3.15), onde vemos que para energias mais altas os acoplamentos entre estados do contínuo não apresentam

grande contribuição à distribuição angular.

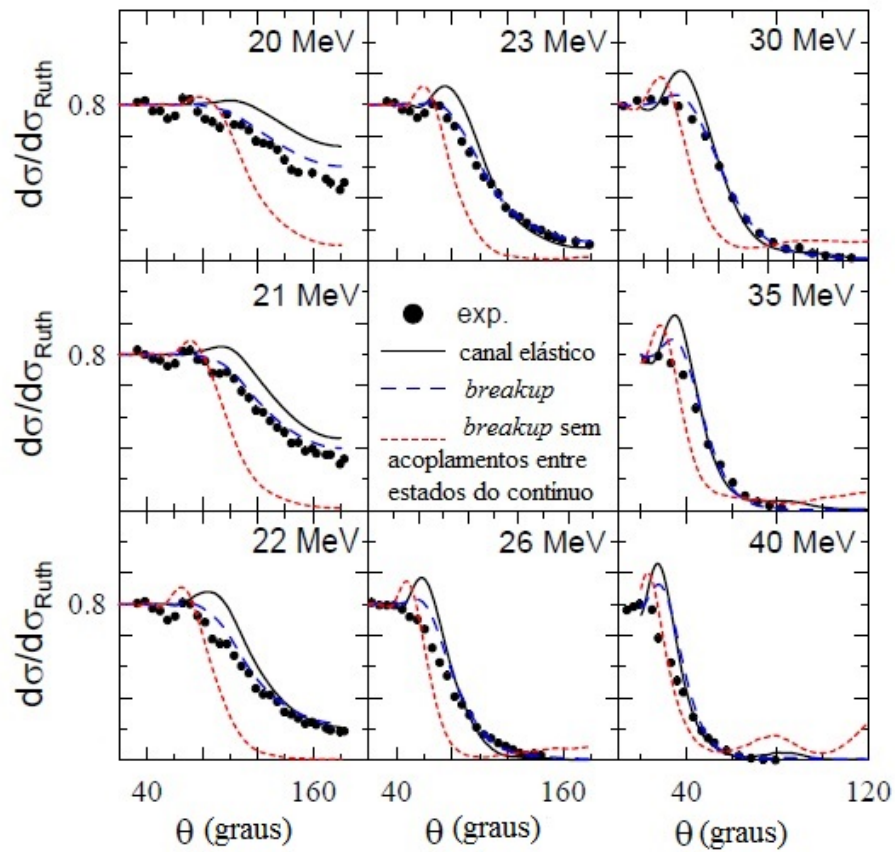


Figura 3.15: Análise da influência dos acoplamentos entre estados do contínuo na distribuição angular do espalhamento elástico para várias energias do sistema ${}^6\text{Li} + {}^{116}\text{Sn}$.

