

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DO CURSO PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Estudo sobre a fusão do núcleo  
próton-halo  ${}^8B$  com alvo pesado a  
energias próximas da barreira  
Coulombiana

JEANNIE RANGEL BORGES

NITERÓI

FEVEREIRO DE 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
FÍSICA

Estudo sobre a fusão do núcleo próton-halo  ${}^8B$  com alvo pesado a energias  
próximas da barreira Coulombiana

JEANNIE RANGEL BORGES

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Jesús Lubián Ríos, apresentada ao Departamento de Física, em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

NITERÓI

FEVEREIRO DE 2013

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA  
COORDENAÇÃO DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM  
FÍSICA

Estudo sobre a fusão do núcleo próton-halo  ${}^8B$  com alvo pesado a energias  
próximas da barreira Coulombiana

JEANNIE RANGEL BORGES

**Banca Examinadora:**

Prof. Dr. Jesús Lubián Ríos (Orientador-UFF)

Prof. Dr. Luiz Felipe A. de Ulhoa Canto (Examinador externo-UFRJ)

Prof. Dr. Rodrigo Picanço Negreiros (Examinador interno-UFF)

NITERÓI

FEVEREIRO DE 2013

# Dedicatória

*À minha família: meus pais, Nilson e Ivonete; e  
meu irmão, Edson*

# Agradecimentos

Eu, Jeannie Rangel Borges, agradeço primeiramente a Deus, pelas belas oportunidades na vida que me proporciona, e por mostrar-me constantemente em quem posso fielmente confiar e buscar forças para seguir em frente.

Ao professor Jesús Lubián Ríos, pelo seus ensinamentos e orientação, tanto para minha vida profissional quanto pessoal. Sempre acreditando na possibilidade do meu amadurecimento nesta pesquisa me motivou a todo tempo a seguir adiante, sempre me encorajando. Foram dois anos de muito diálogo, algumas perguntas minhas sendo repetidas, muitos emails trocados, mas o mais importante: jamais desacreditou que isso chegaria ao fim. Sem a sua ajuda incondicional tudo teria sido diferente. Obrigada.

Agradeço também à minha família: Nilson Ferreira, Ivonete Rangel e Edson Rangel, pela confiança depositada em mim, ao apoio dado e por terem me proporcionado oportunidades para realização desta tarefa sem muitos pezares.

Um agradecimento especial à Mary Lopez Sarzenski a quem cultivo fortes sentimentos de amor e carinho como se fosse uma mãe para mim, minha segunda mãe. Obrigada por sua atenção, carinho, confiança e grandes conselhos que me fornece nessa longa jornada que é a vida.

Gostaria de agradecer também aos amigos, que mesmo de fora do âmbito institucional, sempre me apoiaram e me motivaram a seguir em frente e pela compreensão às minhas ausências em determinados momentos: Claudia L. Sarzenski, Denis Lubian, Geysa Rachel, Matheus Lara e Romulo Sarzenski.

Aos amigos da pós graduação por tornar a vida dentro da instituição mais leve com boas risadas, discussões, compartilhamento de momentos difíceis e alguns momentos de lazer: Alberto Cid, Bárbara Paes, Bianca Martins, Dario Dias, Estefani Marchiori, Fabiana Monteiro, Flaviano Santos, Richard Caraballo, Romero Pinheiro, Thiago Almeida, Tiago Rosa e Vantelfo Garcia. À vocês: "Tamo juntos !"

Um agradecimento especial vai para os amigos Anderson Tomaz e Thiago Caramês por todo carinho, longas risadas, muitos cafês, muitos desabafos e ombro amigo durante os dois anos de estudos e pesquisa na UFF. Vocês dois foram imprescindíveis no meu amadurecimento como pessoa e pesquisadora.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro.

# Resumo

Neste trabalho nos propomos a analisar quantitativamente a contribuição de estados inelásticos para a seção de choque de fusão para sistema que contém núcleos com forte caráter coletivo. Com este objetivo criamos um programa que calcula esta contribuição a partir das funções de onda dos canais de interesse obtido pelo código FRESCO. Com o mesmo objetivo tentamos calcular a contribuição de estados no contínuo para sistema contendo núcleo que pode facilmente ser quebrado. Esta investigação levou-nos a conclusões interessantes, que ainda precisam ser melhor investigadas, a cerca de sistema contendo núcleo próton-halo. Devido a contribuições obtidas no presente trabalho com a análise dos dados experimentais de fusão, que contradizem sistemáticas achadas na literatura sobre o efeito da quebra na fusão a energias acima da barreira, é de extrema importância realizar cálculos teóricos mais completos e novas medidas de seção de choque fusão de sistemas envolvendo núcleos próton-halo.

# Abstract

In the present work we analyzed the contribution from collective excited states of heavy nuclei to fusion cross section. To fulfill our goal we wrote a program that calculate this contribution by using the wave functions of relevant channels extracted from coupled channel calculations using the FRESCO code. We then studied the contribution from continuum states to fusion for systems involving weakly bound nuclei that easily breakup. This investigation lead us interesting conclusions about systems contening proton-halo nucleus that have to be investigated intensively. Owing to the conclusions reached in the present work by analyzing the available experimental fusion data that are in contradiction with systematics found in the literature about the effect of breakup on fusion cross section at above barrier energies, it is of utmost importance to perform more complex theoretical calculations, and to take new experimental data for fusion cross sections for systems involving proton-halo projectiles.



# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b>	<b>iii</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>vi</b>
<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>1 Fundamentos Teóricos</b>	<b>7</b>
1.1 Introdução à física de reações nucleares . . . . .	7
1.2 Teoria quântica do espalhamento . . . . .	11
1.3 Teoria do Potencial de Espalhamento e o método de expansão em ondas parciais . . . . .	13
1.4 Núcleos com estruturas interna . . . . .	19
1.5 Cálculo de Canais Acoplados V.S Modelo Óptico . . . . .	25
1.5.1 Cálculo da fusão a partir de Canais Acoplados . . . . .	26
1.5.2 Cálculo da fusão a partir do Modelo óptico de um canal . . . . .	27
1.6 Método de Canais acoplados com contínuo discretizado- CDCC . . . . .	28
1.6.1 Discretização dos canais do contínuo do problema de três corpos . .	32
1.6.2 Método dos bins . . . . .	35
1.7 Potencial de interação . . . . .	39
1.8 Universal Fusion Function -UFF . . . . .	42
<b>2 Resultados e Discussões</b>	<b>47</b>

Conclusões e Perspectivas futuras	63
A Cálculo de Feshbach e o potencial de polarização	66
B Modelo Óptico	70

# Lista de Figuras

1	Representação esquemática da curva de densidade de matéria nuclear com relação a distância ao centro do núcleo. A linha tracejada representa a densidade nuclear de núcleos comuns, a linha cheia representa a densidade de matéria para os núcleos chamados núcleos halos. ....	5
2	Representação de um núcleo-halo com um nucleon de valência. ....	5
3	Representação esquemática de parte da carta de nuclídeo contendo alguns núcleos halos. Os núcleos centrais, em preto, compõem os núcleos estáveis. Esta região é conhecida como vale de estabilidade. Fora desta região encontram-se os núcleos radioativos, que possuem vida média curta. Em destaque pode-se ver alguns núcleos halos: núcleos com próton de valência (próton-halo) ou nêutron (nêutron-halo). ....	6
1.1	Figura meramente ilustrativa de uma reação entre um feixe de partículas, compondo um fluxo incidente $J_i$ , com um alvo em repouso. $J_e$ representa o fluxo espalhado. A elipse nomeada "seção de choque" representa uma a área efetiva e hipotética onde pode ocorrer interação. ....	12
1.2	Esquema de uma dinâmica de colisão onde $\mathbf{r}$ é o raio do projétil em relação ao alvo e $b$ é chamado de parâmetro de impacto. ....	17
1.3	Esquema de uma dinâmica de transferência de um nêutron ( $n$ ) através da reação	

de um projétil  $C+n$  com um alvo  $C'$  resultando em dois núcleos finais:  $C$  e  $C'+n$ .  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R}'$  são as coordenadas que ligam o projétil ao alvo, e  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}'$  ligam o caroço inerte à partícula de valência (sem prime representa partição de entrada, e com prime a de saída).

..... 22

1.4 Representação esquemática dos processos de breakup, assumindo que este se quebra em apenas dois fragmentos, sendo direta a generalização do mesmo [16]. .... 30

1.5 Ilustração de um sistema de três corpos ( $A+b+c$ ).  $A$  representa o alvo e  $b+c$  representa o projétil que sofrerá a quebra.  $\mathbf{R}$  é a distância do alvo ao centro de massa dos dois fragmentos. .... 34

1.6 Espectro de energia de um núcleo fracamente ligado após discretização dos estados. .... 38

2.1 Seção de choque de fusão para o sistema  $^{48}Ca+^{154}Sm$ , com inclusão do primeiro estado excitado,  $2_1^+$ , da banda rotacional do alvo  $^{154}Sm$ . .... 50

2.2 Seção de choque de fusão para o sistema  $^{48}Ca+^{154}Sm$ , com inclusão dos estados coletivos  $2_1^+$  e  $4_1^+$  da banda rotacional do alvo  $^{154}Sm$  e os estados coletivos de um fônon,  $2_1^+$  e  $3_1^-$ , da banda vibracional do projétil  $^{48}Ca$ . .... 51

2.3 Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare usando a densidade conforme a sistemática do potencial de São Paulo, e incluindo somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia).  
..... 53

2.4 Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare e incluindo somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia). Não há parâmetros livres nos cálculos. A linha pontilhada é obtida se realizarmos um deslocamento na energia na quantidade de  $E=1.0$  MeV. .... 55

2.5 Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare usando a densidade conforme a sistemática do potencial de São Paulo(curva cheia), e utilizando densidade de matéria realística (curva tracejada). Em ambos os cálculos foram incluídos somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia). ..... 56

2.6 Função de fusão experimental para alguns sistemas nêutron-halo e para o sistema próton-halo  $^{17}F + ^{208}Pb$  ( $^{17}F$  é halo somente no primeiro estado excitado) e  $^8B + ^{58}Ni$  presente no trabalho. A curva cheia é UFF,  $x = \frac{E_{c.m.} - V_B}{\hbar\omega}$  é o parâmetro de energia reduzida. .... 57

2.7 Comparação da seção de choque de fusão experimental com cálculos de CDCC. Não existem parâmetros livres nos cálculos. .... 61

B.1 Representação esquemática do potencial nuclear: uma parte volumétrica (curva cheia) responsável pela fusão e um termo de superfície (curva tracejada) responsável pelas reações diretas. .... 72

# Lista de Tabelas

2.1	Canais incluídos no cálculo CC para alguns sistemas. ....	58
2.2	Valores do Q-de reação (em MeV) para o estado fundamental de algumas reações. ....	62

# Introdução

Um dos objetivos da Física Nuclear consiste no estudo das interações nucleares entre as partículas elementares bem como a natureza interna de sistemas microscópicos complexos. Como sua análise não é direta, é necessário elaborar modelos baseados em hipóteses *a priori* a partir das quais podem-se prever alguns resultados. Numa etapa posterior tais previsões são comparadas com dados experimentais permitindo assim avaliar o regime de validade do modelo proposto. Na Física nuclear um dos ramos que se propõe a analisar tais fenômenos é chamado *teoria de espalhamento quântico*.

Numa reação nuclear mais simples um projétil é bombardeado sobre um alvo. Geralmente após uma reação, tem-se como resultado um ou mais núcleos, chamado(s) *núcleo(s) residual(ais)* que podem, ou não, serem observados, e outro núcleo adicional que é experimentalmente observado. Existem várias formas de interação que podem ocorrer durante uma reação, podendo inclusive acontecer mais de um processo. Em muitos casos, a energia próxima da barreira Coulombiana, resultado da soma do potencial nuclear com a Coulombiana, o mecanismo principal de reação é a fusão nuclear. Se o projétil possuir energia suficiente para vencer a barreira pode ocorrer fusão dos núcleos. Quando a energia do projétil for menor que a energia do topo da barreira, quanticamente existe ainda a possibilidade da partícula atravassá-la (tunelamento).

Uma das mais importantes aplicações da teoria de espalhamento consiste em obter informações da dinâmica intrínseca dos parceiros da colisão. Neste tipo de abordagem as coordenadas intrínsecas aparecem de modo explícito no Hamiltoniano e com a utilização de técnicas especiais podem-se obter grandezas observáveis. Como dito anteriormente, após a interação entre alvo e projétil o estado intrínseco final do projétil-alvo pode mudar.

A caracterização do estado final do sistema requer o conhecimento da função de onda do movimento relativo e dos números quânticos intrínsecos, que para obtê-los deve-se resolver a equação de Schrödinger apropriada. Esta é uma tarefa árdua já que implica a solução de equações integro-diferenciais complexas que envolvem um conjunto grande de graus de liberdade, estimulando assim a busca de métodos aproximados. Neste estudo cada estado é comumente chamado de canal e, dependendo da energia de aceleração do projétil, veremos que um processo pode ser mais provável do que outro.

Quando se podem desprezar os graus de liberdade intrínsecos os cálculos são simplificados e fala-se em *Teoria do Potencial de Espalhamento*, que é importante para o estudo de espalhamento elástico e bom ilustrador das técnicas envolvidas em problemas de muitos corpos. Ainda que o sistema abordado seja um sistema mais complexo, no caso em que o interesse seja estudar o espalhamento elástico, podemos simular o acoplamento dos vários graus de liberdade com um potencial efetivo complexo, chamado *potencial óptico*. A inclusão de um potencial complexo, não hermitiano, na dinâmica de interação leva à violação da equação da continuidade, subentendendo uma perda do fluxo do canal de entrada para um canal de absorção. Entretanto, este procedimento não é viável para o estudo isolado de outros processos, como o espalhamento inelástico.

Para uma melhor abordagem de sistemas mais complexos é necessário o desenvolvimento de um formalismo mais completo que leve em conta os acoplamentos dos graus de liberdades mais relevantes. Este formalismo é conhecido como *método de canais acoplados (CC)* [1]. Neste desenvolvimento a função de onda é expandida na base dos auto-estados do Hamiltoniano interno do sistema e inserida na equação de Schrödinger gerando um conjunto de equações de canais que são acoplados. Este método surgiu como alento aos estudos de Física Nuclear pois, fisicamente, espera-se que os canais possam ocorrer concomitantemente durante uma reação, cada um com uma probabilidade distinta, e portanto, deveriam ser estudados simultaneamente. Antes do advento do método de canais acoplados, os canais a serem estudados eram escolhidos e resolvidos por métodos numéricos



diferentes. Experimentalmente, a forma de se observar a ocorrência de um dado evento é mediante sua contagem através de um detector. Através desta contagem dizemos que um determinado canal foi populado.

Normalmente se assume que a contribuição à seção de choque de fusão advém principalmente da absorção a partir do canal elástico [2]. Desta forma, podem-se realizar cálculos de canais acoplados e extrair um potencial de polarização. Este potencial simula, no canal elástico, os efeitos dos acoplamentos com os canais de reação, ou processos diretos (transferência de nucleons, inelástico, ou quebra). Através do potencial de polarização obtém-se a função de onda elástica por meio de cálculos do modelo óptico e calcula-se a seção de choque de fusão devido a absorção a partir deste canal. Neste trabalho, demonstraremos que esta aproximação não funciona para sistemas pesados com forte caráter coletivo. Tais núcleos podem ser descritos através do movimento coletivo de seus constituintes, por exemplo num modelo rotacional ou vibracional. Nestes tipos de sistemas o acoplamento com o estado ligado é predominante, o que significa que o fluxo para a fusão não provém somente da absorção para a fusão a partir do canal de entrada, mas também dos estados coletivos excitados.

Sistemas compostos por núcleos fracamente ligados também são influenciados por fortes acoplamentos com outros canais de reação, sendo comumente o mais importante o de breakup. Como a energia do limiar de quebra é muito baixa, estes núcleos se quebram com bastante facilidade. Quando realizamos cálculos que incluam todos os canais possíveis de reação conhecidos, a comparação com dados experimentais deve coincidir com as previsões teóricas, a menos que algum mecanismo tenha sido desprezado de forma equivocada. Este tipo de comparação pode fornecer informações sobre efeitos estáticos, de aspectos geométricos dos núcleos envolvidos, bem como efeitos dinâmicos, resultante dos fortes acoplamentos dos canais de reação.

Reação com núcleos leves fracamente ligados vem sendo alvo de grande investigação devido à grande seção de choque de breakup apresentado pelos mesmos. Para a Astrofísica

Nuclear os estudos de reações com núcleos leves são de extrema importância. A síntese dos elementos leves é a chave para se entender o universo primordial. Várias reações envolvidas na formação de alguns dos elementos leves já são conhecidas. Entretanto, ainda existem questões em aberto como a determinação da densidade de matéria nos primórdios do universo: se esta era homogênea, isto é, com a mesma concentração de prótons e neutrons, ou não. A não homogeneidade poderia formar núcleos ricos em prótons ou neutrons que possuem vida média curta e fariam parte da formação de elementos estáveis. Elementos estáveis com massa atômica  $A=5$  e  $A=8$  não são encontrados na natureza, e com isso núcleos como Berílio e Boro, com massas superiores a 5 e 8, não poderiam ter sido formados num universo homogêneo. Entretanto, núcleos não estáveis são importantes na síntese de elementos mais pesados, devendo, portanto, o universo apresentar uma densidade de matéria não homogênea. Isso revela a importância de conhecer as probabilidades de reações envolvendo núcleos radioativos para a compreensão da fase de transição do universo primordial.

Neste trabalho, nos propomos a avaliar a contribuição de estados não ligados na seção de choque de fusão para um sistema contendo um núcleo próton-halo. Núcleos halos apresentam uma densidade de matéria que cai lentamente com a distância em relação ao centro de massa, formando o que se chama de cauda (Figura 1). Portanto, pode ser visto como um caroço cercado por nucleons de valências fracamente ligados que formam uma nuvem ao redor dele, representado na Figura 2. Isto faz com que a extensão de matéria de núcleos halos seja maior que a dos núcleos comuns. A Figura 3 mostra parte da carta de núclídeos contendo núcleos halos. Durante uma reação em que o projétil seja um núcleo fracamente ligado, a energia de interação entre projétil e alvo pode ser transformado em energia de movimento relativo entre partes do núcleo, caracterizando uma quebra. O novo estado do projétil passa a popular energias que possuem um espectro contínuo além de discretos e torna-se interessante avaliar a contribuição destes estados para a seção de choque de fusão. No decorrer do trabalho descobrimos aspectos relevantes, porém

ainda obscuros, ao comparar nossos cálculos teóricos de fusão com dados experimentais reportados recentemente na literatura.

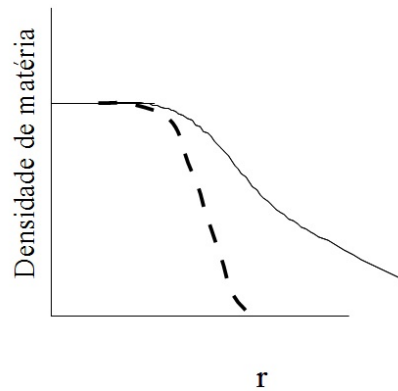


Figura 1: Representação esquemática da curva de densidade de matéria nuclear com relação a distância ao centro do núcleo. A linha tracejada representa a densidade nuclear de núcleos comuns, a linha cheia representa a densidade de matéria para os núcleos chamados núcleos halos.

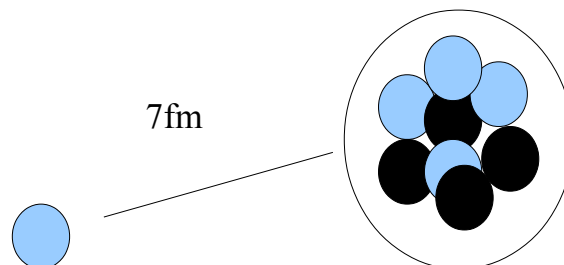


Figura 2: Representação de um núcleo-halo com um nucleon de valência.

