



**UNIVERSIDADE FEDERAL  
FLUMINENSE  
INSTITUTO DE FÍSICA**

**Geração e Controle de Padrões de Moiré  
Dinâmicos**

**GABRIELA NIEVA DE OLIVEIRA**

Dissertação apresentada ao Instituto de Física da Universidade Federal Fluminense como requisito parcial à obtenção do título de mestre em Física.

**Orientador:**

**Prof. Dr. Paulo Acioly Marques dos Santos  
Niterói  
2008**

Dedicatória

À minha filha,  
Tábata.

# Agradecimentos

Aos meus pais, Cambises e Hermínia, pela vida. Em especial à minha mãe pelo amor e dedicação durante todos estes anos.

Ao Wagner, companheiro de todas as horas.

Ao meu irmão, Gabriel, pelo carinho e apoio.

Ao Prof. Dr. Paulo Acioly Marques dos Santos pela amizade e por todo conhecimento transmitido ao longo destes anos de convivência, desde o curso de Física IV, passando pela iniciação científica, até o Mestrado. Por me mostrar que com muita dedicação e amor ao trabalho, a pesquisa experimental pode ser prazerosa apesar das dificuldades muitas vezes enfrentadas.

Aos funcionários da coordenação da pós graduação, em especial ao João por solucionar várias vezes problemas que pareciam sem solução.

Às funcionárias da biblioteca pela “paciência” diante dos atrasos dos livros.

E, finalmente, à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, FAPERJ (Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio de Janeiro e FINEP (Financiadora de Estudos e Projetos) pelo valioso apoio recebido.

## Resumo

No presente trabalho o objetivo principal é a geração e controle de redes de fase senoidais dinâmicas no cristal fotorrefrativo  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ . Primeiramente descrevemos a técnica de geração destas redes. Duas aplicações desta técnica são apresentadas. A primeira, se trata de um tipo de síntese de Fourier holográfica no perfil dos padrões de moiré obtida pela superposição de múltiplas redes de fase senoidais dinâmicas. A segunda aplicação é um descasamento de fase (phase mismatch) produzido em padrões de moiré holográficos seccionados obtidos ao se introduzir uma lâmina de vidro em um dos feixes de escrita do holograma. Este descasamento de fase nos permite calcular a espessura desta lâmina com grande precisão. Em ambos os experimentos o meio holográfico fotorrefrativo foi utilizado em uma configuração de auto-difração anisotrópica e apenas em regime de difusão, com uma fonte laser He-Ne com  $\lambda = 0,633\mu\text{m}$ .

## **Abstract**

In the present work, the main idea is the dynamic sinusoidal phase gratings generation and control in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  photorefractive crystal. Firstly, we describe the technique to generate these gratings. Two applications of this techniques are shown. The first one, it is about a kind of holographic Fourier synthesis in the profile of dynamic moiré-like patterns obtained by the superposition of multiple dynamics sinusoidal phase gratings. The second one, is the phase mismatch produced in sectioned holographic moiré-like patterns obtained by when a transparent thin glass plate is introduced in one of the hologram writing beams. This phase mismatch allow us to calculated the thickness of glass plate with great precision. In both experiments the holographic medium was used in anisotropic self-diffraction configuration illuminated by a He-Ne laser light source with  $\lambda = 0,633\mu\text{m}$  and in diffusion only recording mechanism.

# ÍNDICE

<b>1 – Introdução</b> .....	1
<b>2 – Holografia dinâmica com fotorrefrativos</b>	
2.1 – O efeito fotorrefrativo.....	7
2.2 – Geração de redes holográficas senoidais .....	8
<b>3 – Padrões de Moiré Dinâmicos</b>	
3.1 – Geração de padrões de franjas de Moiré .....	15
3.2 – Geração de padrões de Moiré dinâmicos .....	19
<b>4 – Síntese de Fourier no perfil de padrões de Moiré dinâmicos</b> .....	22
<b>5 – Controle da fase entre padrões de Moiré seccionados</b> .....	36
<b>Conclusões</b> .....	44
<b>Apêndice A</b> (Efeito fotorrefrativo detalhado) .....	48
<b>Apêndice B</b> (Artigo publicado) .....	65
<b>Apêndice C</b> (Artigo publicado) .....	71

# ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Fig. (2.1)</b> Esquema de mistura de duas ondas (2WM) no BTO .....	9
<b>Fig. (2.2)</b> Orientações cristalográficas do cristal BTO .....	13
<b>Fig. (3.1)</b> Superposição de redes de Ronchi .....	16
<b>Fig. (4.1)</b> Dependência espacial do campo elétrico de cargas espaciais.....	24
<b>Fig. (4.2)</b> Montagem experimental (Síntese de Fourier).....	27
<b>Fig. (4.3)</b> Resultados experimentais (Síntese de Fourier).....	31
<b>Fig. (4.4)</b> Ciclo de escrita e apagamento no BTO .....	32
<b>Fig. (4.5)</b> Simulação numérica da superposição dos padrões de Moiré .....	35
<b>Fig. (5.1)</b> Montagem experimental (Phase mismatch) .....	37
<b>Fig. (5.2)</b> Resultados experimentais (Phase Mismatch) .....	39
<b>Fig. (5.3)</b> Curvas experimentais do Phase Mismatch .....	41
<b>Fig. (5.4)</b> Rotação da lâmina de vidro .....	42
<b>Fig. (A.1)</b> Redistribuição de cargas espaciais .....	49
<b>Fig. (A.2)</b> Modelo de transporte de bandas .....	52
<b>Fig. (A.3)</b> Orientação cristalográfica, mudança dos eixos no BTO .....	59



# ÍNDICE DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Alguns parâmetros físicos do cristal $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ .....	29
--	----

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

*Neste capítulo faremos uma breve introdução histórica do efeito fotorrefrativo que inicialmente foi considerado como “dano óptico”, dos primeiros e principais pesquisadores a descreverem o efeito e dos modelos mais aceitos.*

A grande motivação que desencadeou o projeto de tese que resultou neste trabalho, aconteceu quando diante de um experimento de geração de redes senoidais, duas redes de fase senoidais foram superpostas e por um “impulso” uma terceira rede foi superposta às duas anteriores. Observamos então, que era possível uma superposição de múltiplas redes no cristal BTO dando origem a uma síntese de Fourier no perfil de franjas de moiré dinâmicas. E também deu origem a um dos artigos que será descrito neste trabalho [1].

Um segundo experimento foi realizado então, a fim de explorar a geração de padrões de moiré dinâmicos. Foi proposto obstruir a metade de um dos feixes de escrita com uma lâmina de vidro fina. Neste caso foram observadas franjas de moiré seccionadas devido a essa diferença de caminho óptico entre a metade obstruída e a metade livre do feixe. O descasamento de fase (phase mismatch)  $\Delta\phi$  entre os padrões foi medido e concluímos que a partir disso poderíamos obter a medida da espessura da lâmina ou o índice de refração da mesma utilizando este resultado [2].

Nestes dois trabalhos que são descritos nesta tese, foi utilizado como meio holográfico um cristal fotorrefrativo da família dos selenetos  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ . O mecanismo

responsável pela geração destas redes no cristal é o efeito fotorrefrativo, que será introduzido a seguir através de um breve histórico.

*Histórico do efeito fotorrefrativo.* O efeito fotorrefrativo é um fenômeno no qual o índice de refração local de um meio material é modificado quando iluminado por um feixe de luz com variação espacial de intensidade. Atualmente é descrito como uma combinação de fotocondutividade e do efeito eletroóptico linear. Se este padrão luminoso for, por exemplo, um padrão de franjas de interferência, devido à fotocondutividade, os portadores fotoexcitados migram de regiões claras para regiões escuras, ocorrendo uma separação de cargas. Esta separação de cargas dá origem a uma variação espacial do campo elétrico dentro de toda região iluminada pelo padrão luminoso, provocando mudanças locais de índice de refração no volume do material via efeito eletroóptico linear. Estas mudanças acompanham a modulação espacial do padrão de franjas, ocorrendo portanto uma modulação de fase dando origem a um holograma em volume, o que se constitui uma forma de registro óptico. Mas, o registro da informação é continuado, ou seja, se a frequência espacial deste padrão é modificada, variando o espaçamento das franjas, é iniciada então a escrita de um novo holograma, com esse novo padrão. Esta propriedade é devido ao fato de que nos materiais fotorrefrativos este processo é dinâmico, ou seja, o holograma é escrito em tempo real. O tempo de permanência da informação ou do apagamento depende de características específicas do material utilizado. O mesmo fenômeno não ocorre em armazenamento óptico em filmes por emulsão fotográfica, já que estes registram apenas um único padrão de interferência, não havendo possibilidade de um novo registro após a revelação química do filme.