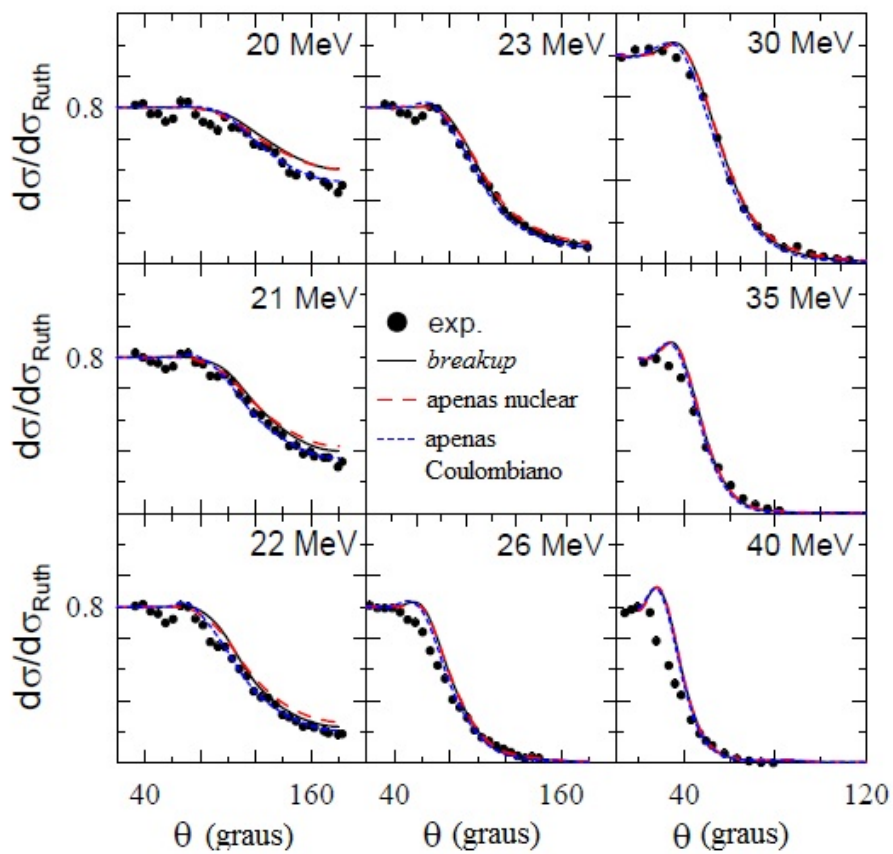


Figura 3.16: Análise da influência da contribuição dos termos de *breakup* Coulombiano e Nuclear do potencial de interação na distribuição angular do espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li} + {}^{116}\text{Sn}$ em várias energias.

Capítulo 4

Conclusões e Perspectivas para o Futuro

Neste trabalho, buscamos fazer um estudo completo acerca do comportamento do *breakup* do 8B através do método de canais acoplados utilizando potenciais fenomenológicos com forma de Woods-Saxon. Levamos em conta também os estados inelásticos do alvo ${}^{58}Ni$, e concluímos que estes estados são muito importantes para uma descrição completa da reação. Analisamos o acoplamento entre estados do contínuo (*bins*) para descobrir sua importância na distribuição angular e elucidar se a prática de desconsiderar estes acoplamentos pode nos levar a resultados satisfatórios. Descobrimos então, que um cálculo completo de canais acoplados, sem levar em conta estes acoplamentos, é muito pior que um cálculo simples de modelo óptico ou que considere apenas um canal. Discutimos também a influência das interações nuclear e Coulombiana no potencial de interação do CDCC. Este estudo nos mostrou que as interações possuem polarizações opostas e de mesma intensidade, anulando-se quando são levadas em conta conjuntamente. A influência de cada um dos termos de multipolo na expansão do potencial de interação também foi analisada, nos mostrando que ter-

mos de dipolo e quadrupolo possuem polarização semelhante, enquanto que o termo de monopolo possui polarização oposta. A consideração de todos os termos leva a uma interferência destrutiva. Termos de polaridades mais elevadas levam a contribuições desprezíveis. Além disso, fizemos também uma análise através da distribuição de barreiras quase-elástica para descobrir as características dos potenciais de polarização de *breakup* e inelástico. Descobrimos que acoplamentos puramente de *breakup* deslocam a barreira Coulombiana para energias mais altas, reduzem o máximo levemente, e tornam a distribuição mais espalhada. Por outro lado, acoplamentos de canais inelásticos deslocam a barreira para energias menores e dão origem a um segundo máximo numa energia maior que a da barreira Coulombiana. Quando ambos acoplamentos são levados em conta, seus efeitos no deslocamento da barreira Coulombiana se cancelam. No intuito de verificar as conclusões tiradas através da análise da distribuição de barreiras também realizamos o cálculo dos potenciais de polarização, cuja descrição de obtenção se encontra no apêndice A. O presente trabalho é um dos primeiros que analisam, de maneira completa, incluindo tanto o canal de *breakup* quanto canais inelásticos, uma reação envolvendo um núcleo radioativo e com propriedades de próton-halo, realizando análise de distribuição de barreiras e fazendo uma boa descrição dos dados experimentais. Para o futuro esperamos que sejam realizadas medidas da seção de choque quase elástica deste sistema para que possamos comparar com nossos cálculos realizados.

Apêndice A

Cálculo de Feshbach e o Potencial de polarização

Tomando a equação de Schrödinger para muitos corpos:

$$(E - H)|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle = 0 \quad (\text{A.1})$$

com o Hamiltoniano: $H = h + K + V$. O operador K é o operador energia cinética do movimento relativo e V o potencial de interação entre o projétil e alvo. O Hamiltoniano intrínseco do sistema projétil-alvo, h , possui autoestados $|\alpha\rangle$ e autovalores ϵ , com α sendo o conjunto dos números quânticos que descrevem completamente o sistema. O estado de espalhamento, $|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle$, que se inicia no canal elástico ($\alpha = 0$), com vetor de onda K_o pode ser expandido na forma:

$$|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{\infty} |\psi^+(\mathbf{r})\rangle \otimes |\phi_{\alpha}(\xi)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{\infty} |\psi_{\alpha}\rangle |\phi_{\alpha}\rangle, \quad (\text{A.2})$$

onde os $|\phi_\alpha\rangle$ são os estados pertencentes ao espaço intrínseco e os $|\Psi_\alpha\rangle$ ao espaço dos graus de liberdade de colisão. Pode-se particionar o espaço de canais em dois subespaços: $\alpha = 0, \dots, N-1$ e $\beta = N, \dots, \infty$. O primeiro geralmente corresponde ao canal de interesse, na maioria das vezes inclui somente o canal elástico, e o segundo espaço, apesar de menos relevante, influi no canal de interesse.

A partir da divisão do espaço podemos criar operadores de projeção desses sub-espaços. Como os estados intrínsecos são ortogonais, obtém-se:

$$P = \sum_{\alpha=0}^{N-1} |\phi_\alpha\rangle\langle\phi_\alpha| ; \quad Q = \sum_{\beta=N}^{\infty} |\phi_\beta\rangle\langle\phi_\beta| \quad (\text{A.3})$$

com as propriedades :

$$P = P^2; \quad Q = Q^2; \quad P + Q = 1 \quad e \quad PQ = QP = 0 \quad (\text{A.4})$$

ou seja, os operadores P e Q são operadores idempotentes, um é complementar ao outro, e ortogonais.

Obtém-se assim as funções de onda projetadas nos respectivos espaços P e Q:

$$|\Psi_P\rangle = P|\Psi^+(0K_o)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{N-1} |\psi_\alpha\rangle|\phi_\alpha\rangle \quad (\text{A.5})$$

$$|\Psi_Q\rangle = Q|\Psi^+(0K_o)\rangle = \sum_{\beta=N}^{\infty} |\psi_\beta\rangle|\phi_\beta\rangle \quad (\text{A.6})$$

utilizando as relações descritas na equação (A.4) e aplicando o operador P na equação de Schrödinger para muitos corpos (A.1):

$$P(E - H)|\Psi^+(0K_o)\rangle = 0$$

usando $Q + P=1$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PH(P + Q)|\Psi^+(0K_o)\rangle = 0$$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PHP|\Psi^+(0K_o)\rangle = PHQ|\Psi^+(0K_o)\rangle$$

usando $P = P^2$ e $Q = Q^2$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PHPP|\Psi^+(0K_o)\rangle = PHQQ|\Psi^+(0K_o)\rangle$$

obtendo assim:

$$(E - PHP)|\Psi_P\rangle = PHQ|\Psi_Q\rangle \quad (\text{A.7})$$

Analogamente com o operador Q, tem-se:

$$(E - QHQ)|\Psi_Q\rangle = QHP|\Psi_P\rangle \quad (\text{A.8})$$

Essas equações acoplam os dois subespaços e podem ser reduzidas a uma única equação contendo o espaço de interesse. Esse procedimento nos fornece um Hamiltoniano efetivo. Da equação (A.8) aplicando-se a inversa do operador do lado esquerdo obtém-se:

$$|\Psi_Q\rangle = \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP|\Psi_P\rangle. \quad (\text{A.9})$$

Como existe pólo no denominador, isto é, a função diverge quando $\epsilon = H$, o cálculo procede tirando o pólo do eixo somando o termo $i\epsilon$ e depois se faz o

limite ϵ ir a zero para manter a analiticidade do problema. Para o caso em que a partição Q é um canal fechado, este termo pode ser desconsiderado. Similarmente da equação (A.7), obtém-se:

$$|\Psi_P\rangle = |\chi^+(0K_o)\rangle + \frac{1}{[E - PHP + i\epsilon]} PHQ |\Psi_P\rangle \quad (\text{A.10})$$

onde o primeiro membro do lado direito corresponde a solução homogênea que satisfaz a solução da equação quando não há acoplamento entre os canais. Inserindo a equação (A.9) na equação (A.7):

$$(E - PHP) |\Psi_P\rangle = PHQ \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP |\Psi_P\rangle$$

obtendo assim :

$$(E - PHP - PHQ \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP) |\Psi_P\rangle = 0 \quad \text{ou}$$

$$(E - H_{eff}) |\Psi_P\rangle = 0 \quad (\text{A.11})$$

com o Hamiltoniano efetivo dado por:

$$H_{eff} = PHP + PHQG_Q^+(E)QHP \quad (\text{A.12})$$

$$G_Q^+(E) = \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} \quad (\text{A.13})$$

O primeiro membro do potencial efetivo é construído com os elementos da matriz entre os estados contidos no espaço P. Usualmente escolhe-se este espaço para descrever processos imediatos. Desta forma, pode-se truncar a equação sim-

plesmente negligenciando o segundo termo.