A presente dissertação está dividida da seguinte forma. No primeiro capítulo se abordam alguns detalhes relevantes de uma reação nuclear, como a descrição de um espalhamento nuclear quântico; se mostram os aspectos relevantes de um espalhamento entre núcleos com e sem estrutura interna (em sistemas mais complexos sua estrutura interna não pode ser desprezada); e se apresenta um modelo para estudar sistemas que podem

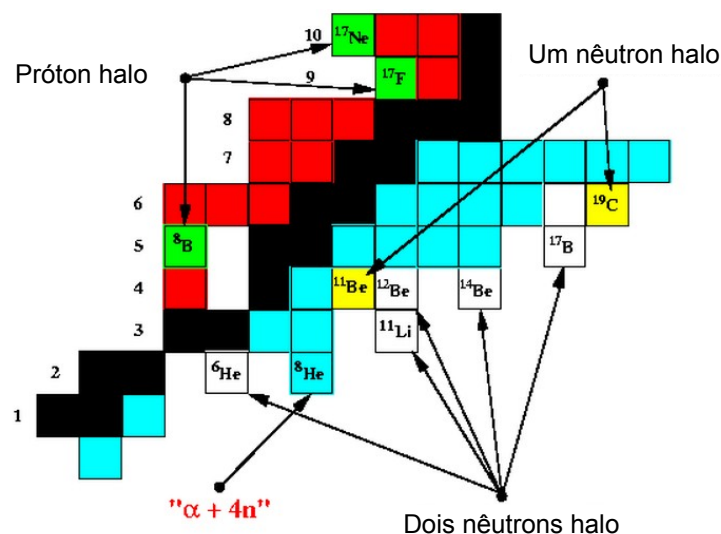


Figura 3: Representação esquemática de parte da carta de nuclídeo contendo alguns núcleos halos. Os núcleos centrais, em preto, compõem os núcleos estáveis. Esta região é conhecida como vale de estabilidade. Fora desta região encontram-se os núcleos radioativos, que possuem vida média curta. Em destaque pode-se ver alguns núcleos halos: núcleos com próton de valência (próton-halo) ou nêutron (nêutron-halo).

ser facilmente quebrados. O segundo capítulo é voltado para para discussão mais profunda dos resultados. E por fim, no capítulo de Conclusões e Perspectivas sintetizamos a discussão de forma objetiva e sugerimos o que tem de novidade a ser investigado baseado nos resultados obtidos neste trabalho. No Apêndice A discutimos com um pouco mais de detalhes o procedimento de Feshbach [3] para o estudo de sistemas com estruturas internas. No Apêndice B discutimos brevemente sobre o tratamento da reação nuclear através de um potencial complexo que simula a perda do fluxo do canal de entrada para outros canais, bem como descrevemos as diferenças entre um canal de absorção e de reação.

# Capítulo 1

## Fundamentos Teóricos

### 1.1 Introdução à física de reações nucleares

Numa reação nuclear, isto é, quando aceleramos um projétil em direção a um alvo, os estados intrínsecos do sistema projétil-alvo podem mudar de um estado inicial  $\psi_0$  para um estado final  $\psi_\alpha$ . Essa dinâmica depende fortemente da escala de energia do sistema bem como do tipo de núcleos envolvidos. Dependendo da energia, um tipo de reação pode ser mais provável que outro. O núcleo é composto de nucleons que, assim como os elétrons nos átomos, podem existir em estados excitados. Existem vários modelos fenomenológicos que descrevem razoavelmente os graus de liberdade nuclear sendo dois os mais importantes: o modelo de camadas e os modelos coletivos. O primeiro deles trata o núcleo como composto de camadas que são preenchidas e todas suas características são descritas pelo movimento da partícula de valência; o segundo por sua vez considera que o movimento dos nucleons são correlacionados promovendo um movimento coletivo, que pode apresentar um caráter *rotacional* ou *vibracional*.

Núcleos com camadas completas são em sua maioria de forma esférica, pois esta é a geometria mais favorável para um conjunto de partículas que se repelem mutuamente.

Conforme o número de nucleons de valência vão aumentando, porém longe de atingir o número máximo suportado da camada, o núcleo vai se tornando deformado. Existem dois principais tipos de deformações nucleares: *estáticas* e *dinâmicas*. As deformações estáticas implicam em um movimento coletivo dos nucleons sob ação de um potencial deformado, tratados no modelo rotacional. As deformações dinâmicas que resultam de um movimento coletivo sob ação de um potencial deformado, mas que apresenta pequenas oscilações harmônicas, tratadas pelo modelo vibracional. Estas deformações podem ser descritas em termos de *momentos de multipolos* [4] do sistema. Muitos núcleos apresentam momentos de quadrupolos elétricos que medem o quanto o sistema se afasta de uma distribuição esférica.

Uma característica importante numa reação nuclear é a estabilidade nuclear. Para o núcleo se manter coeso é necessário uma grande energia de ligação, quanto maior a energia de ligação mais estável e compacto será este núcleo. *Núcleos fortemente ligados* são aqueles que possuem grande energia de ligação. Entretanto, quando ela é pequena, temos uma maior facilidade em desprender alguns nucleons e estes são chamados de *núcleos fracamente ligados*.

O estado final de uma reação é caracterizado através da função de onda do movimento relativo entre os parceiros da colisão e dos números quânticos intrínsecos. Este conjunto de números quânticos intrínsecos que definem um estado serão aqui chamados de canais. Os canais mais estudados são:

- *canal elástico ou canal de entrada*: corresponde ao estado fundamental ou quando não há alteração do estado do projétil e alvo após a colisão.
- *canais inelásticos*: corresponde aos estados quando alvo e/ou projétil mantém sua identidade mas estão em estados excitados de energia. Em colisões inelásticas ocorre de um núcleo terminar num estado excitado a custa da perda de energia cinética do movimento relativo.

- *canais de reação*: correspondentes com a mudança da identidade dos núcleos envolvidos (pelo menos de um deles). Neste tipo de reação certas simetrias não podem ser violadas por causa do acoplamento de interação,  $V$ . Assim a energia, carga elétrica, número bariônico, leptônicos, etc devem ser conservados para que estes canais possam ser populados, dizendo que o canal foi populado<sup>1</sup>.

Uma grandeza importante para os canais inelásticos e de reação é a diferença de energia intrínseca entre o estado inicial e o estado final (um dado canal  $\alpha$ ), chamada de energia de reação, ou  $Q$  da reação

$$Q = \epsilon_0 - \epsilon_\alpha. \quad (1.1)$$

Esta energia se relaciona com as energias cinéticas do movimento relativo inicial  $K_0$  e final  $K_\alpha$ , através da equação:

$$Q = K_\alpha - K_0 \quad (1.2)$$

Quando  $Q > 0$ , ou seja, há liberação da energia interna, ocorre um aumento no valor da energia cinética do movimento relativo e o processo é chamado de *exotérmico*. Quando  $Q < 0$  ocorre uma diminuição da energia cinética, a esta reação damos o nome de *endotérmica*. Existe um valor limite para a energia de colisão capaz de excitar um canal de uma reação endotérmica, chamado de *energia do limiar*,  $E_{th}$ . Por exemplo, em uma reação em que o alvo esteja inicialmente em repouso, o projétil deve ter no mínimo uma energia cinética igual à energia do estado de mais baixa energia do alvo para ser capaz de excitá-lo. Nesta situação, após a reação, o projétil permanece em repouso pois transferiu toda sua energia de movimento para o alvo que se excitou. Desta forma, quando o valor da energia de colisão é menor que a energia do limiar, incapaz de excitar o canal, este canal é chamado de *fechado*, caso contrário de *aberto*.

---

<sup>1</sup>Muitas vezes também diz-se que um canal foi excitado.

Na mecânica quântica as informações sobre um dado sistema são descritas por um *estado* quântico, e sua medida é realizada pela atuação de um *operador* neste estado. *Estados intrínsecos*, ou auto-estados do sistema, são estados que satisfazem uma transformação linear do tipo:

$$A|v\rangle = \lambda|v\rangle, \quad (1.3)$$

onde  $\lambda$  é o *auto-valor* associado ao estado intrínseco  $|v\rangle$  e  $A$  o operador de transformação linear. O conjunto formado por todos os estados intrínsecos formam uma base de um espaço vetorial e portanto são ortogonais entre si. Uma restrição física que os estados de um sistema quântico devem obedecer é a condição de normalização pois a interpretação estatística de Born para os estados físicos é de descreverem a probabilidade de encontrar a partícula do sistema em algum lugar do espaço. Dito de outra forma: a encontraremos em algum lugar.

Visto que os sistemas envolvidos numa reação são de caráter quântico faz-se necessário resolver a equação de Schrödinger dada por

$$(E - H)|\phi\rangle = 0, \quad (1.4)$$

na notação de Dirac. Nesta equação  $H$  é a hamiltoniana do sistema e  $E$  o autovalor em energia do autoestado  $|\phi\rangle$ .

Na mecânica quântica essa equação tem um significado importante: ao se medir o observável  $H$  que é a energia de um dado sistema, que seja descrito por um estado intrínseco do sistema, obtém-se sempre o valor de energia, ou de forma análoga, existem estados intrínsecos ao sistema cujas energias são bem definidas.



## 1.2 Teoria quântica do espalhamento

Numa reação real, após a interação entre projétil e alvo não se pode determinar exatamente a localização em que um ejetil da reação irá interceptar o detector. Portanto, em determinados experimentos a melhor situação possível da distribuição dos detectores seria em todo o ângulo sólido de  $4\pi$ . Entretanto, na prática o custo de tal experimento o tornaria impraticável. A distribuição angular de partículas espalhadas num processo é descrito por sua *seção de choque*, que pode ser entendido como um conceito geométrico em primeira aproximação. A seção de choque (Figura 1.1) é medida em barns ( $10^{-24}cm^2$ ) e representa uma área efetiva apresentada pelo núcleo para a interação com a partícula incidente [5]. Numa linguagem mais coloquial é a região que o projétil "enxerga". Desde que um fluxo  $\mathbf{J}$  de partículas por unidade de tempo e de área incida sobre um alvo, ao longo da direção  $z$ , por exemplo, a seção de choque expressa a proporção das partículas incidentes que são espalhadas dentro de uma região de direção  $\theta$ , descrito por um cone de abertura  $\Delta\Omega$ , ou ângulo sólido.

Mediante determinadas considerações, tais como: pequena abertura do detector, a negligência de interações entre partículas do feixe incidente e a não ocorrência de múltiplos espalhamentos, a taxa de contagem de um canal específico, digamos  $N_\alpha$ , pode ser escrita na forma:

$$N_\alpha(\Omega, \Delta\Omega) = (\Delta\Omega nJ) \frac{d\sigma_\alpha(\Omega)}{d\Omega} \quad (1.5)$$

onde  $n$  é o número de partícula do alvo por unidade de área na região atingida pelo projétil. A constante de proporcionalidade

$$\frac{d\sigma_\alpha(\Omega)}{d\Omega} = \frac{N_\alpha(\Omega, \Delta\Omega)}{(\Delta\Omega nJ)} \quad (1.6)$$

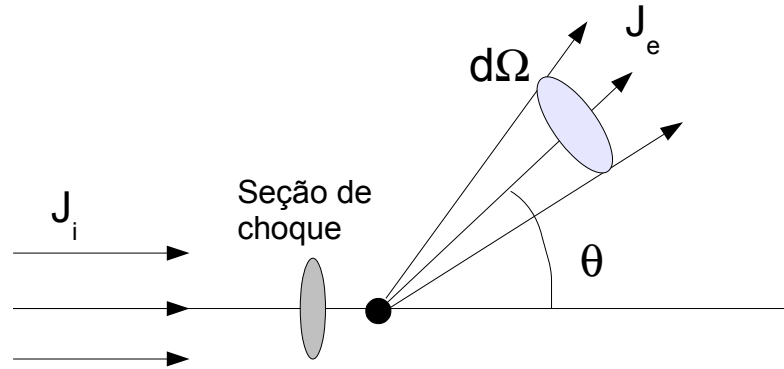


Figura 1.1: Figura meramente ilustrativa de uma reação entre um feixe de partículas, compondo um fluxo incidente  $J_i$ , com um alvo em repouso.  $J_e$  representa o fluxo espalhado. A elipse nomeada "seção de choque" representa uma área efetiva e hipotética onde pode ocorrer interação.

é chamada *seção de choque diferencial* do canal  $\alpha$ , que integrada no ângulo sólido fornece a seção de choque deste canal

$$\sigma_\alpha = \int \frac{d\sigma_\alpha(\Omega)}{d\Omega} d\Omega. \quad (1.7)$$

A descrição dada até aqui não leva em conta a diferença entre mecânica clássica e a mecânica quântica, devendo então ser abordada em termos de estados quânticos.

A partir da equação da continuidade

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}, \quad (1.8)$$

define-se o fluxo de probabilidade quântica,  $\mathbf{J}$

$$\mathbf{J} = \frac{\hbar}{\mu} \text{Im}(\psi^* \nabla \psi) \quad (1.9)$$

onde

$$\rho = \psi^* \psi \quad (1.10)$$

age como uma fonte ou sumidouro, ou seja, se a quantidade de fluxo que atravessa uma superfície contendo uma fonte é positiva (divergência positiva), corresponde a uma diminuição da fonte (e por isso o sinal negativo da equação), e o contrário quando o fluxo é negativo (sumidouro). Vemos portanto como escrever o fluxo de partícula em termos da função de onda que descreve o estado do sistema.

Uma das mais importantes aplicações da teoria de espalhamento consiste em obter informações da dinâmica intrínseca dos parceiros da colisão. Neste tipo de abordagem as coordenadas intrínsecas aparecem de modo explícito no Hamiltoniano e com a utilização de técnicas especiais podem-se obter grandezas observáveis. Quando é possível desprezar essas variáveis intrínsecas os cálculos são simplificados e fala-se em *Teoria do Potencial de Espalhamento*, importante para estudo de espalhamento elástico e bom ilustrador das técnicas envolvidas em problemas de muitos corpos.

### 1.3 Teoria do Potencial de Espalhamento e o método de expansão em ondas parciais

Esta teoria considera o problema de espalhamento como sendo uma interação de uma partícula com massa igual a massa reduzida do sistema através de um potencial de interação num ponto fixo. Estudaremos o caso estacionário, isto é, com energia  $E$  bem definida. Este modelo é simplificado pois de fato os aceleradores reais não produzem feixes coerentes mas sim pacotes de onda [6].

Um estado estacionário com energia  $E$  é dado por (na representação de coordenadas):

$$\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}, t) = \Phi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} Et\right), \quad (1.11)$$

onde  $\mathbf{r}$  é coordenada da posição relativa e  $\mathbf{R}$  é a coordenada do centro de massa do sistema.

Considere uma reação onde um projétil sem spin incida ao longo da direção  $z$  e um Hamiltoniano que dependa somente da posição relativa, da forma:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2(M_1 + M_2)} \nabla_{\mathbf{R}}^2 - \frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 + V(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

onde o primeiro termo é a energia cinética do centro de massa (c.m.), o segundo a energia cinética do movimento relativo e  $V$  o potencial de interação. Foram usadas coordenadas relativas entre projétil e alvo, e coordenadas do c.m.:

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 \quad \text{e} \quad \mathbf{R} = \frac{M_1 \mathbf{x}_1 + M_2 \mathbf{x}_2}{M_1 + M_2}, \quad (1.13)$$

com  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  as coordenadas dos núcleos no referencial do laboratório.

Os autoestados do Hamiltoniano podem ser separados em duas partes, através do método de *separação de variáveis*, que escreve a função de onda como o produto de funções independentes para cada variável. Desta maneira pode-se escrever a função de onda como  $\Psi(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi(\mathbf{r})\phi(\mathbf{R})$ , e como a função de onda referente ao c.m. é trivial em forma de onda plana, o interesse é obter a parte dependente de  $\mathbf{r}$ ,  $\psi(\mathbf{r})$ , que satisfaz a equação:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_{\mathbf{r}}^2 \psi(\mathbf{r}) + V(r)\psi(\mathbf{r}) = E\psi(\mathbf{r}), \quad (1.14)$$

onde  $E$  é a energia do movimento relativo das partículas no referencial do c.m.

Para um potencial de interação de curto alcance, a solução para a equação (1.14) deve satisfazer as condições de contorno descritas no problema da reação, havendo assim uma parte incidente (i) e uma parte espalhada (e) através do potencial de interação:

$$\psi^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi(\mathbf{r})_{\mathbf{i}} + \psi(\mathbf{r})_{\mathbf{e}} . \quad (1.15)$$

Esta solução fornece o fluxo de probabilidade, como  $|\psi(r)|^2$ , que é a probabilidade por unidade de tempo de que uma partícula atravesse uma área unitária. O superíndice (+) é para denotar uma onda propagante para  $t \rightarrow \infty$ .

A condição de contorno para a equação (1.15) longe do centro espalhador,  $r \rightarrow \infty$ , determina um comportamento assintótico para a função de onda como sendo descrita por uma onda plana para a parte incidente e uma onda esférica para a onda espalhada que descreve todos os canais abertos que populam o canal de reação

$$\psi^{(+)}(\mathbf{r}) \rightarrow A \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + f(\theta, \phi) \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})}{r} \quad (1.16)$$

onde o termo  $\frac{1}{r}$  mantém o fluxo constante sobre uma porção da superfície esférica interceptada pelo cone de espalhamento, e  $f(\theta, \phi)$  é a amplitude de espalhamento. Deve-se observar que considerar um comportamento assintótico para a amplitude de espalhamento é de grande valia, pois numa reação real o local da detecção dos produtos da reação é várias ordens de grandezas superior ao alcance do potencial de interação que, por ser de curto alcance, pode ser considerado desprezível na região onde se localiza o detector. Portanto, ao atingir o detector este registrará tanto a onda plana quanto a onda espalhada. Caso o potencial contenha um termo Coulombiano, cujo alcance é maior, existe interferência na onda incidente que toma uma forma distorcida, acrescentando uma fase na função de onda. Note ainda que a dependência da amplitude de espalhamento,  $f(\theta, \phi)$ , com as coordenadas angulares  $\theta, \phi$  é necessário já que as direções de espalhamento não são igualmente prováveis.

Através da equação (1.7) obtemos a seção de choque diferencial

$$\frac{d\sigma_{el}(\omega)}{d\omega} = |f(\theta, \phi)|^2 . \quad (1.17)$$

para o espalhamento elástico. Assim, a solução para o problema de espalhamento é reduzido a achar o comportamento assintótico da função de onda espalhada.

Um método utilizado para obtenção da amplitude de espalhamento, com o comportamento assintótico, é o da *expansão em ondas parciais*. Este método descreve a função de onda como uma soma de contribuições de momentos angulares diferentes, com uma diferença de fase, obtida através de uma solução radial.

Na maioria dos casos físicos o potencial de interação depende somente da distância da partícula em relação à origem, isto é, um potencial esfericamente simétrico. Fica evidente, portanto, o uso das coordenadas esféricas para descrever o sistema. Utilizando o método de separação de variáveis

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) = R(r)Y_{l,m}(\theta, \phi) , \quad (1.18)$$

podemos escrever uma solução geral para o problema que envolve uma soma das soluções distintas para todos valores de  $l$  e  $m$  possíveis, com um coeficiente a se determinar

$$\Psi(r, \theta, \phi) = \sum_{l,m} C_{l,m}R(r)Y_{l,m}(\theta, \phi) . \quad (1.19)$$

Escrevendo o Laplaciano em coordenadas esféricas e integrando as variáveis angulares  $\theta, \phi$ , obtemos a equação de Schrödinger dependente de  $r$ :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2u(r)}{dr^2} + \left[ V(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u(r) = Eu(r) , \quad (1.20)$$

com  $u(r) = rR(r)$ . O número quântico  $l$  é historicamente conhecido como *número quântico azimutal* ou *magnético*. O termo entre colchetes é chamado de *potencial efetivo* devido a presença do pseudo potencial  $\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{l(l+1)}{r^2}$ , proveniente do método de separação de variáveis. Este pseudo potencial é comumente chamado de *potencial centrífugo* ou *barreira centrífuga* pois tende a repelir a partícula para longe da origem e representa a energia rotacional de uma partícula com momento angular  $l\hbar$ .