O efeito fotorrefrativo foi observado inicialmente por Ashkin e colaboradores [3] em 1966, no Bell-Laboratories, como “dano óptico” em materiais ferroelétricos como os

cristais  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$  e  $\text{BaTiO}_3$ , na configuração padrão de moduladores ópticos, porque este fenômeno interferia no comportamento de dispositivos como moduladores e geradores de segundo harmônico provocando perda de colimação e espalhamento de luz.

Em 1968, Chen e colaboradores [4] foram os primeiros a observar que os materiais sujeitos a tais danos poderiam ser utilizados para armazenar uma alta densidade de dados através de registro óptico holográfico, já que os materiais fotorrefrativos permitem a escrita e a leitura dos hologramas armazenados em tempo real, dispensando a etapa química, como ocorre num filme holográfico convencional. Isto ocorre porque a informação armazenada pode ser opticamente apagada, e o material ser utilizado em ciclos de leitura e escrita sem a necessidade de reposicionamento da amostra no sistema óptico. Esta capacidade foi demonstrada, mas sem haver um modelo físico definido para descrever tais fenômenos. Assim, no ano seguinte (1969) Chen [5] propõe o primeiro modelo de migração de cargas, específico para cristais ferroelétricos, que até então eram os únicos utilizados.

O próximo passo importante foi dado por Amodei [6] em 1971 mostrando que a migração de cargas pelo processo de difusão representa um papel importante no registro holográfico, através da determinação de expressões analíticas para o campo elétrico espacial gerado pela difusão e arrastamento (drift) de portadores por campo elétrico externo, em hologramas de ondas planas em volume. Nesta ocasião, começaram a ser estudadas as propriedades eletro-ópticas de transporte de portadores fotoinduzidos do material silicato de bismuto  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) que é um material paraelétrico da família dos selenetos.

Mas o interesse pelos ferroelétricos continuava. Em 1974 observou-se que o efeito de dopagem em  $\text{LiNbO}_3$  [7, 8] era muito importante para o efeito fotorrefrativo, pois usando-se ferro como dopante, este atuava como doador-aceitador. Através do processo

de excitação dos portadores de carga, via incidência de luz com campo elétrico aplicado a amostra, há uma redistribuição de cargas devido a mudança  $\text{Fe}^{2+} \leftrightarrow \text{Fe}^{3+}$ .

Importantes conclusões acerca das propriedades holográficas dos materiais fotorrefrativos surgem após o desenvolvimento da análise de onda acoplada realizada por Stabler e Amodei [9] utilizando os conceitos de onda acoplada de Kolgenik [10]. Quase que simultaneamente, foram desenvolvidas aplicações interessantes que utilizavam as propriedades de holografia em tempo real em materiais como o  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  (BSO) e o  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$  (BGO), como por exemplo a alta sensibilidade da holografia em volume nestes materiais. Outras características foram estudadas, tais como a reversibilidade devido a quase ausência de fadiga (completo apagamento da informação anterior) e o processamento “in situ”, não havendo necessidade de retirar a amostra para processamento, como no caso de emulsões holográficas. Tais características tornaram estes materiais preferidos frente a emulsões holográficas comerciais para aplicações específicas como a interferometria de dupla exposição em tempo real, visando o crescente interesse industrial por testes não-destrutivos. O sucesso destes materiais advém não apenas da fotossensibilidade comparável a dos filmes fotográficos de alta resolução [22], mas principalmente da constante de tempo de processamento de informação que nestes materiais é da ordem de milisegundos para irradiancias da ordem de  $100\text{mWcm}^{-2}$ , ao passo que no  $\text{LiNbO}_3$  é da ordem de segundos para a mesma ordem de grandeza da irradiância total incidente [23].

Em 1979 surge o mais completo modelo de transporte de bandas para os cristais fotorrefrativos, feito por Kukhtarev e colaboradores [11], que levava em conta todos os efeitos conhecidos sobre os materiais fotorrefrativos, tais como arrastamento, difusão e o efeito fotovoltaico. O modelo descrevia a formação de uma rede de índices de refração com a mesma distribuição de frequência espacial da luz incidente e uma diferença de fase

entre a rede e o padrão de  $\pi/2$ , quando não há campo elétrico aplicado, propriedades de acoplamento e transferência de energia. Este modelo tem sido o mais aceito para descrever o efeito fotorefrativo, tanto para materiais ferroelétricos ( $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{BaTiO}_3$ , etc) quanto para eléctricos ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ , etc).