O segundo membro expressa a influência do canal Q na dinâmica do espaço P da seguinte forma: o primeiro termo envolve a transição do espaço P para o espaço Q; o termo intermediário, $G_Q^+(E)$, propaga os estados ao longo do espaço Q, e por isso se chama propagador; e o último leva de volta ao espaço P. Em geral, o espaço Q contém um número grande de canais e a função de Green os acopla. Esta função é assim responsável pela geração do atraso temporal dos processos, pois o fluxo que diverge do espaço Q retorna ao espaço P após um certo intervalo de tempo. Por caracterizar um termo de transição entre dois espaços este termo é chamado de *potencial de polarização dinâmico*.

Referências Bibliográficas

- [1] <http://allchemistry.iq.usp.br/metabolizando/beta/01/atomista.htm>
- [2] J. Dalton, "On the Absorption of Gases by Water and Other Liquids", *Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester, Second Series*, **1**, 271-287 (1805).
- [3] J. J. Thomson, *Philosophical Magazine Series 6* **7**, 237 (1904).
- [4] H. Geiger e E. Marsden, *Proceedings of the Royal Society, Series A* **82**, 495 (1909).
- [5] E. Rutherford, *Philosophical Magazine Series 6* **21**, 669 (1911).
- [6] N. Bohr, *Philosophical Magazine* **26**, 1 (1913).
- [7] <http://www.alunosonline.com.br/upload/conteudo/images/modelo-atomico.jpg>
- [8] P. R. S. Gomes *et al.*, *The Open Nucl. and Part. Phys. Journal* **6**, 15 (2013).
- [9] P. R. S. Gomes *et al.*, *Nucl. Phys. A* **828**, 233 (2009).
- [10] P. R. S. Gomes *et al.*, *Journal of Phys. G: Nucl. Part. Phys* **39**, 115103 (2012).

- [11] B. Paes, J. Lubian, P. R. S. Gomes e V. Guimarães, Nuclear Physics A **890**, 1 (2012).
- [12] C. A. Bertulani, M. S. Hussein e G. Münzenberg, Physics of Radioactive Beams (Nova Science, New York, 2001); C. A. Bertulani, L. F. Canto e M. S. Hussein, Phys. Rep. **226**, 281 (1993).
- [13] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, R. Donangelo, e M. S. Hussein, Phys. Rep. **424**, 1 (2006).
- [14] D. R. Otomar *et al.*, Phys. Rev. C **80**, 034614 (2009).
- [15] D. R. Otomar *et al.*, Eur. Phys. J. A **46**, 285 (2010).
- [16] A. E. Woodard *et al.*, Nucl. Phys. A **873**, 17 (2012).
- [17] J. F. Liang e C. Signorini, Int. J. Mod. Phys. E **14**, 1121 (2005).
- [18] N. Keeley *et al.*, Prog. Part. Nucl. Sci. **59**, 579 (2007).
- [19] W. Schwab *et al.*, Z. Phys. **A350**, 283 (1995).
- [20] H. Lenske, Prog. Part. Nucl. Phys. **46**, (2001).
- [21] M. Yahiro, Y. Iseri, H. Kameyama, M. Kamimura e M. Kaway, Prog. Theor. Phys. Suppl. **89**, 32 (1986).
- [22] N. Austern, Y. Iseri, M. Kamimura, M. Kawai, G. Rawitscher e M. Yahiro, Phys. Rep. **154**, 125 (1987).
- [23] I. Talmi e A. de-Shalit, Nuclear Shell Theory, Academic Press (1963).
- [24] T. Tamura, Rev. Mod. Phys. **37**, 679 (1965).