Uma das vantagens do método reside no fato de que tendo em vista que o potencial de interação é de curto alcance e os núcleos envolvidos não possuem bordas muito prolongadas, somente as partículas contidas no feixe que possuem momento angular orbital relativo ao alvo menor que um determinado limite sofrerá interação nuclear. Comumente se usam termos clássicos para descrever uma reação. Desta forma se introduz o parâmetro de impacto "b" como mostrado na Figura 1.2. Assim, como  $l\hbar = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$  e  $p = \hbar\mathbf{k}$ , temos que  $b = r \sin\theta$ , assim  $l = kb$ . Outro ponto positivo é que o número quântico  $l$  é discreto e como, em geral, o valor máximo de  $l$  é pequeno, decorre que poucos valores de  $l$  sejam considerados na expansão. E por último, podemos reduzir a equação de Schrödinger de três dimensões para uma equação na parte radial, para cada valor de  $l$ .

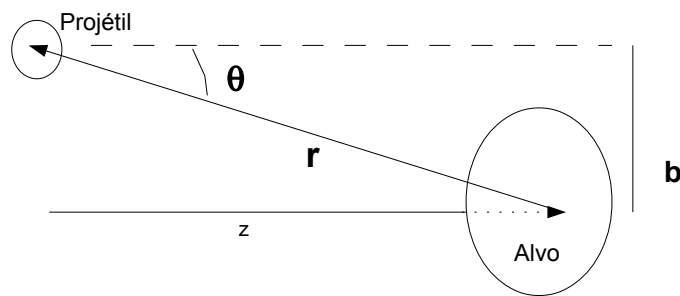


Figura 1.2: Esquema de uma dinâmica de colisão onde  $\mathbf{r}$  é o raio do projétil em relação ao alvo e  $b$  é chamado de parâmetro de impacto.

Para o tipo de sistema descrito até o momento, sem spin, e com invariância rotacional, a expansão se torna mais simples devido a simetria em torno do eixo  $z$ , escolhido como a direção de incidência do feixe, eliminando os termos em que  $m \neq 0$ . Nestas condições os harmônicos esféricos são bons estados que diagonalizam o Hamiltoniano. A solução pode, portanto, ser escrita como:

$$\psi(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} C_k R_l(k, r) Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1.21)$$

Quando o sistema tem spin intrínseco ou qualquer outro tipo de momento angular, o sistema adquire graus de liberdade intrínsecos extras que não se comportam como um escalar sob rotações. Deve-se procurar, portanto, uma base associada com estes novos graus de liberdade,  $\xi$ . Os harmônicos esféricos não são mais bons estados pois para um sistema descrito com potencial dependente do spin, a invariância do Hamiltoniano,  $H$ , pode não garantir a conservação do momento angular. Precisa-se encontrar um estado que acople estados dos graus de liberdade de rotação e de spin, chamados *função spin-ângulo*  $\mathcal{Y}_n(\xi)$ , que são autoestados de  $\{J^2, L^2, S^2, J_Z\}$ . A função de onda é expandida na forma:

$$\psi_{J,M}(k, \mathbf{r}, \xi) = \sum_{n'} \mathcal{Y}_{n'}(\xi) \chi_{n'}(r) . \quad (1.22)$$

E a função spin-angular é dada por:

$$\mathcal{Y}^{JM}(\xi) = i^l \sum_{\mu', m'} \langle l m' s \mu' | J M \rangle Y(\xi)_{l m'} | s \mu' \rangle, \quad (1.23)$$

onde  $|s\mu'\rangle$  é o autoestado spin e o termo  $\langle l m' s \mu' | J M \rangle$  são os chamados *coeficientes de Clebsh-Gordan (CG)*, que fornece o peso do acoplamento entre os momentos, ou seja, pode-se combinar de várias formas possíveis o produto entre os estados intrínsecos de cada espaço das partes iniciais para somarem momento angular  $J$  e projeção  $M$ . O estado mais geral, que contém todas as combinações possíveis para um dado valor de momento angular e projeção, é obtido escrevendo a superposição desses produtos de estados com um dado peso, os coeficientes CG. O termo  $(i)^l$  da equação (1.23) garante a conservação da paridade [7] do sistema.



## 1.4 Núcleos com estruturas interna

O método do potencial de espalhamento discutido no item anterior é suficiente para estudos de reações onde somente o espalhamento elástico é importante. Entretanto, numa reação real os parceiros envolvidos na colisão possuem estruturas internas que não podem ser desprezados, já que durante a colisão energia e momento angular são convertidos do movimento relativo para os graus de liberdade intrínsecos. Quando o acoplamento entre os canais for relevante devemos, portanto, adotar um novo método que os levem em conta, chegando a um conjunto de equações que, a priori, deve ser resolvido exatamente. Neste formalismo, os estados são expandidos em termos de autoestados do Hamiltoniano interno e introduzidos na equação de Schrödinger.

De modo geral, expandem-se os estados na forma:

$$\Psi(\mathbf{r}, \xi) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}(\mathbf{r}) \phi_{\alpha}(\xi), \quad (1.24)$$

com  $\alpha = 0$  representando o canal de entrada, ou canal elástico. Nesta equação  $\mathbf{r}$  e  $\xi$  são as coordenadas do movimento relativo entre os parceiros da colisão e as coordenadas intrínsecas do sistema, respectivamente.

Tomando a equação de Schrödinger

$$[K + V(\mathbf{r}, \xi) + H(\xi)]\Psi(\mathbf{r}, \xi) = E\Psi(\mathbf{r}, \xi), \quad (1.25)$$

onde  $V$  é o potencial de interação,  $K$  é o operador de energia cinética relativa e  $H(\xi)$  o hamiltoniano intrínseco, cujos autoestados  $\phi_{\alpha}(\xi)$  são ortogonais e satisfazem a:

$$h_{\alpha}\phi_{\alpha}(\xi) = \epsilon_{\alpha}\phi_{\alpha}(\xi) \quad (1.26)$$

Multiplicando a equação (1.25) por  $\phi_{\alpha}^*(\xi)$  e integrando toda a equação nas variáveis internas, obtemos:

$$[\epsilon_\alpha + K - E]\psi_\alpha(\mathbf{r}) = - \sum_{\alpha'=0}^{\infty} V_{\alpha',\alpha}(r)\psi(\mathbf{r})_{\alpha'} \quad (1.27)$$

onde elemento de matriz,  $V_{\alpha',\alpha}$ , é dado por

$$V_{\alpha',\alpha}(r) = \int \phi_{\alpha'}^*(\xi)V(\mathbf{r},\xi)\phi_\alpha(\xi)d\xi \quad (1.28)$$

Com o objetivo de retirar a dependência angular podemos expandir a função de onda  $\psi_\alpha(\mathbf{r})$  em ondas parciais. A modo de exemplificação, consideremos um sistema sem spin. Podemos, então, expandir a função de onda do movimento relativo na forma:

$$\psi_\alpha(\mathbf{r}) = \sum_{l,m} u_\alpha(r)Y_{lm}(\theta, \phi) . \quad (1.29)$$

Substituindo a equação (1.29) na equação (1.27) e multiplicando ambos os lados por  $Y_{l'm'}^*(\theta, \phi)$ , e integrando no ângulo sólido obtemos:

$$[K - E_\alpha - W_{\alpha,\alpha}(r)]u_\alpha(r) = \sum_{\alpha \neq \alpha'} W_{\alpha,\alpha'}(r)u_{\alpha'}(r), \quad (1.30)$$

onde  $E_\alpha = E - \epsilon_\alpha$  e

$$W_{\alpha,\alpha'}(r) = \sum_{l,m} \int Y_{l'm'}^*(\theta, \phi)^* V_{\alpha'}(r) Y_{lm}(\theta, \phi) d\Omega . \quad (1.31)$$

Do lado esquerdo da equação (1.30) se encontra o termo da diagonal principal do elemento de matriz e do lado direito os termos fora da diagonal principal, que representam a probabilidade de transição entre estados. Nota-se que o lado esquerdo não se refere somente ao estado fundamental e que existe uma equação para cada par de estados possíveis dentro do conjunto  $\alpha$  e seu acoplamento com os demais estados. Esta equação é assim chamada *Conjunto de Canais Acoplados*. Reescrevendo a equação (1.30) de forma simplificada tem-se:

$$[E_i - H_i]u_i(r) = \sum_{i \neq j} \langle \phi_i | W_{i,j} | \phi_j \rangle u_j(r) . \quad (1.32)$$

O elemento de matriz  $\langle \phi_i | W_{i,j} | \phi_j \rangle$  possui duas formas diferentes:

$$\langle \phi_i | W_{i,j} | \phi_j \rangle = W_{i,j}^{post} \quad \text{ou} \quad W_{i,j}^{prior} , \quad (1.33)$$

onde

$$W_{i,j}^{post} = \langle \phi_i | W_i | \phi_j \rangle \quad e \quad W_{i,j}^{prior} = \langle \phi_i | W_j | \phi_j \rangle . \quad (1.34)$$

Dizemos assim que usamos uma *post representation* ou *prior representation*. A escolha da representação depende do nosso conhecimento sobre o potencial antes e/ou depois da reação. Caso estes potenciais sejam corretos, ambas representações fornecem o mesmo resultado. Nota-se que para excitações inelásticas a escolha da representação não tem sentido físico pois a identidade do núcleo não é alterada (desde que o potencial de interação não dependa da excitação dos núcleos, que comumente é desprezada). Entretanto, é evidente que, caso haja uma alteração, o potencial de interação é diferente antes e depois da reação. Isto ocorre por exemplo nos processos de transferência. Neste tipo de reação, o potencial de interação deve conter um termo não local que leva a função de onda dependente da coordenada  $\mathbf{R}$  para uma função de  $\mathbf{R}'$ , que são as coordenadas que ligam o projétil e alvo nas partições de entrada e saída, respectivamente, como mostra a Figura 1.3. Neste contexto dizemos que estamos realizando *cálculos de reação de canais acoplados - CRC (coupled reaction channel)* [8]. No processo de transferência um nucleon de valência pode ser transferido do projétil para o alvo (*stripping*) ou do alvo para o projétil (*pickup*).

Retomando a discussão anterior, deve ser impostas agora as condições de contorno e deve ser achada a forma para a função de onda. Longe do centro espalhador a função de onda deve ter a forma:

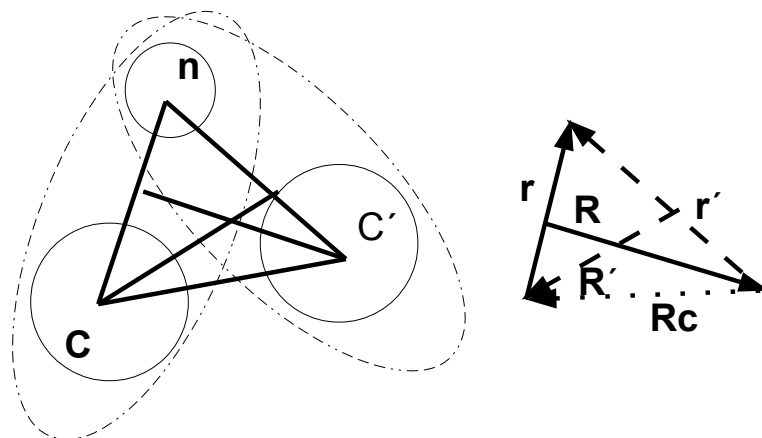


Figura 1.3: Esquema de uma dinâmica de transferência de um nêutron (n) através da reação de um projétil C+n com um alvo C' resultando em dois núcleos finais: C e C' +n.  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{R}'$  são as coordenadas que ligam o projétil ao alvo, e  $\mathbf{r}$  e  $\mathbf{r}'$  ligam o caroço inerte à partícula de valência (sem prime representa partição de entrada, e com prime a de saída).

$$\psi(\mathbf{r})_{(r \rightarrow \infty)} \rightarrow \frac{1}{(2\pi)^{2/3}} \left[ \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) + \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\theta, \phi) \frac{\exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})}{r} \right]. \quad (1.35)$$

A onda incidente, portanto, estará presente somente no canal de entrada e a emergente em todos os canais possíveis. Nota-se a diferença desta equação quando comparada com a equação (1.16). A onda espalhada deve conter uma onda elástica que atenua a onda plana incidente na região em que elas sofram overlap. Em sistemas cujo alvo tenha características absorventes, em colisões a angulos dianteiros,  $\theta = 0$ , esta interferência é destrutiva. Caso haja interação Coulombiana a onda incidente contém ainda um termo de distorção, pois é uma interação de longo alcance. Podemos expandir a função de onda de modo análogo como feito para a teoria do *Potencial de Espalhamento*, com uma pequena alteração que leve em conta os vários canais possíveis, como veremos a seguir para os seguintes casos:

#### a ) Partículas sem spin

Para este tipo de sistema, em que os estados intrínsecos são escalares, o momento angular orbital é conservado bem como os números quânticos  $l$  e  $m$ . Desta forma, o Hamiltoniano é diagonal na representação dos harmônicos esféricos. Portanto, a base escolhida, agora contendo estados intrínsecos, é a chamada *função de onda canal-ângulo*, dada por

$$\mathcal{Y}_\alpha^{l,m}(\zeta) = i^l \phi_\alpha(\xi) Y_{l,m}(\theta, \phi). \quad (1.36)$$

Nesta base, entretanto, o Hamiltoniano não é diagonal em relação aos índices rotulados por  $\alpha$ .

A função de onda total pode ser expandida na forma:

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{r}, \xi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{l,m} 4\pi Y_{l,m}^*(k_o) \sum_{\alpha} \frac{\mathcal{Y}_\alpha^{l,m}(\zeta) u_\alpha(r)}{r}. \quad (1.37)$$

Caso o potencial contenha um termo Coulombiano tem-se:

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{r}, \xi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{l,m} 4\pi Y_{l,m}^*(k_o) e^{i\sigma_{0,l}} \sum_{\alpha} \frac{\mathcal{Y}_\alpha^{l,m}(\zeta) u_\alpha(r)}{r}, \quad (1.38)$$

onde  $e^{i\sigma_{0,l}}$  refere-se a fase adquirida pela função de onda devido a forma distorcida que a onda incidente apresenta causada pelo potencial Coulombiano que é de longo alcance.

Inserindo as funções de onda (1.37) ou (1.38) na equação de Schrödinger e multiplicando por  $\mathcal{Y}_\alpha^{l,m}(\zeta)^*$  e integrando pelo ângulo sólido e nas variáveis intrínsecas,  $\xi$ , obtemos o conjunto de canais acoplados para a parte radial de forma similar à equação (1.21), devendo ser resolvida para cada canal  $\alpha$ . Longe do centro espalhador,  $r \rightarrow \infty$ , o potencial é insignificante e a função radial toma a forma:

$$u_\alpha(r) = \frac{i}{2} [h^-(k_0 r) - S_{\alpha,0} h^+(k_{\alpha,0})], \quad (1.39)$$

onde  $h^-(k_0 r)$  e  $h^+(k_{\alpha,0})$  são as funções de Ricatti-Bessel com as condições de contorno apropriadas, para as ondas incidente e emergente, respectivamente e  $S_{\alpha,0}$  é o elemento da matriz de espalhamento  $S$ , que representa a transição do canal elástico para um canal  $\alpha$ .

## b ) Partículas com spin

Como discutido no tópico da Teoria de Espalhamento, para sistemas que envolvam partículas com spin devem-se levar em conta as propriedades rotacionais do Hamiltoniano e procurar uma nova base para descrever o sistema. Como o momento angular total  $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{I}$  é uma grandeza conservada, tornando-se um bom número quântico, podemos acoplar a função spin-ângulo da equação (1.23) às coordenadas intrínsecas rotuladas pelo índice  $\alpha$ , chamadas assim *canal-spin* ou *canal-ângulo*:

$$\mathcal{Y}_{\alpha,l}^{JM}(\xi) = i^l \sum_{\mu\nu} \langle lmI\nu | JM \rangle Y(\theta, \phi)_{lm} | \alpha I \nu \rangle . \quad (1.40)$$

Nesta base o Hamiltoniano não é diagonal em relação ao rótulo dos canais,  $\alpha$ , nem no momento angular orbital,  $l$ .

A função de onda total pode ser expandida na forma:

$$\Psi^{(+)}(\mathbf{r}, \xi) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\beta} 4\pi \langle l_o m_o J_o \nu_o | JM \rangle Y_{l_o, m_o}^*(K_o) \frac{\mathcal{Y}_{\alpha}^{JM}(\xi) u_{\alpha l, 0 l_o}(r)}{r} , \quad (1.41)$$

onde  $\beta$  é um rótulo para os números quânticos  $\alpha, l_o, l, J, M$ .

Do mesmo modo, como obtido para o caso sem spin, a função radial contemplando um potencial que contenha termo Coulombiano é dada por:

$$u_{\alpha l, 0 l_o}(r) = e^{-i\Theta_{\alpha}(r)} \left[ -\delta_{\alpha 0} \delta_{l 0} \frac{i^l}{2i} e^{-i\sigma_{\alpha l}} \right] + e^{i\Theta_{\alpha}(r)} \left[ \sqrt{\frac{k_0}{k_{\alpha}}} - S_{\alpha l, 0 l_o}^J \frac{i^{-l}}{2i} e^{i\sigma_{\alpha l}} \right] \quad (1.42)$$

## 1.5 Cálculo de Canais Acoplados V.S Modelo Óptico

No tópico anterior foi discutido como levar em conta os graus de liberdade internos dos parceiros envolvidos na reação, chegando em um conjunto de equações acopladas. Resolver este sistema para todos os canais envolvidos é uma tarefa árdua pois existe uma infinidade deles. Podemos resolver este problema diminuindo o número de canais pelo truncamento da série até o número de canais de interesse. Para tanto, podemos dividir o espaço em dois subespaços: um contendo os canais de interesse, e outro contendo os canais menos relevantes. Isso pode ser realizado através de uma projeção dos canais em um espaço menor, ou até mesmo num espaço com um único canal (veja Apêndice A). Como a escolha da base dentro de um espaço vetorial é arbitrária, podemos trocá-la quando necessário, utilizando para isso um operador de projeção  $\mathbf{P}$ . Este método foi proposto por Feshbach na década de 50, cujo desenvolvimento resulta em um potencial efetivo complexo onde a parte imaginária representa a perda do fluxo dos canais menos relevantes que foram excluídos. Isto significa que para cada equação a ser resolvida no conjunto de canais acoplados da equação (1.30), o potencial contém um termo imaginário que representa os canais excluídos da soma. Esta abordagem com uso de potencial complexo, em sua semelhança com a teoria de absorção e refração ótica, ficou conhecida como *Modelo Óptico* [9] e o potencial efetivo como *Potencial Ótico*. Este procedimento foi realizado pela primeira vez por Le Levier e Saxon(1952) [10] e Feshbach *et al.* (1954) [11]. Desta maneira, após uma interação entre projétil e alvo dizemos que houve ocorrência de espalhamento elástico, ou absorção do fluxo para outros canais<sup>2</sup>. A soma de todas as contribuições que advém dos

---

<sup>2</sup>Maiores detalhes sobre procedimento teórico para obtenção da seção de choque de absorção, bem como a de reação, se encontra no apêndice B

demais canais, que não o elástico, é chamada de *seção de choque de reação*.

Sob determinadas condições a projeção da função de onda total pode ser realizada na base do canal de entrada, podendo ser encontrada na literatura sob o nome de *modelo óptico de um canal*. Esta abordagem pode ser utilizada por exemplo se estivermos interessados somente no comportamento médio da seção de choque elástica em um determinado intervalo de energias. Quando existirem fortes acoplamentos entre os canais com o canal de entrada, a seção de choque elástica pode ser fortemente influenciada levando a ressonâncias com rápidas variações em relação a energia. Nesta situação, a abordagem tem que ser feita através do *Cálculo de Canais Acoplados* que leva em conta explicitamente os canais que não podem ser assim excluídos.

### 1.5.1 Cálculo da fusão a partir de Canais Acoplados

Como discutido no tópico anterior, o método de Potencial de Espalhamento descreve bem o espalhamento elástico para sistemas em que os graus internos possam ser desprezados. Para núcleos complexos devemos incluir estas variáveis para obter resultados mais acurados, dizendo assim que estamos efetuando cálculos de Canais Acoplados. Admitamos, por exemplo, que os canais possíveis para um par de núcleos interagentes possam ser divididos em dois grupos: um referente à formação de núcleo composto e outro para os canais restantes. Uma das formas de caracterizar a fusão é considerar a absorção dos centros de massa de cada núcleo através da barreira Coulombiana, como resultado da interação entre os mesmos, conhecido como *ingoing wave boundary condition (IWBC)* [12–14]. Consideremos que os canais complementares à fusão componham um conjunto rotulado de  $\beta$  e que são obtidos através do conjunto de equações de canais acoplados (equação 1.30). Nota-se que a este conjunto também pertence o canal elástico,  $\beta = \alpha$ .