Na década de 80 surgem novos materiais fotorrefrativos, tais como InP, GaAs e  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) [12]. Este último, também da família dos selenetos, além de possuir uma boa resposta para a faixa espectral do verde (como o BSO e o BGO) possui também uma boa resposta para a faixa do vermelho. Isto permite a utilização deste material com um laser mais difundido e comercialmente mais barato que um laser de  $\text{Ar}^+$ , o laser de He-Ne. Isto significa que é possível realizar processamento óptico holográfico com amostras de alguns milímetros de espessura, obtendo-se respostas de décimos de segundo a segundos, com lasers de He-Ne de baixa potência, da ordem de 1-10  $\mu\text{W}$ .

Os cristais fotorrefrativos são considerados agora como os mais promissores meios holográficos dinâmicos de alta sensibilidade. Dentre as aplicações desenvolvidas após 30 anos da descoberta do efeito fotorrefrativo, podemos destacar a amplificação de sinais coerentes [13] devido a diferença de fase entre o padrão de luz e a rede holográfica gerada, a holografia de contornos em tempo real [14], a divisão de imagens em tempo real [15] através de mistura de 4 ondas, a conjugação de fase para visualização de modos de estruturas vibrantes [16], o processador óptico não-linear em tempo real, utilizando como meio um cristal fotorrefrativo [17], o correlador óptico de padrões [18] em tempo real, as aplicações interferométricas em fotografia de granulação óptica (spekle) [19] e várias outras aplicações. Atualmente encontra-se em processo de estudos algumas aplicações das chamadas fibras fotorrefrativas respectivamente de BSO [20] e BTO [21].

Esta breve introdução ao efeito fotorefrativo teve como objetivo ilustrar sua trajetória nos primórdios e citar alguns fatos importantes ligados ao seu desenvolvimento,

desde a formação de hologramas nestes materiais à descoberta de novos materiais fotorrefrativos tal como o BTO, material utilizado neste trabalho.

## Capítulo 2

# HOLOGRAFIA DINÂMICA COM FOTORREFRATIVOS.

*Neste capítulo vamos descrever a formação de redes holográficas senoidais em tempo real, já que nos experimentos descritos neste trabalho o meio holográfico utilizado é um cristal fotorrefrativo (BTO). Para isso, vamos descrever o processo de formação de uma rede holográfica senoidal por ondas planas, por ser o holograma de fase em volume mais simples, tanto do ponto de vista prático quanto matemático, que pode ser gerado neste tipo de material.*

### 2.1 – O efeito fotorrefrativo

Nos cristais fotorrefrativos, a projeção de um padrão de luz não uniforme produz uma modulação espacial do índice de refração, que é uma réplica da distribuição de intensidade de luz no volume da amostra, este fenômeno ocorre devido à combinação de efeito eletroóptico linear e fotocondutividade que estes materiais possuem. A formação da rede holográfica ou simplesmente de um holograma, ocorre em milissegundos ou segundos, dependendo da potência de luz empregada no processo de escrita. No escuro, a informação pode permanecer registrada entre segundos e meses, dependendo do material utilizado. O processo físico envolvido na modulação espacial de índice de refração é uma redistribuição de cargas espaciais induzida pela luz em armadilhas profundas (deep traps), resultado em um campo elétrico de cargas espaciais ( $E_{SC}$ ) devido a realocação dos portadores de carga.

De acordo com o modelo de bandas de Kukhtarev e colaboradores [11], todas as características físicas do efeito fotorrefrativo são analiticamente previstas para o caso em



que o material é iluminado por um padrão de luz senoidal. A incidência deste padrão provoca a redistribuição dos portadores de carga no volume do material. Neste trabalho, o mecanismo de transporte de cargas utilizado foi apenas difusão, pois a amostra utilizada, o cristal BTO, possui boa resolução e sensibilidade holográfica quando utilizado apenas em mecanismo de difusão na potência do laser de He-Ne (35 mW) de que dispomos. É possível se obter resultados significativos neste regime de operação utilizando técnicas experimentais relativamente simples.

Na próxima seção vamos descrever o processo de formação de redes holográficas senoidais no volume do cristal fotorrefrativo, em regime apenas de difusão, considerando a incidência de duas ondas planas linearmente polarizadas.

## 2.2 – Geração de redes holográficas senoidais

A formação de uma rede holográfica senoidal tem início com a incidência de duas ondas planas  $R$  e  $S$  linearmente polarizadas, de intensidades  $I_R$  e  $I_S$  respectivamente, no volume de uma amostra (Fig. (2.1)), ambas provenientes de uma mesma fonte de luz coerente.