- [25] P. E. Hodgson, The Nucleon Optical Model (1994).
- [26] R. H. Bassel, R. M. Drisko e G. R. Satchler, Oak Ridge National Laboratory Report ORNL **3240** (1962).
- [27] H. Yukawa, Proc. Phys. Math. Soc. Japan. **17**, 48 (1935).
- [28] R. D. Woods e D. S. Saxon, Phys. Rev. **95**, 577 (1954).
- [29] G. R. Satchler e W. Love, Phys. Rep. **55**, 183 (1979).
- [30] L. C. Chamon *et al.*, Phys. Rev. C **66**, 014610 (2002).
- [31] L. C. Chamon *et al.*, Phys. Rev. C **66**, 014610 (2002).
- [32] M. A. G. Alvarez *et al.*, Nucl. Phys. **A723**, 93 (2003).
- [33] C. P. Silva *et al.*, Nucl. Phys. **A679**, 287 (2001).
- [34] J. Lubian e F. M. Nunes, J. Phys. G: Nucl. Phys. **34**, 513 (2007).
- [35] J. A. Tostevin, F. M. Nunes e I. J. Thompson, Phys. Rev. C **63**, 024617 (2001).
- [36] E. F. Aguilera *et al.*, Phys. Rev. C **79**, 021601(R) (2009).
- [37] L. C. Chamon *et al.*, Nucl. Phys. **A597**, 253 (1996).
- [38] F. D. Becchetti e G. W. Greenlees, Phys. Rev. **182**, 1190 (1969).
- [39] H. Esbensen e G. F. Bertch, Nucl. Phys. **A600**, 37 (1996).
- [40] Z. Moroz *et al.*, Nucl. Phys. **A381**, 294 (1982).
- [41] I. J. Thompson, Comput. Phys. Rep. **7**, 3 (1988).

- [42] S. Raman, C.W. Nestor, Jr. e P. Tikkanena, *At. Data, Nucl. Data Tables* **78**, 1 (2001).
- [43] J. Lubian, T. Correa, E. F. Aguilera, L. F. Canto, A. Gomez-Camacho, E. M. Quiroz e P. R. S. Gomes, *Phys. Rev. C* **79**, 0646605 (2009).
- [44] K. Hagino, A. Vitturi e S. M. Lenzi, *Phys. Rev. C* **61**, 037602 (2000).
- [45] F. M. Nunes e I. J. Thompson, *Phys. Rev. C* **59**, 2652 (1999).
- [46] A. Diaz-Torres e I. J. Thompson, *Phys. Rev. C* **65**, 024606 (2002).
- [47] P. R. S. Gomes, J. Lubian e L. F. Canto, *Phys. Rev. C* **79**, 027606 (2009).
- [48] M. S. Hussein, R. Lichtenthaler, F. M. Nunes e I. J. Thompson, *Phys. Lett. B* **640**, 91 (2006).
- [49] D. R. Otomar, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. F. Canto e M. S. Hussein, *Phys. Rev. C* **87**, 014615 (2013).
- [50] J. C. Aquadro, D. Pereira, M. S. Hussein e O. Sala, *Phys. Lett. B* **100**, 381 (1981).
- [51] T. Nakamura *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1112 (1999).
- [52] T. Aumann *et al.*, *Phys. Rev. C* **59** 1252 (1999).
- [53] T. Nakamura *et al.*, *Phys. Lett. B* **331** 196 (1994).
- [54] A. Leistenschneider *et al.*; *Phys. Rev. Lett.* **86** 5542 (2001).
- [55] C. A. Bertulani, *Phys. Rep.* **163** 299 (1988).

- [56] C. A. Bertulani, M. S. Hussein e G. Münzenberg, "Physics of Radioactive Ion Beams", Nova Science Publishing (2001).
- [57] J. Lubian, T. Correa, P. R. S. Gomes e L. F. Canto, Phys. Rev. C **78**, 0646615 (2008).
- [58] J. Lubian *et al.*, Nucl. Phys. **A791**, 24 (2007).
- [59] J. Lubian, T. Correa, P. R. S. Gomes, L. F. Canto e M. S. Hussein, Nucl. Phys. A **834**, 802c (2010).
- [60] J. Rangel, Dissertação de Mestrado. Estudo sobre a fusão do núcleo próton-halo 8B com alvo pesado a energias próximas da barreira Coulombiana, IF-UFF (2013).
- [61] I. J. Thompson, M. A. Nagarajan, J. S. Lilley e M. J. Smithson, Nucl. Phys. A **505**, 84 (1989).
- [62] N. N. Deshmukh, S. Mukherjee *et al.*, Phys. Rev. C **83**, 024607 (2011).
- [63] A. Diaz-Torres, I.J. Thompson e C. Beck, Phys. Rev. C **68**, 044607 (2003).