Mediante a divisão do espaço, a exclusão de um subespaço faz surgir uma matriz potencial complexa,  $V = U - iW$ , que contém um termo Coulombiano. A parte imaginária



deste potencial contabiliza a absorção do fluxo devido aos canais excluídos. Na literatura este potencial é conhecido como *potencial CC* ou simplesmente *potencial óptico*. Se excluirmos os canais referentes à fusão, o potencial  $W$ , portanto, contabilizará a absorção dos canais  $\beta$  para a fusão.

A seção de choque de fusão é dada, de modo geral, pela equação

$$\sigma_f = \frac{E}{k} \sum_{\beta\beta'} \langle \Psi_{\beta'}(\mathbf{r}) | W_{\beta\beta'} | \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \rangle = \sigma_{f,elas} + \sigma_{f,ne} + \sigma_{f,tr}. \quad (1.43)$$

O primeiro termo é referente à absorção para seção de choque de fusão através do canal de entrada ( $\beta = \beta' = \alpha$ ), ou seja, parte do fluxo de entrada foi absorvido. O segundo devido aos demais canais ( $\beta = \beta'$  na condição  $\beta, \beta' \neq \alpha$ ), de modo que primeiro o alvo se excitou em algum estado não elástico e depois o projétil se fundiu com o alvo. E por fim, o último termo se refere à fusão antecedida de transições ( $\beta \neq \beta'$ ), isto é, após transferência de nucleons de um núcleo para outro ocorre fusão. Nota-se que este último processo deve-se a elementos de matriz fora da diagonal principal, que em geral é desprezado. Para contabilizar a absorção para fusão a parte imaginária do potencial deve ser um potencial de curto alcance, geralmente confinado até o limite da barreira Coulombiana (IWBC).

### 1.5.2 Cálculo da fusão a partir do Modelo óptico de um canal

Embora o modelo óptico descreva razoavelmente bem o espalhamento elástico para núcleos com estrutura, é de suma importância incluir os canais não-elásticos no formalismo, pois estes retiram fluxo do canal de entrada. O modelo óptico de um canal, ou simplesmente modelo óptico, é formulado através da projeção dos canais sobre um canal específico, em geral no canal de entrada, digamos  $\alpha$ . Portanto, considerando que estes canais não-elásticos compõem o conjunto  $\beta$ , e considerando o canal  $\beta = \alpha$  como o de entrada, que é o canal de interesse, podemos dividir o espaço em dois, por meio do

operador de projeção  $\mathbf{P} = |\alpha\rangle\langle\alpha|$ . Através do formalismo de Feshbach verifica-se que este procedimento leva ao surgimento de um potencial de polarização  $V_{pol}$ , para o canal  $\alpha$ , responsável pelo acoplamento dos demais canais ( $\beta \neq \alpha$ ).

O potencial de interação, portanto, pode ser escrito como:

$$V_{\alpha}(\mathbf{r}) = U_{\alpha}(\mathbf{r}) - iW_{\alpha}(\mathbf{r}) = V_{\alpha,\alpha} + V_{pol}, \quad (1.44)$$

onde  $\mathbf{r}$  indica a coordenada espacial.  $V_{\alpha,\alpha} = U_{\alpha,\alpha} - iW_{\alpha,\alpha}$  é chamado *potencial "nu"* (*bare potential*). O subíndice  $\alpha$  concorda com o fato deste potencial ser o mesmo utilizado na equação (1.43) referente a absorção a partir do canal de entrada ( $\beta = \alpha$ ).

O potencial responsável pelo processo de fusão é composto de dois termos:  $W_{\alpha\alpha} + W_{pol,f}$ . Portanto, a seção de choque de fusão é dada por:

$$\sigma_f = \frac{E}{k} \langle \Psi_{\alpha}(\mathbf{r}) | W_{\alpha\alpha} + W_{pol,f} | \Psi_{\alpha}(\mathbf{r}) \rangle = \sigma_{f,el} + \sigma_{f,ne} + \sigma_{f,tr}. \quad (1.45)$$

O potencial  $W_{\alpha\alpha}$  é de curto alcance, cuja ação se limita até a região da barreira Coulombiana e se responsabiliza pelo processo de fusão sem ocorrência de qualquer outro processo anteriormente à fusão, ou seja, formação de núcleo composto através da absorção do fluxo do canal de entrada. Por outro lado, neste formalismo, o potencial  $W_{pol,f}$  é responsável pela formação do núcleo composto após excitação dos canais não elásticos.

## 1.6 Método de Canais acoplados com contínuo discretizado- CDCC

Quando a reação envolver núcleos fracamente ligados pode acontecer de um ou ambos se fragmentarem em dois ou mais componentes, caracterizando o processo de quebra, ou, como chamado nesta dissertação, *breakup*. Seguindo um modelo simplificado em que somente o projétil se quebra, alguns processos podem ocorrer, além do processo de

espalhamento elástico presente em qualquer reação. Outros processos podem ocorrer a energias próximas da barreira Coulombiana, como espalhamento inelástico e transferência. Este último mostrou-se recentemente como um mecanismo relevante que pode ser seguido de quebra de algum dos núcleos residuais; a transferência pode causar diminuição da barreira Coulombiana favorecendo o processo de fusão, causando assim um aumento da seção de choque de fusão [15]. Pode ocorrer de um dos fragmentos do projétil se fundir com o alvo em um processo chamado *fusão incompleta (ICF)*, ou todos os fragmentos não interagem com o alvo em um processo chamado *não captura de breakup (Non Capture Breakup- NCBU)*, ou a fusão de todos os fragmentos com o alvo, primeiro funde um fragmento depois outro e assim por diante, chamamos este último processo de *fusão completa sequencial (Sequential Complete Fusion- SCF)*. Há também o processo onde todo o projétil se funde com o alvo de uma vez só, sem que tenhamos o breakup. Esse processo é conhecido como *fusão completa direta (Direct Complete Fusion- DCF)*. A soma dos processos de ICF, SCF e DCF é chamada de *fusão total (Total Fusion- TF)*. A soma dos processos SCF e DCF é chamada de *fusão completa (CF)*. A Figura 1.4 é uma esquematização desses processos para o caso de um sistema em que o projétil se quebra em dois fragmentos. Nela não estão representados todos os possíveis mecanismos de reação, tais como: excitações inelásticas, transferências, transferências seguidas de breakup, entre outros .

Os estados que descrevem um sistema de uma reação nuclear podem tornar a resolução da equação de Schrödinger extremamente difícil. Quando há quebra do aglomerado fracamente ligado, os estados que descrevem os novos fragmentos são descritos por números quânticos contínuos que não pertencem ao espaço de Hilbert. Para solucionar este problema, os cálculos envolvendo CDCC (Coupled Discretized Continuum Channels [17]) são processados criando-se um novo espaço de configurações que facilita o cálculo numérico e permite determinar grandezas importantes para a física nuclear. Uma técnica muito utilizada nesta área para solucionar o problema da divergência da função de onda será

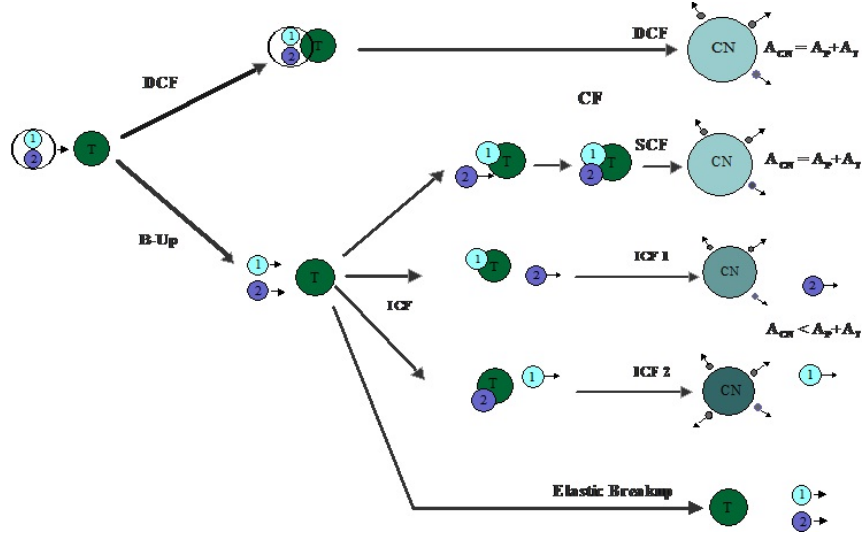


Figura 1.4: Representação esquemática dos processos de breakup, assumindo que este se quebra em apenas dois fragmentos, sendo direta a generalização do mesmo [16].

abordada nesta dissertação: o *método dos bins* [18, 19].

Quando se estuda um sistema composto por duas ou mais partes que podem ser consideradas independentes, o Hamiltoniano do sistema pode se expressar como um produto tensorial do Hamiltoniano de cada parte, denominando-se então sistema separável. Considera-se que cada operador tem autovalores não degenerados. O espaço gerado por estes estados é a soma, dito produto tensorial ou *Kronecker product*, dos espaços de cada parte do sistema. De modo mais geral, tem-se:

$$\mathbb{H} = \mathbb{H}_1 \otimes \mathbb{H}_2 \otimes \dots \mathbb{H}_N, \quad (1.46)$$

onde os subespaços  $\mathbb{H}_1, \mathbb{H}_2, \dots, \mathbb{H}_N$  são os espaços gerados pelos estados intrínsecos que descrevem cada partição. Estados intrínsecos, que chamadas aqui de  $\phi_\gamma$ , satisfazem a equação de Schrödinger dada por:

$$(E - H)|\phi_\gamma\rangle = 0 \quad (1.47)$$

Suponhamos que o número dos espaços vetoriais iniciais é dois chamando de  $\mathbb{H}_A$  e  $\mathbb{H}_P$ , A para o alvo e P para o projétil. Temos então que os respectivos estados intrínsecos

$\phi_A$  e  $\phi_P$  que satisfazem as respectivas equações de Schrödinger:

$$h_A\phi_a = \epsilon_a\phi_a \quad e \quad h_P\phi_p = \epsilon_p\phi_p. \quad (1.48)$$

Podemos construir os novos estados, ou canais, que descrevem esse sistema composto, pela forma:

$$\phi_\gamma(\xi_\gamma) = \sum_{\mu_a, \mu_p} (\lambda_a, \mu_a, \lambda_p, \mu_p | \lambda, \mu) \phi_a \phi_p, \quad (1.49)$$

onde  $\xi_\gamma$  é a coordenada intrínseca e o termo entre parênteses são os CG. Esta equação representa o acoplamento entre os estados  $\phi_a$  e  $\phi_p$  para formarem um estado de momento angular  $\lambda$  e projeção  $\mu$ . Este acoplamento pode ser escrito de forma mais conveniente e que será adotada daqui por diante, como:

$$\phi_\gamma(\xi_\gamma) = [\phi_a(\xi_a), \phi_p(\xi_p)]_{\lambda, \mu}. \quad (1.50)$$

Nesta combinação é requerido que a soma dos módulos quadrados dos coeficientes de CG resultem em uma unidade para satisfazer a condição de normalização dos estados, ou seja

$$\langle \phi_\gamma | \phi_\gamma \rangle = 1. \quad (1.51)$$

As  $\phi_\gamma$  satisfazem a equação de Schrödinger dado por um novo Hamiltoniano intrínseco  $h_\gamma = h_a + h_p$ :

$$h_\gamma\phi_\gamma = \epsilon_\gamma\phi_\gamma. \quad (1.52)$$

Esta é uma descrição geral da obtenção das funções de ondas intrínsecas ao sistema. Numa abordagem fenomenológica as funções de ondas descritas anteriormente serão, a partir daqui, reconhecidas como novas funções pertencentes a um espaço  $\mathbb{L}$ . Esta operação é efetuado através de um operador de projeção  $\mathbf{P}$ . Um estado mais geral possível pode ser

escrito como uma combinação linear dos estados de qualquer base que se escolha dentro de um espaço vetorial, isto é, a escolha de uma base é arbitrária. Entretanto, após escolhida uma base não há problema que se mude para outra, e esta é a função do operador de projeção: tomar a parcela pertencente a um estado específico e aniquilar a parcela dos estados ortogonais ao primeiro, resultando num vetor nesta nova direção.

Desta forma pode-se escrever as novas funções como:

$$\Psi_L = \mathbf{P}\Psi = \sum_{\gamma} u_{\gamma}^J(R) \mathcal{Y}_{\gamma}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi), \quad (1.53)$$

com

$$\mathcal{Y}_{\gamma}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) = [\phi_{\gamma}(\xi_{\gamma}), i^{L_{\gamma}} Y_{L_{\gamma}}(\mathbf{R})]_{JM} \quad (1.54)$$

a função  $\mathcal{Y}^{JM}$  são as chamadas *funções spin-ângulo*, como dito no item 1.3 e são diagonais para os operadores  $\{L^2, J^2, S^2, L_z\}$ , e  $Y_{L_{\gamma}}$  são os harmônicos esféricos. Nesta correspondência, estados discretos são substituídos por outros discretos, e os estados contínuos por outros contínuos.

De modo geral, o problema relacionado com estados ligados é o número de estados presentes, que são muitos, enquanto que para os estados contínuos são infinitos. Abaixo será abordado um método de resolver estes problemas.

### 1.6.1 Discretização dos canais do contínuo do problema de três corpos

Quando um dos aglomerados é fracamente ligado (nesse caso o projétil), a energia de interação pode se transformar em movimento relativo entre os fragmentos do projétil. Essa quebra leva o sistema, que inicialmente está no estado fundamental, a estados que são descritos tanto por números quânticos discretos como por contínuos, de forma que muitos canais se fazem presentes. Um procedimento prático para a abordagem de problemas

com presença de muitos canais é a redução do seu número considerando somente aqueles mais relevantes para descrever a física do problema. O procedimento consiste em truncar a série em expansão de muitos canais para se obter um número finito dos mesmos, sem perda de generalização, restringindo o valor do momento angular  $l$  e o número de onda  $k$  ou, equivalentemente a energia  $\epsilon$ :

$$l \leq l_{p,m} \text{ e } k \leq k_{p,m} \text{ ou } \epsilon \leq \epsilon_{p,m}, \quad (1.55)$$

cujos limites devem satisfazer a equação (1.52).

Uma forma de descrever a dinâmica de três corpos é fazer uma transformação de coordenadas, tomando  $\mathbf{R}$  como sendo o vetor que liga o alvo ao projétil, e  $\mathbf{r}$  o vetor que liga os fragmentos, como mostra a Figura 1.5. Nessas condições as coordenadas da posição que liga os fragmentos em relação ao alvo são:

$$\mathbf{r}_b = \mathbf{R} + \frac{A_p - 1}{A_p} \mathbf{r} \quad (1.56)$$

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{R} - \frac{1}{A_p} \mathbf{r}. \quad (1.57)$$

Como será mostrado mais adiante, cada fragmento do projétil pode ser tratado como estando, cada um, em um estado ligado definido e podemos, portanto, escrever a função de onda interna do projétil, nesta nova configuração, como:

$$\phi_{pl}(k, \xi) = [\phi_{pl}(k, \mathbf{r}), [\phi_{\mathbf{c}}(\xi_{\mathbf{c}}), \phi_{\mathbf{b}}(\xi_{\mathbf{b}})]_{\mathbf{s}}]_{\mathbf{I}_p, \mathbf{M}_p}, \quad (1.58)$$

onde os  $\phi_{c,b}$  são as funções de onda do espaço  $\mathbb{L}$ ,  $\phi_{pl}(k, \mathbf{r})$  o estado que descreve o movimento relativo entre os fragmentos com vetor de onda  $k$ , momento angular  $l$  e projeção  $m$ , onde  $\mathbf{r}$  é a coordenada relativa. Portanto, o momento angular,  $I_p$ , e projeção  $M_p$  do

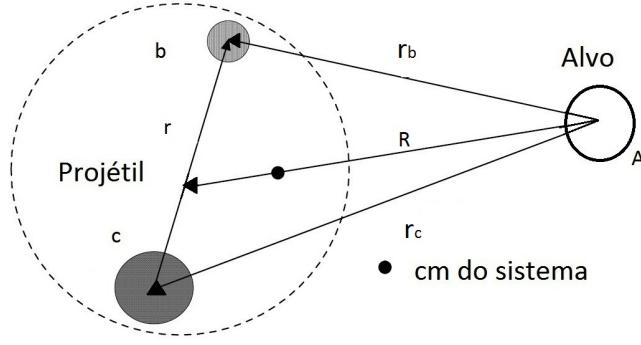


Figura 1.5: Ilustração de um sistema de três corpos ( $A+b+c$ ).  $A$  representa o alvo e  $b+c$  representa o projétil que sofrerá a quebra.  $\mathbf{R}$  é a distância do alvo ao centro de massa dos dois fragmentos

projétil é composto pelo momento  $l$  e os spins de cada fragmento, isto é, para descrição da quebra é necessário o acoplamento da função de onda que descreva o movimento individual de cada fragmento com a função de onda que descreva o movimento relativo entre os mesmos. A energia intrínseca ao sistema é dada por:

$$\epsilon_p(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu_{cb}}, \quad (1.59)$$

onde  $\mu_{cb}$  é a massa reduzida entre os fragmentos  $c$  e  $b$  :

$$\mu_{cb} = \frac{m_c m_b}{m_c + m_b} \quad (1.60)$$

O novo espaço gerado é, portanto, truncado e preenchido pelos estados discretos  $\phi_{pn}(\xi_p)$ ,  $n = 1, 2, \dots, N_p$  e estados contínuos,  $\phi_{pl}$ :

$$\{\phi_{pn}(\xi_p), \quad n = 1, \dots, N_p; \quad \phi_{pl}(k, \xi_p), \quad k \leq k_{p,m}, \quad l \leq l_{p,m}\} \quad (1.61)$$

que são normalizados como:

$$\langle \phi_{pn} | \phi_{pm} \rangle = \delta_{n,m} \quad (1.62)$$



E por fim, este conjunto de estados é substituído por um novo conjunto de estados na forma:

$$\{\Phi_{pl,i}(\xi_p), \quad i = 1, 2, \dots, N_{pl}, \quad l \leq l_{p,m}\} \quad (1.63)$$

onde as primeiras  $N_p$  funções simulam os estados ligados e os demais termos representam os estados contínuos. A função de onda da equação (1.63) tem a forma:

$$\Phi_{pl,i}(\xi_p) = [\phi_{pl,i}(\mathbf{r}_{\mathbf{cb}}), [\phi_{\mathbf{c}}(\xi_{\mathbf{c}}), \phi_{\mathbf{b}}(\xi_{\mathbf{b}})]_{\mathbf{s}}]_{\mathbf{I_p, M_p}} \quad (1.64)$$

e é normalizada como:

$$\langle \Phi_{pl,i} | \Phi_{p'l',j} \rangle = \delta_{l,l'} \delta_{i,j} \quad e \quad \langle \phi_{pm} | \phi_{pl,i} \rangle = 0 \quad (1.65)$$

Existem várias formas de criar as funções descritas pela equação (1.63), dois dos quais tornam os  $\Phi_{pl,i}$  diagonais para o Hamiltoniano interno  $h_p$ , facilitando futuros cálculos:

- o chamado método dos bins, que toma a função de onda no meio de um dado intervalo de energia ou momento, ou bin, chamado método *Mid* (midpoint, meio ponto), ou é tomada como uma média ao longo do bin, método *AV* (average, média)
- o método do pseudo estado que diagonaliza os estados internos do projétil na base tipo  $l^2$ , que descrevem o movimento relativo entre os dois fragmentos.

O método que será abordado neste trabalho será o método dos bins.

## 1.6.2 Método dos bins

Usando a aproximação descrita na seção anterior consegue-se limitar o número de canais relacionados aos estados discretos. Entretanto para os estados no contínuo, mesmo

tomando um limite no valor de  $l$  e  $k$ , não se obtém o mesmo efeito. Como  $k$  é uma variável contínua, o espaço permanece contendo um número infinito de canais, mesmo quando truncado. O método dos bins é baseado na hipótese de que todos os autoestados do Hamiltoniano interno do projétil que se quebra,  $h_p$ , sejam conhecidos no intervalo  $[0, k_{p,m}]$  ou, equivalentemente,  $[0, \epsilon_{p,m}]$ . Assim o intervalo  $[0, k_{p,m}]$  é dividido em sub-intervalos  $[0, k_1]$ ,  $[k_1, k_2]$ ,  $\dots, [k_{n-1}, k_n = K_{p,m}]$ , com  $n = N_{pl}$ . Cada intervalo será aqui designado por  $\Delta$ . Com efeito, normalmente quer-se que o intervalo em energia seja constante, e portanto os sub-intervalos no espaço dos momentos são de espaçamentos diferentes, visto que a energia é proporcional ao quadrado do momento. Desta forma substitui-se o conjunto contínuo de estados no intervalo  $0 < k < k_{max}$  por um conjunto discreto de funções que pacotes de ondas gerados em cada sub-intervalo  $[k_{i-1}, k_i]$

$$\Phi_{plm,i}(r) = \int_{k_{i-1}}^{k_i} w_{pi}(k) \phi_{plm}(k, r) dk \quad (1.66)$$

onde  $w_{pn}$  é uma função peso, e as funções são normalizadas como:

$$\langle \Phi_{plm,i} | \Phi_{p'l'm',i'} \rangle = \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta(k_i - k_{i'}) \quad (1.67)$$

É conveniente que a função peso também seja normalizada:

$$\int_{k_{i-1}}^{k_i} w_{pi} w_{p'i} dk = \delta_{pp'} \quad (1.68)$$

As funções de onda descritas pela equação (1.66) são ortogonais aos estados ligados e aos outros estados de bins que não se sobreponham (não sofram overlap) nos seus respectivos intervalos de momento (energia), isto é que não exista valor de energia em comum dentro do intervalo.

A energia associada a cada bin pode ser obtida por métodos distintos: pode-se calcular o valor médio dentro do intervalo ou utilizar o valor exatamente no meio do intervalo. É comum utilizar o último destes nos cálculos de CDCC. Como estamos rotulando cada intervalo pelo índice  $i$  ( $i=1, \dots, N_{pl}$ ) os valores de energia são, portanto:

$$\epsilon_{plm,i} = (i + \frac{1}{2})\Delta \quad (1.69)$$

e assim é gerado um espaço com estados ortogonais e discretos. Portanto, as funções de onda antes descritas por números quânticos contínuos foram modeladas para uma nova função de onda que diagonaliza o Hamiltoniano intrínseco com uma energia definida:

$$\langle \Phi_{plm,i} | h_p \Phi_{plm,i} \rangle = \epsilon_{pl'm',i'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} \delta_{ii'} \quad (1.70)$$

Verifica-se então que é possível representar o contínuo por um conjunto discreto de  $N_{pl}$  canais, concluindo que estados não ligados podem ser tratados como estados ligados, conforme mencionado no tópico anterior. É importante notar que as novas funções de onda não são autofunções exatas do Hamiltoniano interno, devido a uma superposição de autoestados com diferentes autovalores.

Nota-se a relação do intervalo de atuação de  $\Phi_{plm,i}$  com  $\Delta$ : um aumento no espaço do momento (energia) é acompanhado por um decréscimo do alcance da função de onda, isto é, a distância em que a mesma passa a ter valores não tão relevantes.

Deve-se ter o cuidado de certificar a validade desta mudança de espaço, no sentido de que deve acertar o cálculo de grandezas físicas que dependam destas novas funções de onda. Para tanto, deve-se fazer testes aumentando-se os valores limites para o truncamento da série [20]. Quando as grandezas físicas relevantes não sofrerem alteração diz-se que houve convergência.

Neste ponto, a criação do espaço de configurações com um conjunto de funções de onda discreta, obtidos a partir do truncamento e discretização do contínuo, nos leva a

redefinir os estados da equação (1.49) em um novo estado rotulado por:

$$\phi_\gamma(\xi_\gamma) \rightarrow \phi_{\gamma i}(\xi_\gamma) \quad i = 1, \dots, N_\gamma \quad (1.71)$$

que de um modo mais geral é dado por:

$$\phi_{\gamma i}(\xi_\gamma) = [\Phi_{plm,i}(\xi_\gamma), \phi_a(\xi_\gamma)]_{\lambda_\gamma \mu_\gamma} \quad (1.72)$$

que diagonalizam o Hamiltoniano  $h_\gamma = h_a + h_p$ :

$$\langle \phi_{\gamma i} | h_a + h_p | \phi_{\gamma m} \rangle = \epsilon_{\gamma i} \delta_{im} \quad (1.73)$$

onde:

$$\epsilon_{\gamma i} = \epsilon_{plm,n} + \epsilon_a \quad (1.74)$$

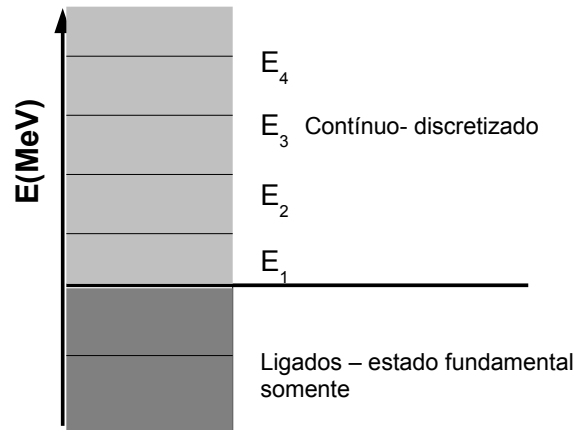


Figura 1.6: Espectro de energia de um núcleo fracamente ligado após discretização dos estados.

Desta forma obtém-se o espaço de configurações  $\mathbb{M}$ , após truncamento e discretização como mostra a Figura 1.6, que substitui o original e é preenchido pelas funções intrínsecas  $\Phi_{plm,i}$  e as novas funções que são necessárias para os cálculos de CDCC são projeções nesse novo espaço:

$$\Psi_M = P\Psi = \sum_i w_{\gamma i}^J(R) \mathcal{Y}_{\gamma i}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) \quad (1.75)$$

com:

$$\mathcal{Y}_{\gamma i}^{JM}(\mathbf{R}, \mathbf{r}, \xi) = [\phi_{\gamma \mathbf{n}}(\xi_\gamma), \mathbf{i}^{\mathbf{L}\gamma} \mathbf{Y}_{\mathbf{L}\gamma}(\mathbf{R})]_{\mathbf{JM}} \quad (1.76)$$

## 1.7 Potencial de interação

Não existe uma forma específica para o potencial de interação nuclear mas espera-se que tenha características físicas aceitáveis. Alguns potenciais achados na literatura podem conter parâmetros livres ajustáveis que podem gerar ambiguidades quando se comparam dados experimentais e cálculos teóricos. Com efeito, muitas vezes o potencial de interação é a propriedade física investigada, e assim por intermédio de comparações de outras propriedades físicas mensuráveis pode-se determinar os parâmetros que melhor ajustam dados e desta forma obter o potencial desejado.

Como mencionado anteriormente, o método de Canais Acoplados é válido para sistemas que possuem forte acoplamentos entre estados excitados e o estado fundamental, como por exemplo núcleos que apresentam caráter coletivo. Os movimentos coletivos podem ser descritos através de deformações da superfície nuclear como discutido brevemente no item 1.1. Para formular tais deformações é necessária a escolha de uma coordenada coletiva que leve em conta a sua variação no tempo e no espaço. Esta coordenada,  $R(\theta, \phi, t)$ , depende de um parâmetro de deformação  $\beta$ , que quando tem valores  $\leq 0.2$  se consi-

dera que, em primeira aproximação, descreve uma superfície esférica, e os demais termos uma perturbação (modelo vibracional). Quando o parâmetro alcança valores maiores que o mencionado, a superfície nuclear, já no estado fundamental, adquire uma forma não esférica e são necessários ordens superiores em teoria de perturbação (modelo rotacional).

O lado esquerdo da equação de canais acoplados definida em (1.30) contém o potencial nuclear e o Coulombiano diagonais. O potencial de acoplamento, presente no lado direito da equação, que está relacionado com a probabilidade de transição entre estados, pode ser decomposto em uma parte radial (fator forma ou *form factor*) e em um termo spin-angular [1]. Este último ainda pode ser fatorado em mais dois termos: um proporcional ao elemento de matriz reduzido do operador de transição e outro que depende dos momentos angulares envolvidos (coeficiente geométrico). A dependência do caráter coletivo dos núcleos envolvidos na reação encontra-se na determinação do elemento de matriz reduzido. Os coeficientes de proporcionalidades para transições de primeira ordem Coulombiana e Nuclear do elemento de matriz reduzido são dadas por [21]:

$$Q_{\lambda}^C = \frac{3Z\beta_{\lambda}R^{\lambda}}{4\pi} \quad (1.77)$$

$$Q_{\lambda}^N = \beta_{\lambda}R \quad , \quad (1.78)$$

respectivamente, onde  $\lambda$  representa a multipolaridade,  $\beta$  um parâmetro de deformação,  $Z$  o número atômico, e  $R$  o raio do núcleo ( $R = r_o A^{\frac{1}{3}}$ ).

Para a parte radial, os fatores de forma, como o nome sugere, dão forma a um potencial que pode ser escrito

$$U = f(r)V \quad , \quad (1.79)$$

com  $V$  sendo a profundidade do potencial. Dentre os potenciais mais usados se encontra o de Woods-Saxon para o fator de forma, cuja parametrização é justificada empiricamente através da interação de um nucleon com um núcleo pesado e que pode ser escrito:

$$f(r) = -\frac{1}{1 + e^{\frac{r-R_f}{a}}}, \quad (1.80)$$

onde  $a$  é difusidade e  $R_f = r_f[A_1^{\frac{1}{3}} + A_2^{\frac{1}{3}}]$ . Desta forma, o potencial de profundidade  $V$  é modelado através da  $f(r)$ . Os termos  $V$ ,  $r_f$  e  $a$  são chamados de parâmetros livres do potencial óptico.

Embora o potencial de Woods-Saxon seja muito utilizado, este possui muitos parâmetros livres. Surgiu assim a necessidade da criação de um potencial que levasse em conta a interação nucleon-nucleon, o que levou ao desenvolvimento do potencial Double Folding [22] que consiste numa convolução da densidade dos núcleos levando em conta interação efetiva nucleon-nucleon:

$$V_f(\mathbf{R}) = \int \rho_1(\mathbf{r}_1)\rho_2(\mathbf{r}_2)V_o\delta(\mathbf{R} - \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)d\mathbf{r}_1d\mathbf{r}_2 \quad (1.81)$$

Este tipo de potencial, desde que a densidade de matéria e a interação nuclear forem conhecidas, não possui parâmetros livres. O Potencial de São Paulo [23] é um potencial double folding, que consiste na descrição do potencial nuclear baseado na não-localidade de Pauli no processo de troca de nucleons. Para a parte real, que utilizaremos nos cálculos teóricos, o potencial é formulado através da equação:

$$V_{spp}(r) = V_f(R)e^{\frac{-4v^2}{c^2}}, \quad (1.82)$$

com  $c$  a velocidade da luz no vácuo e  $v^2 = \frac{2}{\mu}[E - V_c - V_{spp}]$ , nesta relação  $\mu$  é a massa reduzida do sistema. A vantagem deste potencial foi permitir a obtenção de uma sistemática para as densidade de matéria nuclear [23] baseada em cálculos microscópicos de Hatree-Fock-Bogoliubov e dados experimentais de espalhamento elástico de elétrons.

## 1.8 Universal Fusion Function -UFF

A seção de choque de fusão pode ser afetada por efeitos de acoplamento de canais, importante nas proximidades da barreira Coulombiana, onde o acoplamento com estados inelásticos e transferência são mais relevantes. Para sistemas fortemente ligados o limiar de quebra é muito alto, de maneira que o acoplamento com o canal de breakup é desprezível. Entretanto, para sistemas fracamente ligados isso não é verdade. Para estes sistemas, experimentalmente não se pode distinguir DCF (fusão completa direta) da SCF (fusão completa sequencial), entretanto sua soma, CF(fusão completa), é experimentalmente medida. Do ponto de vista experimental, é definido que a CF ocorre quando toda a carga do projétil está contida no núcleo composto [24, 25]<sup>3</sup> e ICF(fusão incompleta) quando somente parte da carga é absorvida [26].

Para núcleos fracamente ligados a CF pode ser afetada por dois efeitos:

A) efeito estático: a cauda da densidade de matéria pode reduzir a altura da barreira de fusão e sua forma (incrementar seu raio), aumentando a seção de choque de fusão [27].

B) efeito dinâmico: fortes efeitos do acoplamento com o canal de quebra.

O primeiro dos efeitos citados revela com clareza a possibilidade do aumento da seção de choque de fusão, mas o segundo não. Nos últimos tempos muitos estudos teóricos e experimentais investigam a reação de fusão para núcleos fracamente ligados tentando responder se a seção de choque de CF aumenta ou diminui devido ao fraco ligamento. Para um estudo sistemático é necessário renormalizar os dados com objetivo de eliminar efeitos estáticos de modo que a diferença entre seção de choque de isótopos de núcleos leves e pesados seja característica somente de efeitos dinâmicos dos acoplamento entre canais.

Um dos métodos consiste em comparar previsões teóricas diretamente com dados experimentais. Para tanto deve-se escolher entre utilizar um modelo óptico ou resolver

---

<sup>3</sup> Embora esta definição pode trazer problemas para núcleos neutron-halo (como  ${}^6\text{He}$ )



cálculos de canais acoplados. Utilizando o primeiro deles estritamente ao canal elástico, e utilizando um potencial que leve em conta efeitos estáticos, qualquer diferença entre dados experimentais e previsões teóricas será devida unicamente a efeitos dinâmicos. É conhecido que a densidade de matéria de núcleos fracamente ligados cai mais lentamente do que para os núcleos fortemente ligados. Essa queda lenta leva a uma diminuição da barreira Coulombiana e conseqüentemente ao aumento da fusão a energias abaixo da barreira Coulombiana. Portanto, caso não leve em conta os efeitos estáticos no potencial óptico os cálculos experimentais apresentarão aumento em relação aos dados teóricos, devido a efeitos estáticos e dinâmicos [28]. Quando o procedimento utilizado é o de cálculos de CC, utilizando um potencial realístico e levando em conta todos os canais ligados relevantes, o único efeito que pode ser observado é o de breakup. As desvantagens deste método, portanto, residem no fato de que conclusões diferentes são obtidos através da escolha de potenciais ópticos diferentes; além de não permitir a comparação entre sistemas diferentes.

Outro método compara dados de fusão entre isótopos fortemente ligados e fracamente ligados em relação ao mesmo alvo. Fatores geométricos, como o tamanho do projétil envolvido, podem revelar aumento da fusão. Portanto, para eliminar este efeito é necessário realizar uma renormalização da seção de choque com respeito a seu valor geométrico e a energia incidente com respeito a altura da barreira. Utilizando uma aproximação para o raio da barreira como  $R_B = r_o(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})$  e  $V_B = \frac{Z_p Z_t e^2}{R_B}$  e assim [29],

$$\sigma_f \rightarrow \frac{\sigma_f}{(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})^2} \quad e \quad E_{c.m} \rightarrow E_{c.m} \frac{(A_p^{1/3} + A_t^{1/3})}{Z_p Z_t}, \quad (1.83)$$

onde  $R_B$  e  $V_B$  são o raio e a energia do topo da barreira Coulombiana. Usando este método a conclusão é de que combinação de efeitos estáticos e dinâmicos levam a um aumento na seção de choque de fusão abaixo da barreira Coulombiana.

Quando o objetivo é investigar o acoplamento do breakup na seção de choque de fusão, é interessante eliminar efeitos estáticos proveniente dos núcleos fracamente ligados.

A renormalização deve ser feita sob valores realísticos de  $V_B$  e  $R_B$ , obtidos de potenciais double folding.

$$\sigma_f \rightarrow \frac{\sigma_f}{\pi R_b^2} \quad , \quad E_{c.m} \rightarrow \Delta E = E_{c.m} - V_B \quad (1.84)$$

Quando se comparam as conclusões extraídas desta renormalização com as extraídas com a renormalização anterior (equação 1.83) pode-se chegar a conclusões diferentes. Porém, recentemente foi verificado que ambos tipos de renormalização não eliminam totalmente os efeitos estáticos [27, 30] .

Recentemente foi proposto um novo método de redução [30] que consegue extrair efeitos dinâmicos provenientes de acoplamentos com canais ligados e de quebra. Este método se mostra mais valioso pois pode ser aplicado para comparações entre sistemas diferentes, já que não carregam informações sobre os mesmos. A barreira Coulombiana pode ser aproximada na forma de uma parábola:

$$V(r) = V_B + \frac{1}{2}\mu\omega^2(r - R_B)^2, \quad (1.85)$$

onde  $V_B$  e  $R_B$  são a altura e o raio da barreira, respectivamente. O outro parâmetro da equação anterior,  $\hbar\omega$ , é chamado de curvatura da barreira, que determina sua largura, ou seja, quanto maior a curvatura, mais estreita é a barreira e maior a chance de ocorrência de fusão. Este parâmetro é dado por :

$$\hbar\omega = \sqrt{\frac{\hbar^2|V''(R_B)|}{\mu}} \quad (1.86)$$

Podemos agora definir novas variáveis utilizando estes parâmetros da barreira [31]:

$$E_{c.m} \rightarrow x = \frac{E_{c.m} - V_B}{\hbar\omega} \quad (1.87)$$

$$\sigma_f \rightarrow F(x) = \frac{2E_{c.m}}{\hbar\omega R_B^2} \sigma_f. \quad (1.88)$$

A função  $F(x)$  é chamada de *função fusão*.

Utilizando a aproximação da barreira Coulombiana por uma parábola, Wong [32] obteve uma expressão analítica para a seção de choque de fusão :

$$\sigma_f^w = R_B^2 \frac{\hbar w}{2E} \ln \left[ 1 + \exp \left( \frac{2\pi(E - V_B)}{\hbar w} \right) \right]. \quad (1.89)$$

Inserindo esta equação na equação (1.88), obtém-se:

$$F_o(x) = \ln[1 + \exp(2\pi x)], \quad (1.90)$$

chamada *Universal Fusion Function- UFF* pois não depende dos parâmetros do sistema. Utilizando uma seção de choque de fusão obtida através de cálculos do modelo óptico,  $\sigma_{opt}$ , na função fusão e comparando com a UFF, pode-se obter os efeitos dinâmicos de acoplamento entre estados. Entretanto, utilizar UFF para investigar leis do processo de quebra de núcleos fracamente ligados pode levar a erros. A fórmula analítica de Wong em geral não é válida para todos os tipos de sistemas, existindo uma correlação entre os tamanhos dos núcleos envolvidos ( $Z_p Z_a \geq 500$ ). A comparação entre dados experimentais,  $F_{exp}$ , com UFF revela somente aspectos globais do acoplamento entre canais na seção de choque de fusão, deixando os efeitos do canal de quebra misturado com efeitos de canais ligados. Para superar este problema, adota-se uma função fusão modificada,  $\bar{F}_{exp}(x)$ , eliminando efeito da falta de acurácia da aproximação de Wong e desvios devido ao acoplamento entre canais ligados.

$$\bar{F}_{exp}(x) = F_{exp}(x) \frac{\sigma_F^W}{\sigma_F^{CC}} \quad (1.91)$$

onde  $\sigma_F^{CC}$  é a seção de choque de fusão prevista teoricamente através de cálculos de canais acoplados. Caso todos os canais sejam incluídos nos cálculos,  $\bar{F}_{exp}(x)$  é esperado ser igual à UFF. Vemos, portanto, que uma maneira de analisar o efeito dinâmica do acoplamento com o canal de quebra pode ser obtida realizando cálculos de canais acoplados deixando de fora o canal em questão. Vale a pena ressaltar a importância de se utilizar um potencial

óptico que leve em conta a densidade de matéria realística do núcleo fracamente ligado, eliminando, assim, os efeitos estáticos. Esse método foi muito utilizado para comparar dados experimentais com previsões teóricas de seção de choque de fusão completa e fusão total [27, 30].

# Capítulo 2

## Resultados e Discussões

Este trabalho teve por objetivo inicial estudar as contribuições de estados não elásticos para o processo de fusão de sistemas contendo núcleos com forte caráter coletivo. Neste tipo de reação a seção de choque elástica é influenciada tanto pelo potencial de interação entre os centro de massa de cada núcleo quanto pelo acoplamento dos canais não elástico com o canal de entrada. A influência destes estados pode ser representado por um potencial complexo responsável pela troca dos estados intrínsecos durante a colisão. Isto significa que, durante a reação, energia e momento são trocados do movimento relativo para graus de liberdade intrínsecos, originando processos não elásticos.

No item 1.5 foram apresentados dois modelos que permitem fazer previsões da seção de choque de fusão levando em conta a influência dos canais não elásticos. Decorre que quando fazemos cálculos de canais acoplados estamos levando em conta, explicitamente na teoria, a influência destes estados na seção de choque de fusão:

$$\sigma_f = \frac{E}{k} \sum_{\beta\beta'} \langle \Psi_{\beta'}(\mathbf{r}) | W_{\beta\beta'} | \Psi_{\beta}(\mathbf{r}) \rangle. \quad (2.1)$$

Nota-se que para calcular  $\sigma_f$  na equação (2.1) é necessário obter a função de onda completa para cada canal, resolvendo a equação de Schrödinger com um potencial complexo.

Em contrapartida, no modelo óptico a relevância dos estados não elásticos é levado em conta mediante um potencial de polarização que é o mesmo potencial utilizado na equação

de Schrödinger para a determinação da função de onda do canal de entrada. Portanto a função de onda elástica carrega informação sobre os estados excluídos. Através deste método a seção de choque de fusão é calculada somente com a contribuição do canal de entrada:

$$\sigma_f = \frac{E}{k} \langle \Psi_\alpha(\mathbf{r}) | W_{\alpha\alpha} + W_{pol,f} | \Psi_\alpha(\mathbf{r}) \rangle, \quad (2.2)$$

onde  $\Psi_\alpha$  é a função de onda do canal elástico.

O problema de cálculo envolvendo a equação anterior consiste no fato de supor que o valor esperado do potencial  $W_f = W_{\alpha\alpha} + W_{pol,f}$ , quando utiliza-se apenas o canal de entrada, leve à seção de choque de fusão correta. Comumente considera-se que a contribuição de  $W_{pol,f}$  é desprezível comparada a  $W_{\alpha\alpha}$  e o cálculo da seção de choque de fusão fica restrito à absorção a partir do canal elástico pelo potencial  $W_{\alpha\alpha}$ . Infelizmente não se pode garantir que a exclusão dos demais canais no cálculo da seção de choque de fusão leve a resultados verdadeiros, especialmente para sistemas que possuem fortes acoplamentos entre canais, como aqueles que possuem caráter coletivo. Outra desvantagem é que não é conhecida uma expressão exata para o potencial de polarização, que é calculada geralmente de forma aproximada. Este método, entretanto, descreve bem o espalhamento elástico quando inclui-se corretamente um potencial efetivo contendo um potencial de polarização que também leve em conta a possibilidade de absorção do fluxo de entrada para outros mecanismos de reação. Desta forma, permite-se calcular corretamente a função de onda do canal de entrada, e obtendo excelente ajuste de espalhamento elástico. Outra deficiência deste modelo é que, mesmo se soubermos calcular o potencial de polarização, o que se obtém é um potencial total que leva em conta todos canais excluídos, não sendo possível extrair  $W_{pol,f}$  (aquele correspondente a absorção para o canal de fusão provenientes dos estados não elásticos) de sua parte imaginária.

A primeira etapa deste trabalho foi escrever um programa para calcular a soma presente na equação (2.1). Podemos reescrever esta equação na forma:

$$\sigma_f = \sum_{\alpha} \sigma_f^{\alpha} \quad \text{com} \quad \sigma_f^{\alpha} = |A|^2 \frac{\pi}{k_0^2} \sum_j (2J+1) \tau_{\alpha}^J. \quad (2.3)$$

$\tau_{\alpha}^J$  é chamado de *coeficiente de transmissão*. Para um feixe não polarizado obtém-se:

$$\begin{aligned} \tau_{\alpha}^J = & \frac{4k_o}{E_0} \frac{1}{(2I_0+1)(2J+1)} \sum_{l_0 l'_0 \mu_0} \sqrt{(2l_0+1)(2l'_0+1)} \langle l_0 0 I_0 \mu_0 | J \mu_0 \rangle \times \\ & \times \int dr u_{\alpha l, 0 l_0}^{J*}(r) W_{\alpha}(r) u_{\alpha l, 0 l_0}^J(r), \end{aligned} \quad (2.4)$$

onde:  $E_0$  e  $k_0$  são a energia e o momento, respectivamente, referente ao canal de entrada;  $l_0$  e  $I_0$  são os momentos angulares iniciais do projétil e alvo, respectivamente;  $J$  o momento angular total.

Com o objetivo de analisar a relevância da absorção dos canais não elástico na seção de choque de fusão, realizamos cálculos de canais acoplados usando o código FRESCO [33], obtendo assim as correspondentes funções de onda referente à todos os estados específicos do sistema. Obter a solução analítica da função radial em todo o espaço não é uma tarefa fácil. Na região onde atua o potencial nuclear só podemos obter uma solução numérica. Para calcular o fluxo de um canal específico criamos um programa em Fortran, que calcula a integral envolvida no cálculo do valor esperado descrito acima. O potencial  $W_{\alpha}$  utilizado foi o mesmo para cada canal envolvida na soma, sendo este igual à parte imaginária do potencial utilizado no cálculo de canais acoplados através do código FRESCO. Devido à uniformidade tanto da função de onda quanto do potencial de interação, o método utilizado para realização da integração numérica foi o *método de Simpson* de número ímpar.

As figuras 2.1 e 2.2 mostram resultados obtidos para o sistema  $^{48}\text{Ca} + ^{154}\text{Sm}$ . Para este sistema foram realizados cálculos de CC incluindo unicamente os estados coletivos do alvo ( $^{154}\text{Sm}$ ) e do projétil ( $^{48}\text{Ca}$ ). A parte real do potencial diagonal utilizado nos cálculos foi o potencial de São Paulo (SPP) e para a parte imaginária o potencial de Woods-Saxon de parâmetros  $V_B = 50.0$  MeV,  $r_f = 1.06$  fm e  $a = 0.2$  fm, que garantem a IWBC (*ingoing*

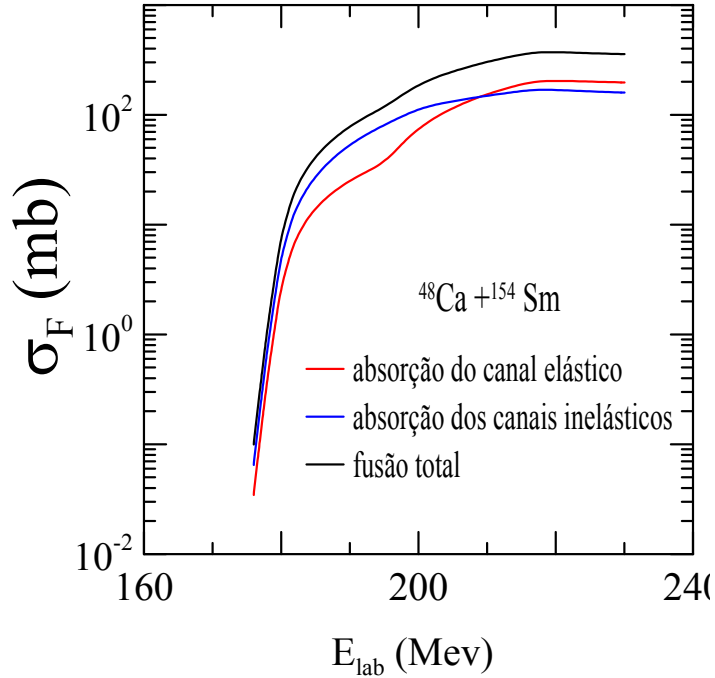


Figura 2.1: Seção de choque de fusão para o sistema  $^{48}\text{Ca} + ^{154}\text{Sm}$ , com inclusão do primeiro estado excitado,  $2_1^+$ , da banda rotacional do alvo  $^{154}\text{Sm}$ .

*wave boundary condition*).

O resultado mostrado na figura 2.1 foi obtido com a inclusão do primeiro estado excitado da banda rotacional ( $2_1^+$ ) do estado fundamental do alvo, de energia de excitação  $E = 0.082$  MeV. Para o resultado da figura 2.2 foram incluídos além do primeiro estado excitado da banda rotacional do alvo ( $2_1^+$ ), o estado  $4_1^+$ , com energia de excitação  $E = 0.2668$  MeV; e os estados de um fônon  $2_1^+$  e  $3_1^-$ , para o projétil, de energias  $E = 3.8717$  MeV e  $E = 4.5068$  MeV respectivamente, de acordo com o modelo vibracional.

Os elementos de matriz reduzido para este sistema foram:  $Q_{\lambda=2}^C = 9.636$  e  $Q_{\lambda=2}^N = 0.5239$ , com  $\beta_2 = 0.106$  [34] e  $Q_{\lambda=3}^C = 87.42$  e  $Q_{\lambda=3}^N = 1.233$ , com  $\beta_3 = 0.25$  [35], para o projétil e  $Q_{\lambda=2}^C = 208.0$  e  $Q_{\lambda=2}^N = 0.354$ , com  $\beta_2 = 0.3410$  [34] para o alvo.

Separamos ainda a contribuição de cada canal na soma encontrada na equação 2.3 em



dois grupos: a primeira contendo a seção de choque de fusão através da absorção do canal elástico ( $\beta = \alpha$ ), chamada aqui *absorção do canal elástico* e a contribuição dos canais não elásticos ( $\forall \beta \neq \alpha$ ), chamada de *absorção dos canais inelásticos*. A seção de choque de *fusão total* presente na figura é, portanto, a soma destas duas contribuições.

Podemos ver claramente da figura 2.2 que a inclusão de estados excitados nos cálculos promovem uma redução da contribuição para a seção de choque de fusão proveniente unicamente do canal elástico. Isto mostra, como discutido anteriormente, que ao se desprezar o potencial de polarização  $W_{pol,f}$ , ou não obtê-lo de forma correta, e calcular o valor esperado do potencial somente com o canal de entrada pode não fornecer a seção de choque de fusão correta.

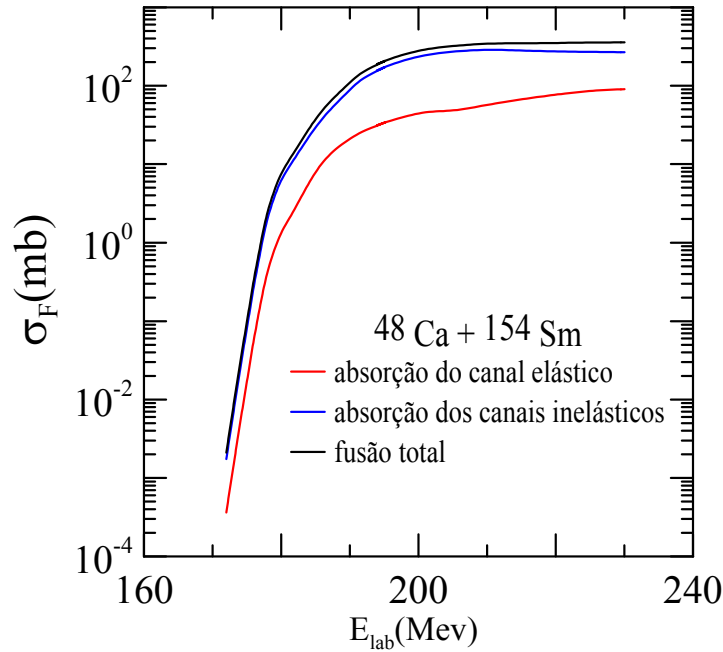


Figura 2.2: Seção de choque de fusão para o sistema  $^{48}\text{Ca} + ^{154}\text{Sm}$ , com inclusão dos estados coletivos  $2_1^+$  e  $4_1^+$  da banda rotacional do alvo  $^{154}\text{Sm}$  e os estados coletivos de um fônon,  $2_1^+$  e  $3_1^-$ , da banda vibracional do projétil  $^{48}\text{Ca}$ .

Mediante o resultado obtido pensamos em analisar a contribuição dos estados excitados no contínuo (bins) para a seção de choque de absorção do canal de fusão. Estados de bins, como referido no item 1.5, são aqueles que descrevem o canal de quebra de um núcleo fracamente ligado. Na literatura, entretanto, afirmava-se que a contribuição dos estados de bins para a fusão era desprezível [16].

Devido à baixa energia do limiar de quebra, sistemas contendo núcleos fracamente ligados apresentam grandes seções de choque de breakup ou transferência. Nos últimos anos, mecanismos de reação que envolvem núcleos fracamente ligados, estáveis ou instáveis, tem sido alvo de importantes estudos [36, 37]. Para esses estudos dois aspectos distintos devem ser investigados: efeitos estáticos e efeitos dinâmicos. A comparação entre previsões teóricas e dados experimentais viabiliza a possibilidade de discernir entre os dois efeitos sobre a seção de choque de fusão destes sistemas. O primeiro deles se relaciona com a densidade de matéria dos núcleos leves, em especial os chamados núcleos halos.

Recentemente, Hashimoto, Ogata e Chiba fizeram um estudo de espalhamento de dêuteron <sup>1</sup> e <sup>7</sup>Li [38] onde ao invés de usarem coordenadas usuais do método de CDCC, que são a separação dos centros de massa dos núcleos ( $\mathbf{R}$ ), e a coordenada interna do dêuteron ( $\mathbf{r}$ ), fizeram uma transformação para obter as funções de onda em termos da coordenada de separação do próton e Lítio e do nêutron e Lítio. Com estas novas funções de onda obtiveram seção de choque de fusão completa e incompleta. Contudo conseguiram mostrar que a contribuição da absorção para a fusão a partir dos bins não é desprezível.

Decidimos, então, realizar cálculos de CDCC e extrair as devidas funções de ondas dos bins e, utilizando o código criado, calcular a contribuição destes estados para a fusão. O sistema escolhido foi <sup>8</sup>B + <sup>58</sup>Ni, onde o projétil <sup>8</sup>B é um núcleo próton-halo composto por um caroço(core) inerte de <sup>7</sup>Be com um próton de valência.

O resultado obtido com este cálculo não era satisfatório e devido a problemas computacionais decidimos abandonar, por ora, esta investigação. Optamos por uma situação mais simples: analisar a contribuição dos primeiros estados excitados do alvo <sup>58</sup>Ni para a

---

<sup>1</sup>Dêuteon é um sistema composto de um próton ligado a um nêutron (p+n)

seção de choque de fusão. Realizamos cálculos de CC incluindo o estado de um fônon  $2_1^+$  de energia de excitação  $E= 1.454$  MeV , e o tripleto de dois fônons (  $0_2^+$ ,  $2_2^+$ ,  $4_1^+$  ) de energias de excitações  $E= 2.942$ ,  $2.775$  e  $2.459$  MeV, respectivamente. A primeira medida de fusão de um núcleo próton-halo (no seu estado fundamental ) foi realizado na Universidade de Notre Dame [39], para o sistema  ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ , a energias abaixo e acima da barreira .

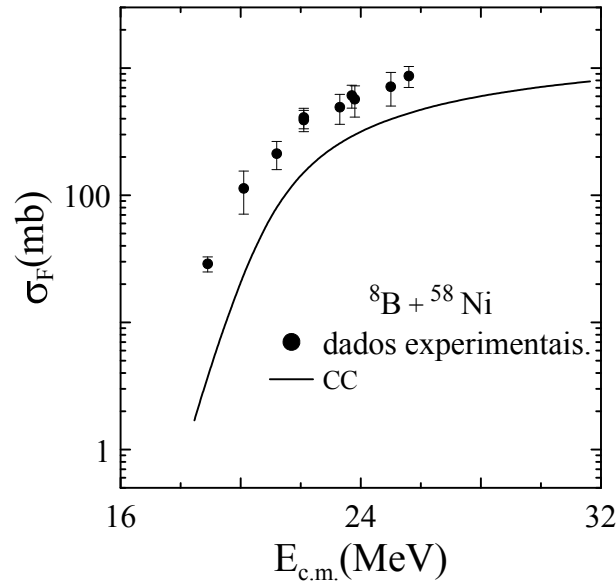


Figura 2.3: Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare usando a densidade conforme a sistemática do potencial de São Paulo, e incluindo somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia).

Ao compararmos nosso resultado com os dados experimentais disponíveis na literatura concluímos que existia um grande desacordo com o conhecimento atual sobre o comportamento da seção de choque de fusão para núcleos leves, pois os dados experimentais se apresentaram, em todo regime de energia, acima da previsão teórica como mostra a Figura 2.3. Em nosso cálculo de CC só foram incluídos estados inelásticos do alvo sem a inclusão do potencial de polarização dos canais deixados de fora do esquema de acoplamento.

Entretanto é sabido que o potencial de polarização do breakup é repulsivo [40, 41] para valores de energia acima da barreira Coulombiana, o que deve levar a uma diminuição da seção de choque de fusão neste intervalo, e que os canais de transferência, ou diminuem a seção de choque ou não geram qualquer efeito [42] no mesmo regime de energia. Caso incluíssemos um potencial de polarização para contabilizar a perda do fluxo do canal de entrada para estes canais esperamos obter, assim, uma seção de choque menor ou nenhum efeito.

Na referência [39] onde os dados experimentais foram analisados, todavia, sua análise foi feita de modo qualitativo utilizando o modelo de Wong com três parâmetros livres ( $R_B, V_B, \hbar w$ ), que (como discutido no item 1.7) não é válido para energias abaixo da barreira Coulombiana para núcleos leves. Com esta análise concluiu-se que havia um aumento na seção de choque de fusão acima e abaixo da barreira, interpretado como efeito estático da estrutura halo do projétil  ${}^8B$ .

Já que o resultado exposto na referência [39] era inesperado comparado com o que se conhece atualmente e, além disso, como a análise foi realizada através de métodos não confiáveis para o sistema em questão, resolvemos realizar cálculos que não envolvam parâmetros livres. Inicialmente incluimos somente excitações inelásticas do alvo  ${}^{58}Ni$  como referido anteriormente. Para a parte imaginária do potencial utilizamos o potencial de Woods-Saxon ( $V_B = 50$  MeV,  $r_w = 1.06$  fm,  $a = 0.2$  fm) interno que é equivalente a usar *ingoing wave boundary condition- IWBC*, ou seja, fusão após penetração da barreira Coulombiana. Para eliminar os efeitos estáticos, como visto no item 1.7, obtivemos, para a parte real do potencial, o potencial double folding de São Paulo (SPP) a partir de uma densidade de matéria realística do núcleo  ${}^8B$ . Note que ao deixar de fora o canal de breakup e transferência não estamos levando em conta todos os canais de reações possíveis que poderiam terminar numa formação de núcleo composto. Entretanto, como nosso objetivo é compreender efeitos de acoplamentos, caso incluíssemos todos os canais não teríamos a capacidade de analisar seus efeitos na seção de choque de fusão ao comparar

com dados experimentais. A obtenção desta densidade foi calculada por um colaborador do trabalho, B.V. Carlson [43], através de um cálculo microscópico utilizando a teoria de Dirac-Hartree [44, 45], um método iterativo. O núcleo foi observado como prolato com deformação  $\beta = 0.6$  e com energia de ligação 34.5 MeV comparada de forma satisfatória com o valor experimental de 37.7 MeV. A partir deste cálculo foi tomada uma média sobre todos os ângulos para garantir sua simetria esférica que é a metodologia usado no código do potencial de São Paulo, para obtê-lo.

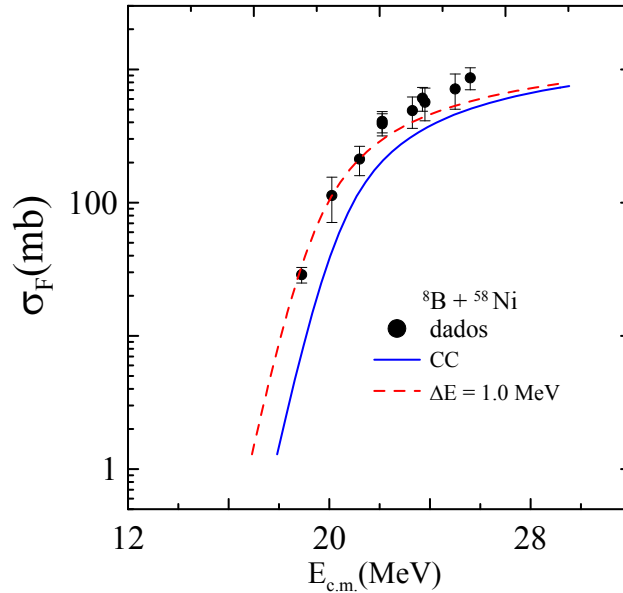


Figura 2.4: Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare e incluindo somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia). Não há parâmetros livres nos cálculos. A linha pontilhada é obtida se realizarmos um deslocamento na energia na quantidade de  $E=1.0$  MeV.

Na figura 2.4 a curva contínua mostra o resultado dos cálculos de CC. Nota-se que os dados experimentais permanecem acima das previsões teóricas. Entretanto, neste caso se faz presente somente efeitos dinâmicos devido a acoplamentos dos canais deixados de fora,

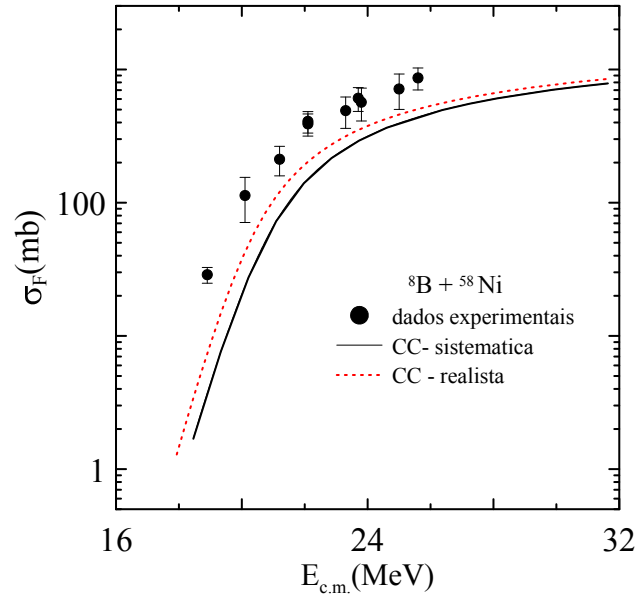


Figura 2.5: Comparação da seção de choque de fusão experimental com previsão teórica a partir de cálculos de canais acoplados usando potencial double folding como potencial bare usando a densidade conforme a sistemática do potencial de São Paulo (curva cheia), e utilizando densidade de matéria realística (curva tracejada). Em ambos os cálculos foram incluídos somente estados excitados de mais baixa energias para o alvo (curva cheia).

que neste estudo são o de breakup e de transferência, pois eliminamos os efeitos estáticos com o uso do potencial SPP com densidade de matéria realística. Este resultado discorda com o encontrado na referência [39], que sugere como causa desta redução os efeitos estáticos (estrutura apresentada pelo projétil halo  ${}^8B$ ). A figura mostra ainda que fazendo um deslocamento no valor da energia, equivalente a 1.0 MeV, levaria à concordância razoável da teoria com os resultados experimentais. Notamos que os autores dos dados de fusão de  ${}^8B + {}^{58}Ni$  já foram confrontados e eles alegam a não existência da possibilidade de erro na determinação da energia [46].

A Figura 2.5 mostra uma comparação interessante entre os dois cálculos CC descritos anteriormete utilizando potencial óptico (SPP) com densidade de matéria obtida a partir

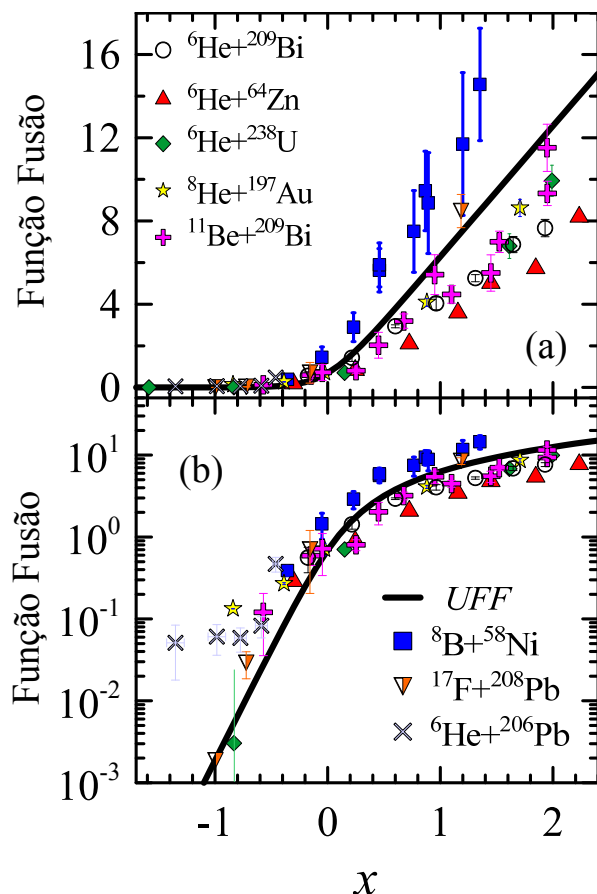


Figura 2.6: Função de fusão experimental para alguns sistemas nêutron-halo e para o sistema próton-halo  $^{17}\text{F} + ^{208}\text{Pb}$  ( $^{17}\text{F}$  é halo somente no primeiro estado excitado) e  $^8\text{B} + ^{58}\text{Ni}$  presente no trabalho. A curva cheia é UFF,  $x = \frac{E_{c.m.} - V_B}{\hbar\omega}$  é o parâmetro de energia reduzida.

da da sistemática padrão do código do potencial de São Paulo (SPP) e utilizando densidade de matéria realística. Esta figura concorda com a teoria de aumento da seção de choque de fusão devido a presença de um núcleo que possui uma cauda de densidade de matéria que se estende até grandes regiões. Esta cauda provoca uma diminuição da barreira Coulombiana, aumentando a seção de choque fusão.

Comportamento sistemático de seção de choque de fusão completa de núcleos estáveis fracamente ligados e seção de choque de fusão total para sistemas nêutron-halo foram obtidos recentemente [27,30,47]. Esta sistemática revelou uma redução da seção de choque de fusão completa acima da barreira e o aumento abaixo da mesma, quando comparado com a UFF. Para o único sistema envolvendo núcleo próton-halo  $^{17}\text{F}$  [48] (que apresenta

característica halo só em seu primeiro estado excitado), a seção de choque de fusão total tem o mesmo comportamento que núcleos estáveis fracamente ligados: nem supressão nem aumento acima da barreira e algum aumento abaixo.

A figura 2.6 mostra o resultado de um estudo sistemático realizado com alguns sistemas que incluem núcleos nêutron halo, o núcleo próton halo ( $^{17}F$ ) em seu estado excitado e o sistema sob investigação neste trabalho ( $^8B + ^{58}Ni$ ), todos comparados com a UFF (linha cheia). Os dados utilizados são renormalizados através da equação (1.91) que não leva em conta os canais de breakup e/ou transferência. A tabela 2.1 mostra os canais incluídos nos cálculos CC para cada sistema. Como referido no item 1.7, a UFF não depende do sistema investigado e portanto pode-se comparar mais de um sistema num mesmo gráfico, como sugerido por *Canto et.al* [30]. A utilização da escala linear para energias acima da barreira Coulombiana é a mais indicada enquanto que para valores abaixo da barreira a melhor é a escala logarítmica. Nota-se que a maioria dos sistemas analisados apresentam supressão em relação à UFF para valores de energia acima da barreira Coulombiana e aumento para valores abaixo da mesma. Observa-se que para o sistema em questão, o único com presença de núcleo próton halo no estado fundamental, apresentou comportamento diferente para valores de energia acima da barreira.

Tabela 2.1: Canais incluídos no cálculo CC para alguns sistemas

Sistemas	$R_B$ (fm)	$V_B$ (MeV)	$\hbar\omega$ (MeV)	Canais
$^6He + ^{64}Zn$	9.5	8.4	2.9	g.s
$^6He + ^{209}Bi$	11.6	19.3	3.9	$3_1^- 5_1^-$ (alvo)
$^6He + ^{238}U$	11.9	20.9	4.0	$2_1^+$ a $6_1^+$ (alvo)
$^{11}Be + ^{209}Bi$	11.8	38.2	4.0	$3_1^- 5_1^-$ (alvo)
$^{17}F + ^{208}Pb$	11.6	85.6	4.8	$3_1^- 5_1^-$ (alvo)
$^8He + ^{197}Au$	11.8	18.12	3.29	$2^+$ (alvo)
$^6He + ^{206}Pb$	11.6	19.15	3.81	$2^+$ (alvo)

Um segundo cálculo foi realizado de modo independente através do método de canais acoplados com discretização do contínuo (CDCC) [17]. Os efeitos de quebra são incluídos através do acoplamento com estados no contínuo, incluindo acoplamento contínuo-



contínuo (*continuum-continuum couplings*). Para descrever o breakup do projétil, pode-se considerar as excitações inelásticas do estado fundamental  $\phi_{gs}(\mathbf{r})$  até os estados excitados do contínuo  $u_{lsj,k}(\mathbf{r})$ , para um momento  $k$  e onda parcial  $l$ . Consideremos  $\mathbf{R}$  como a coordenada do alvo até o centro de massa do projétil, e  $\mathbf{r}$  a coordenada interna do projétil.

A função de onda do sistema de três corpos (próton +  ${}^7\text{Be}$ , core + alvo), pode ser expandida como:

$$\Psi_J^M(R, r) = \sum_{Ll j, [K_1, K_2], M_L \mu} \frac{1}{R} \phi_{lsj, [K_1, K_2]}^\mu(\mathbf{r}) \langle LM_L j \mu | JM \rangle f_{L, lj [K_1, K_2], J}(R) i^L Y_L^{M_L}(\hat{\mathbf{R}}) \quad (2.5)$$

e

$$\phi_{lsj, [K_1, K_2]}^\mu(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} \sum_{m, \sigma} \langle l m s \sigma | j \mu \rangle Y_l^m(\hat{\mathbf{r}}) \chi_s^\sigma u_{lsj, [K_1, K_2]}(r), \quad (2.6)$$

onde  $\chi_s^\sigma$  é o estado intrínseco do próton. Pode-se abreviar as variáveis  $(L, l, s, j, [K_1, K_2])$  como  $\alpha$  de forma facilitar a escrita. A função de onda radial  $f_{L, lj [K_1, K_2], J}(R)$  satisfaz o conjunto de equações acopladas:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{d^2}{dR^2} - \frac{l(l+1)}{R^2} \right) + \epsilon([K_1, K_2]) - E \right] f_{\alpha J}(R) + \sum_{\alpha'} i^{l'-l} V_{\alpha; \alpha'}^J(R) f_{\alpha' J}(R) = 0, \quad (2.7)$$

onde  $\epsilon([K_1, K_2])$  é a energia média dos bins  $[K_1, K_2]$ , ou  $\epsilon < 0$  para o estado fundamental. O termo  $\frac{l(l+1)}{R^2}$  é a parte centrífuga que surge do Laplaciano escrito em coordenadas esféricas, e  $V_{\alpha; \alpha'}^J(R)$  descreve o acoplamento entre diferentes estados do movimento relativo:

$$V_{\alpha; \alpha'}^J = \langle \phi_\alpha(r) | V_{ct}(R_c) + V_{pt}(r') | \phi_{\alpha'}(r) \rangle, \quad (2.8)$$

onde  $V_{ct}(R_c)$  e  $V_{pt}(R_c)$  são respectivamente, as interações (Coulombiana e nuclear) entre

o núcleo alvo com o core e o núcleo alvo com a partícula de valência (próton). Na equação (2.8) as integrais são calculadas de  $r$  até  $r_{bin}$ , que é um parâmetro a ser ajustado para obtenção de convergência. Portanto tem-se:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{d^2}{dR^2} - \frac{L(L+1)}{R^2} \right) + V_{\alpha:\alpha}^J(R) + \epsilon([K_1, K_2]) - E \right] f_{\alpha J}(R) = \sum_{\alpha \neq \alpha'} i^{L'-L} V_{\alpha\alpha'}^J(R) f_{\alpha' J}(R) \quad (2.9)$$

No canal de entrada, os dois fragmentos estão fracamente ligados, com separação de energia de 0.137 MeV entre eles. O único estado ligado do projétil é o estado fundamental  $1p_{3/2}$ . Para garantir a convergência, foi usado o valor máximo da energia dos bins de 8 MeV em todo intervalo de energia. As funções de onda do movimento relativo do projétil-alvo foram expandidas em ondas parciais, com momento angular máximo de  $1000 \hbar$  em todo intervalo de energia. Para o raio de integração dos bins usou-se o valor máximo de 60 fm, e o potencial de interação foi expandido até o termo de quadrupolo ( $\lambda = 2$ ). Foi utilizado, para a parte imaginária do potencial, a forma de Woods-Saxon cujo raio vai além do do raio da barreira. Estes cálculos permitem, portanto, obter somente a seção de choque de absorção de todos os canais deixados de fora, como os estados inelásticos do alvo e canais de transferência o que equivale a calcular a diferença entre a seção de choque de reação e a seção de choque total dos bins.

A figura 2.7 mostra a comparação da seção de choque de fusão com cálculos de CDCC. Nota-se claramente que os cálculos superestimam os dados para valores de energia abaixo da barreira e subestimam para valores acima, revelando a necessidade de se acrescentar outros canais não elásticos no cálculo. Estes cálculos concordam com o dados exposto na referência [39]. No entanto os cálculos não correspondem à seção de choque de fusão unicamente, mas também de reação inelástica e transferência.

Para testar a relevância dos canais de transferência deixados de fora, investigamos alguns possíveis processos. Muitos deles possuem grandes valores de  $Q$  da reação, que são positivos, e outros pequenos, porém negativos. Estes processos podem gerar grandes

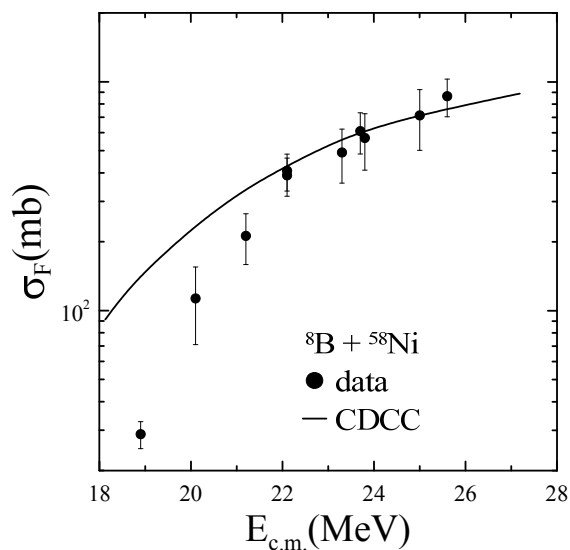


Figura 2.7: Comparação da seção de choque de fusão experimental com cálculos de CDCC. Não existem parâmetros livres nos cálculos.

seções de choque e, portanto, deveriam ser incluídos no esquema de acoplamento. A tabela 2.2 mostra estes processos.

A modo de ilustração, vamos considerar aqui o caso de "pickup" de um nêutron. Sendo assim, em nossos cálculos de canais acoplados devemos incluir uma nova partição referente à transferência. O método de cálculo de canais de reação (CRC) foi realizado utilizando *prior representation* e a parte real do potencial total de transição (*remnant*). O potencial de São Paulo (SPP) foi utilizado como potencial de interação da partição final seguindo a sistemática de densidade de matéria. Para o projétil, somente o overlap do estado fundamental foi considerado  $\langle {}^9B | {}^8B \rangle$ , e para o alvo foram considerados os overlaps entre o núcleo  ${}^{58}Ni$  com alguns estados excitados do núcleo  ${}^{57}Ni$ : 3/2- (g.s.), 5/2- (0.7685 MeV), 1/2- (1.1126 MeV), 5/2- (2.4433 MeV), 7/2- (2.5774 MeV), 3/2- (3.0071 MeV), 7/2- (3.230 MeV), 7/2- (3.364 MeV), 3/2- (3.840 MeV), 11/2- (3.8656 MeV). O fator de forma utilizado foi o potencial de Woods-Saxon, com raio reduzido  $r=1.58$  fm (1.28 fm) e di-

Tabela 2.2: Valores do Q-de reação (em MeV) para o estado fundamental de algumas reações

Reação	Q da reação
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^9B + {}^{57}Ni$	6.36
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^{10}B + {}^{56}Ni$	4.55
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^{11}B + {}^{55}Ni$	-0.64
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^7Be + {}^{59}Cu$	3.28
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^8B + {}^{58}Cu$	9.42
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^{10}C + {}^{56}Co$	3.03
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^{11}C + {}^{55}Co$	6.07
${}^8B + {}^{58}Ni \Rightarrow {}^{12}N + {}^{54}Fe$	1.61

fusidade  $a = 0.69$  fm (0.65 fm) para  ${}^8B({}^{57}Ni)$ , variando a profundidade de modo a fitar dados experimentais de energias de ligação de um nêutron. Foi adotado o valor 1.0 para a amplitude espectroscópica de cada overlap referido anteriormente por não haver nenhuma informação espectroscópica na literatura. Como pode ser observado, realizamos cálculos aproximados visto que só foi considerado um canal de transferência e não possuímos informações dos valores das amplitudes espectroscópicas dos overlaps. A seção de choque de transferência obtida ao realizar cálculos de CRC para o pickup de um nêutron pelo núcleo  ${}^8B$ , para uma energia de 28 MeV, foi de 70 mb, enquanto que a seção de choque de breakup, para esta energia, foi de 170 mb, o que mostra que o canal de pickup não é desprezível.

# Conclusões e Perspectivas futuras

Essa dissertação teve por objetivo principal analisar quantitativamente a contribuição de estados não elásticos na seção de choque de fusão para sistemas contendo núcleos com forte caráter coletivo bem como para núcleos fracamente ligados. Para os sistemas contendo núcleos com forte caráter coletivo é sabido, desde a década de 80, que o forte acoplamento influencia a fusão. Isto significa, por exemplo, que o projétil, ao se aproximar do alvo, pode excitá-lo levando à um estado de movimento coletivo, vibracional ou rotacional. Decorre que o projétil, ainda se aproximando do alvo, pode atravessar a barreira Coulombiana levando o sistema à um estado final de formação de núcleo composto (fusão).

A conclusão do efeito líquido dos graus de liberdades coletivos sobre a fusão, obtida na década de 80, foi que os mesmos geram aumento da seção de choque de fusão a energias abaixo da barreira Coulombiana ( $V_B$ ) e nenhum efeito acima dela. Entretanto, algumas vezes considera-se que a contribuição destes estados coletivos em determinados sistemas é desprezível tomando como a contribuição principal proveniente do canal de entrada. Ou seja, muitas vezes realiza-se cálculos de canais acoplados para obtenção da função de onda do canal de entrada e se calcula a absorção para fusão a partir deste canal. O resultado obtido com o sistema  $^{48}\text{Ca} + ^{154}\text{Sm}$  mostra que realizar cálculos desta maneira para obter a seção de choque de fusão é incorreto, fazendo-se necessária levar em conta a contribuição da absorção a partir dos estados inelásticos. Os resultados mostraram também que a contribuição destes estados, a energias acima da barreira Coulombiana, é ordem de grandeza superior comparada com a contribuição somente do canal de entrada.

Diante deste resultado, achamos importante avaliar a contribuição de outros canais

para a seção de choque de fusão, como por exemplo devido aos estados do contínuo presentes em sistemas contendo núcleo fracamente ligados. Para este tipo de sistema, desconsiderar a contribuição dos estados não ligados pode fornecer uma seção de choque de fusão completa menor. Foi escolhido o sistema  ${}^8B + {}^{58}Ni$ , contendo o núcleo fracamente ligado com característica próton-halo ( ${}^8B$ ). Quando incluímos somente os estados inelásticos do alvo,  ${}^{58}Ni$ , observamos supressão da seção de choque de fusão em todo regime de energia, quando comparado diretamente com dados experimentais. Nestes cálculos foram levados em conta também efeitos estáticos do projétil,  ${}^8B + {}^{58}Ni$ , visando que o resultado revelasse apenas característica dos efeitos dinâmicos. No cálculo de CC realizado com o código FRESCO não foi levado em conta o potencial de polarização dos canais deixados de fora. De fato, como foram excluídos os canais de breakup e de transferência, o efeito observado na comparação entre dados experimentais e previsões teóricas deve-se ao acoplamento com estes canais. Com efeito, é sabido que a contribuição do potencial de polarização do canal de breakup é de aumentar a barreira Coulombiana, levando a uma diminuição da seção de choque de fusão para valores de energia acima da barreira. Por outro lado, o canal de transferência, ou diminui a seção de choque de fusão ou não gera qualquer efeito no mesmo regime de energia. A inclusão do potencial de polarização não levaria, portanto, a concordância dos cálculos teóricos com dados experimentais. Isso foi uma surpresa, visto que recentemente foi obtida uma sistemática para o comportamento da seção de choque de fusão para núcleos fracamente ligados, bem como para núcleo nêutron-halo, observando-se a supressão dos dados experimentais acima da barreira Coulombiana (para complete fusion dos fracamente ligados e total fusion dos neutron-halo). Concluímos, então, que deva existir algum outro mecanismo de reação que deva ser levado em conta para explicar este comportamento.

Ao realizarmos cálculos de CRC para o pickup de um nêutron ( transferência do alvo para o projétil), observamos que a seção de choque deste canal era desprezível quando comparada com a seção de choque de breakup obtida no cálculo de CDCC. Portanto,

calcular a seção de choque de fusão através da diferença entre a seção de choque de reação total e as reações diretas pode majorar o seu valor ao deixar o canal de transferência de fora do esquema de acoplamentos. Deveríamos, assim, ser capazes de incluir todos os canais de interesse num mesmo esquema de acoplamento e efetuar os cálculos completos. Entretanto, este tipo de cálculo ainda não está disponível.

Por fim, concluímos também que cálculos confiáveis sem parâmetros livres, não foram capazes de prever dados experimentais para o sistema  ${}^8B + {}^{58}Ni$ , cujo comportamento não se assemelha com o comportamento sistemático obtido para outros sistemas fracamente ligados obtidas através da UFF. Os dados experimentais apresentam assinatura de que efeitos dinâmicos de breakup para núcleo próton-halo são qualitativamente diferentes de outros núcleos, incluindo os nêutron-halo. Como existe somente um sistema para a qual fusão de núcleo próton-halo foi medida, se faz importante investigar experimentalmente outros sistemas com o mesmo projétil, para assim obter um insight sobre a generalidade deste achado. Ainda, seria interessante refazer os experimentos para este mesmo sistema para eliminar erros sistemáticos na tomada dos dados.

# Apêndice A

## Cálculo de Feshbach e o potencial de polarização

Tomando a equação de Schrödinger para muitos corpos:

$$(E - H)|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle = 0 \quad (\text{A.1})$$

com o Hamiltoniano:  $H = h + K + V$ .

O operador  $K$  é o operador energia cinética do movimento relativo e  $V$  o potencial de interação entre o projétil e alvo. O Hamiltoniano intrínseco do sistema projétil-alvo,  $h$ , possui autoestados  $|\alpha\rangle$  e autovalores  $\epsilon$ , com  $\alpha$  sendo o conjunto dos números quânticos que descrevem completamente o sistema. O estado de espalhamento,  $|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle$ , que se inicia no canal elástico ( $\alpha = 0$ ), com vetor de onda  $K_o$  pode ser expandido na forma (abrindo mão da notação referente as coordenadas para não carregar o texto):

$$|\Psi^+(\mathbf{r}, \xi)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{\infty} |\psi^+(\mathbf{r})\rangle \otimes |\phi_{\alpha}(\xi)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{\infty} |\psi_{\alpha}\rangle |\phi_{\alpha}\rangle, \quad (\text{A.2})$$

onde os  $|\phi_{\alpha}\rangle$  são os estados pertencentes ao espaço intrínseco e os  $|\Psi_{\alpha}\rangle$  ao espaço dos graus de liberdade de colisão. Pode-se particionar o espaço de canais em dois subespaços:  $\alpha = 0, \dots, N - 1$  e  $\beta = N, \dots, \infty$ . O primeiro geralmente corresponde ao canal de interesse, na maioria das vezes inclui somente o canal elástico, e o segundo espaço, apesar de menos



relevante, influe no canal de interesse.

A partir da divisão do espaço podemos criar operadores de projeção desses sub-espacos. Como os estados intrínsecos são ortogonais, obtém-se facilmente:

$$P = \sum_{\alpha=0}^{N-1} |\phi_{\alpha}\rangle\langle\phi_{\alpha}| \ ; \ Q = \sum_{\beta=N}^{\infty} |\phi_{\beta}\rangle\langle\phi_{\beta}| \quad (\text{A.3})$$

com as propriedades :

$$P = P^2; \ Q = Q^2; \ P + Q = 1 \ e \ PQ = QP = 0 \quad (\text{A.4})$$

ou seja, os operadores P e Q são operadores idempotentes, um é complementar ao outro, e ortogonais.

Obtém-se assim as funções de onda projetadas nos respectivos espacos P e Q:

$$|\Psi_P\rangle = P|\Psi^+(0K_o)\rangle = \sum_{\alpha=0}^{N-1} |\psi_{\alpha}\rangle|\phi_{\alpha}\rangle \quad (\text{A.5})$$

$$|\Psi_Q\rangle = Q|\Psi^+(0K_o)\rangle = \sum_{\beta=N}^{\infty} |\psi_{\beta}\rangle|\phi_{\beta}\rangle \quad (\text{A.6})$$

utilizando as relações descritas na equação (A.4) e aplicando o operador P na equação de Schrödinger para muitos corpos (A.1):

$$P(E - H)|\Psi^+(0K_o)\rangle = 0$$

usando  $Q + P=1$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PH(P + Q)|\Psi^+(0K_o)\rangle = 0$$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PHP|\Psi^+(0K_o)\rangle = PHQ|\Psi^+(0K_o)\rangle$$

usando  $P = P^2$  e  $Q = Q^2$

$$EP|\Psi^+(0K_o)\rangle - PHPP|\Psi^+(0K_o)\rangle = PHQQ|\Psi^+(0K_o)\rangle$$

obtendo assim:

$$(E - PHP)|\Psi_P\rangle = PHQ|\Psi_Q\rangle \quad (\text{A.7})$$

Analogamente com o operador Q, tem-se:

$$(E - QHQ)|\Psi_Q\rangle = QHP|\Psi_P\rangle \quad (\text{A.8})$$

Essas equações acoplam os dois subespaços e podem ser reduzidas à uma única equação contendo o espaço de interesse. Esse procedimento nos fornece um Hamiltoniano efetivo. Da equação (A.8) aplicando-se a inversa do operador do lado esquerdo obtém-se:

$$|\Psi_Q\rangle = \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP|\Psi_P\rangle. \quad (\text{A.9})$$

Como existe pólo no denominador, isto é, a função diverge quando  $\epsilon = H$ , o cálculo procede tirando o pólo do eixo somando o termo  $i\epsilon$  e depois se faz o limite  $\epsilon$  ir a zero para manter a analiticidade do problema. Para o caso em que a partição Q é um canal fechado, este termo pode ser desconsiderado. Similarmente da equação (A.7), obtém-se:

$$|\Psi_P\rangle = |\chi^+(0K_o)\rangle + \frac{1}{[E - PHP + i\epsilon]} PHQ|\Psi_P\rangle \quad (\text{A.10})$$

onde o primeiro membro do lado direito corresponde a solução homogênea que satisfaz a solução da equação quando não há acoplamento entre os canais. Inserindo a equação

(A.9) na equação (A.7):

$$(E - PHP)|\Psi_P\rangle = PHQ \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP|\Psi_P\rangle$$

obtendo assim :

$$(E - PHP - PHQ \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} QHP)|\Psi_P\rangle = 0 \quad \text{ou}$$

$$(E - H_{eff})|\Psi_P\rangle = 0 \tag{A.11}$$

com o Hamiltoniano efetivo dado por:

$$H_{eff} = PHP + PHQG_Q^+(E)QHP \tag{A.12}$$

$$G_Q^+(E) = \frac{1}{[E - QHQ + i\epsilon]} \tag{A.13}$$

O primeiro membro do potencial efetivo é construído com os elementos da matriz entre os estados contidos no espaço P. Usualmente escolhe-se este espaço para descrever processos imediatos. Desta forma, pode-se truncar a equação simplesmente negligenciando o segundo termo.

O segundo membro expressa a influência do canal Q na dinâmica do espaço P da seguinte forma: o primeiro termo envolve a transição do espaço P para o espaço Q; o termo intermediário,  $G_Q^+(E)$ , propaga os estados ao longo do espaço Q, e por isso se chama propagador; e o último leva de volta ao espaço P. Em geral, o espaço Q contém um número grande de canais e a função de Green os acopla. Esta função é assim responsável pela geração do atraso temporal dos processos, pois o fluxo que diverge do espaço Q retorna ao espaço P após um certo intervalo de tempo. Por caracterizar um termo de transição entre dois espaços este termo é chamado de *potencial de polarização dinâmico*.

# Apêndice B

## Modelo Óptico

No problema de *Potencial de espalhamento* desprezamos a estrutura interna dos parceiros da colisão, não ocorrendo população de qualquer canal de reação não elástica. Fisicamente isso não é interessante visto que, em sua maioria, em quaisquer tipo de colisão sempre pode ocorrer outros tipos de reação que não somente o elástico <sup>1</sup>. Devemos ser, portanto, capazes de analisar o processo de formação de núcleo composto, por exemplo. Esta reação é caracterizada pela absorção dos centros de massa de cada núcleo através da barreira Coulombiana. Escrevendo o potencial de interação na forma:

$$V(\mathbf{r}) = U(\mathbf{r}) - iW(\mathbf{r}), \quad (\text{B.1})$$

onde  $\mathbf{r}$  indica a coordenada espacial.

O potencial desta forma implica na não conservação da divergência do fluxo na equação da continuidade avaliada através da equação de Schrödinger

$$\left[ -\frac{\hbar}{2\mu}\nabla^2 + U(\mathbf{r}) - iW(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E\Psi(\mathbf{r}) \quad (\text{B.2})$$

e sua conjugada:

$$\left[ -\frac{\hbar}{2\mu}\nabla^2 + U(\mathbf{r}) + iW(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r})^* = E\Psi(\mathbf{r})^*. \quad (\text{B.3})$$

---

<sup>1</sup>exemplo de colisões em que a estrutura interna pode ser desprezada são colisões alfa-alfa, p-p, p-n, em baixas energias

Note que o modelo óptico é uma generalização do caso *Potencial de espalhamento* com a presença de um potencial complexo para contar a perda do fluxo do canal de entrada em outros canais de reação.

Tomando a função de onda do canal de entrada  $\psi$  e multiplicando equação (B.2) por  $\psi^*$  e equação (B.3) por  $\psi$  e subtraindo:

$$\frac{\hbar}{2\mu} [\Psi(\mathbf{r})^* \nabla^2 \Psi(\mathbf{r}) - \Psi(\mathbf{r}) \nabla^2 \Psi(\mathbf{r})^*] = -\frac{2}{\hbar} W(\mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r})|^2. \quad (\text{B.4})$$

e reconhecendo esta expressão como o divergente do fluxo  $\mathbf{J}$ , obtemos:

$$\nabla \mathbf{J} = -\frac{2}{\hbar} W(\mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r})|^2, \quad (\text{B.5})$$

que fornece a quantidade de fluxo perdido do canal de entrada que caracteriza o processo de absorção. Com o número de partículas absorvidas dada por  $N_a = -\int \mathbf{J} \cdot d\mathbf{s}$ , dividindo pelo fluxo incidente  $J_i = |A|v$ , obtém-se a seção de choque de absorção integrando a divergência de  $\mathbf{J}$  no espaço:

$$\sigma_a = \frac{1}{|A|} \frac{-2}{\hbar v} \int dr^3 W(\mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r})|^2. \quad (\text{B.6})$$

Expressando com relação a energia através da velocidade,  $v = \frac{2E}{\hbar k}$  e tomando a constante de normalização como 1, podemos escrever na forma:

$$\sigma_a = \frac{E}{k} \langle \Psi(\mathbf{r}) | W | \Psi(\mathbf{r}) \rangle \quad (\text{B.7})$$

Note que ao falar de absorção queremos dizer perda do fluxo do canal de entrada pela exclusão dos outros canais, que não o elástico, e que são simulados através do potencial complexo. O problema desta equação é que ela fornece a seção de choque de absorção sem especificar a forma de distribuição dentro dos canais abertos possíveis. Entretanto se formos capazes de obter a interação responsável pela absorção de cada canal podemos

escrever o potencial na forma:  $W = W_1 + W_2 + \dots + W_N$ . Desta forma, o potencial imaginário,  $W(r)$ , pode ser dividido em dois termos como mostrado na Figura B.1: um volumétrico, responsável pelo processo de fusão, e um termo de superfície que conta para reações diretas (excitação inelástica, transferência, etc). Portanto, escrevendo:

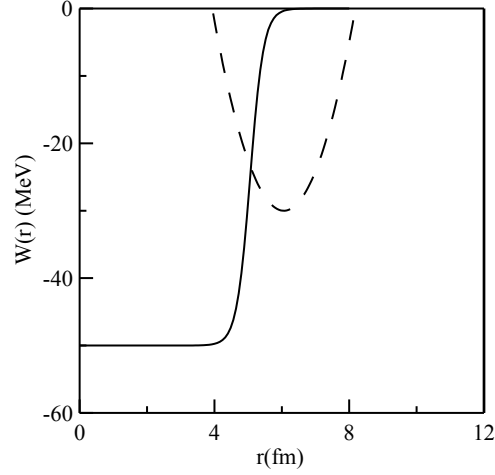


Figura B.1: Representação esquemática do potencial nuclear: uma parte volumétrica (curva cheia) responsável pela fusão e um termo de superfície (curva tracejada) responsável pelas reações diretas.

$$W_\alpha(r) = W_f(r) + W_d(r), \quad (\text{B.8})$$

separamos a seção de choque de absorção em duas: seção de choque de fusão e de reações diretas.

Vamos agora definir a seção de choque de reação total, designado à probabilidade do sistema não permanecer no canal de entrada, dada por:

$$\sigma_R = \sigma_a + \sum_{\alpha \neq 0} \sigma_\alpha, \quad (\text{B.9})$$

onde  $\sigma_\alpha$ , lembrando da equação (1.7), é a seção de choque do canal  $\alpha$

$$\sigma_\alpha = \int d\Omega \left[ \frac{d\sigma_\alpha}{d\Omega} \right] \quad (\text{B.10})$$

A desigualdade do índice  $\alpha$  não poder adquirir valor zero é claro pois queremos excluir o canal de entrada.

# Bibliografia

- [1] T. Tamura. Rev. Mod. Phys., **37**, 4 (1965).
- [2] C. Beck, N. Keleey e Diaz-Torrez, Phys. Rev. C, **75**, 054605(2007).
- [3] H. Feshbach. Ann. of Phys. 5, 357 (1958).
- [4] Reitz, J. R., Milford, F. J. e Christy, R.W.: *Fundamentos da teoria eletromagnética*, Editora Campus, 3<sup>o</sup> ed., 1980.
- [5] E. de Almeida, Física Nuclear,(Guanabara Dois, 1981).
- [6] Messiah, A. M. (1962). Quantum Mechanics I and II. Amsterdam; North-Holland.
- [7] Powell, J. L., e Crasemann, B.: *Quantum Mechanics*, Addison-Wesley, 1961.
- [8] Thompson, I. J. and Nunes, F. M.: *Nuclear reactions for Astrophysics*, Cambridge University Press, 2009.
- [9] H. Feshbach, C. E. Poter, and V. F. Wessikopf, Phys. Rev., **90**, (1953) 166
- [10] R. E. Le Levier and D. S. Saxon, Phys. Rev., **87**, 40, 1952.
- [11] H. Feshbach, C. E. Poter, and V. F. Wessikopf, Phys. Rev., **96**, (1954) 448.
- [12] H. Feshbach, D. C. Peasly, V. F. Weisskopf, Phys. Rev. **71** (1947) 145.
- [13] G. H. Rawitscher, Phys. Rev. **135** (1964) B605.
- [14] G. H. Rawitscher, Nucl. Phys. **85** (1966) 337.



- [15] R. Rafiei *et.al.*, Phys. Rev. C, **81**, 024601(2010).
- [16] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, R. Donangelo, M. S. Hussein, Phys. Rep., **424** (2006) 1- 111.
- [17] M. Kamimura *et.al.*, Prog. Theor. Phys. Suppl 89,136 (1986).
- [18] G. H. Rawitscher, Phys. rev. C **9** (1974),2210; C **11** (1975) 1152.
- [19] M. Yahiro, Y. Iseri, H. Kameyana, M. Kamimura and M. Kawai, Prog. Theor. Phys.Suppl. No. 89 (1986) 32.
- [20] M. Yahiro, M. Nakano, Y. Ieri and M. Kamimura, Prog. Theo. Phys. **67** (1982) 1467.
- [21] Ian J. Thompson, Comp. Phys. Repor., **7**, (1988) 167-212.
- [22] G. R. Satchler, Phys. Rep., **199(3)** (1991) 147-190.
- [23] L. C. Chamon et al., Phys. Rev C., **66** , 014610 (2002).
- [24] M. Dasgupta *et.al.*, Phys. Rev. C, **70**, (2004) 024606.
- [25] Z. H. Liu *et.al.*, Eur. Phys. J. A, **26**, (2005) 73.
- [26] A. Diaz-Torres, I. J. Thompson, and C. Beck, Phys. Rev. C **68**, 044607 (2003).
- [27] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon, E. Crema, Nucl. Phys. A **821**, 51 (2009).
- [28] P. R. S. Gomes, L. F. Canto, J. Lubian, M. S. Hussein, Phys. Lett. **695**, 320 (2011).
- [29] P. R. S. Gomes, J. Lubian, I. Padrón, R. M. Annjos, Phys. Rev. C **71** (2005) 017601.
- [30] L. F. Canto, P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. C. Chamon, E. Crema, J. Phys. G, **36**,015109 (2009).
- [31] L. R. Gasques, L. C. Chamon, D. Pereira, M. A. G. Alvarez, E. S. Rossi, C. P. Silva, B. V. Carlson, Phys. Rev. C, **69** (2004) 034603.

- [32] C. Y. Wong, Phys.Lett. **31**, 766 (1973).
- [33] I. J. Thompson, Comput. Phys. Rep. **7**, 167 (1988).
- [34] S. Raman, C. W. Nestor, Jr., and P. Tikkanena, At. Data, Nucl. Data Tables, **78**, 1 (2001).
- [35] T. Kibéd and R. H. Spear, At. Data, Nucl. Data Tables **80** , 35-82 (2002).
- [36] J. F. Liang, C. Signori, Int. J. Mod. Phys. E, **14** (2006) 1121.
- [37] N. Keeley, R. Raabe, N. Alamanos, J. L. Sida, Prog. Part. Nucl. Sci. **59**, 579 (2007).
- [38] S. Hashimoto, M. Yahiro, K. Ogata, K. Minomo, S. Chiba, Phys. Rev. C **83**, 054617 (2011).
- [39] E. F. Aguilera et al., Phys. Rev. Lett. **107**, 092701 (2011).
- [40] C. H. Dasso and A. Vitturi, Phys. Rev. C **50**, 12(R)(1994).
- [41] T. Matsumoto et al., Phys. Rev. C **70**, 061601(R) (2004).
- [42] D. Pereira et al., Nucl. Phys. A **826**, 211 (2009).
- [43] B. V. Carlson , Private communication. Cálculo de densidade de matéria de  ${}^8B$ . ITA, São Paulo,(2012).
- [44] E. Baldini Neto, B. V. Carlson, D. Hirata, Bras. J. Phys. **34** 855 (2004).
- [45] E. Baldini Neto, B. V. Carlson, D. Hirata, J. Phys. G, **32**, 655 (2006).
- [46] E. Aguilheira. Private communication. Obtenção da energia do  ${}^8B$  nas medidas de fusão em Notre Dame. Illinois, Estrados Unidos (2012).
- [47] P. R. S. Gomes, J. Lubian, L. F. Canto, Phys. Rev. C **79** ,027606 (2009).
- [48] K. E. Rehm et al., Phys. Rev. Lett. **81**, 3341 (1998).