Nas regiões do volume do cristal onde estas ondas se interceptam, é gerado um padrão de interferência

$$I(x) = I_o \left[ 1 + m \cos(k_s x) \right]. \quad (2.2.1)$$

Onde

$$\begin{aligned} I_o &= I_R + I_S, \\ m &= 2(I_R I_S)^{1/2} / (I_R + I_S), \\ k_s &= 2\pi / \Lambda, \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

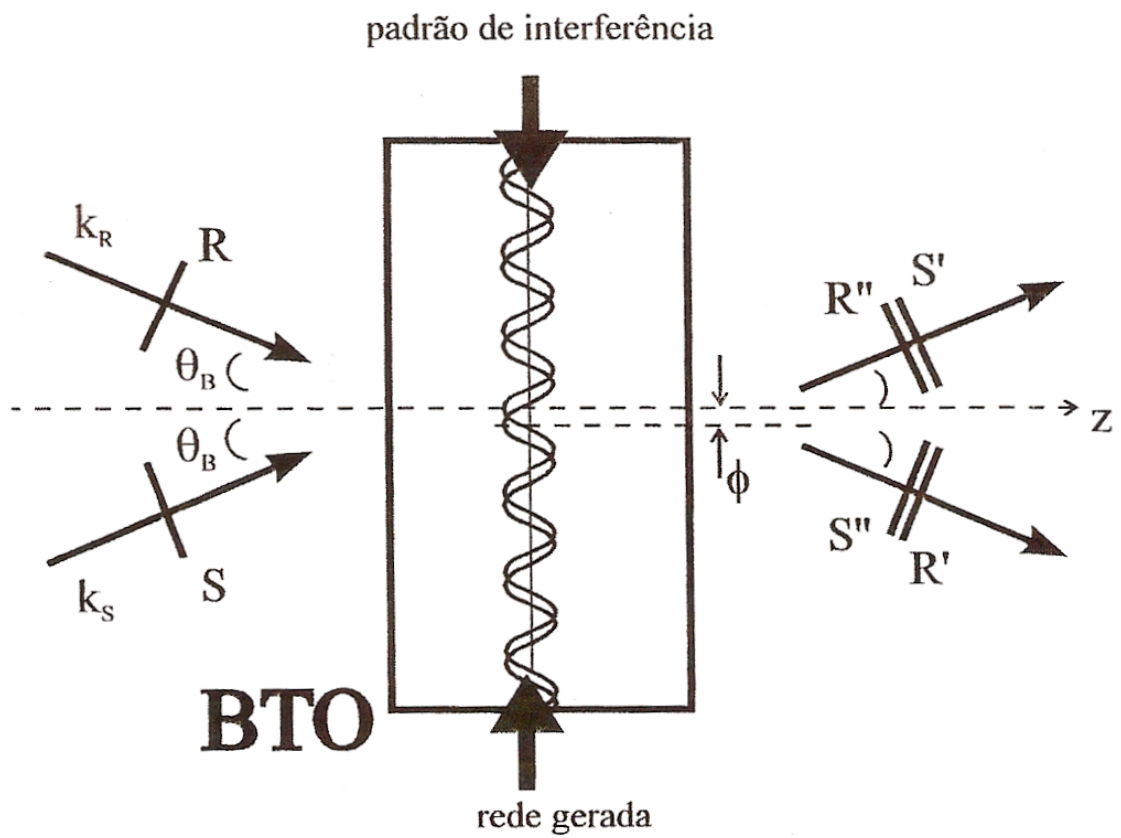


Fig. (2.1) Esquema de mistura de duas (2WM) em um cristal BTO.  $R$  e  $S$  são os feixes incidentes,  $R'$  e  $S'$  os transmitidos e  $R''$  e  $S''$  os difratados.

sendo  $I_o$  a irradiância total incidente,  $m$  a taxa de modulação e  $\Lambda$  o espaçamento entre as franjas.

A variação espacial na intensidade de luz induz, via geração de portadores livres e a fotocondutividade do meio, o aparecimento de uma densidade de cargas  $\rho_{sc}(x)$  modulada espacialmente e em fase com o padrão de luz senoidal  $I(x)$ . Esta modulação da densidade de cargas dá origem a um campo elétrico de cargas espaciais  $E_{sc}(x)$  que está relacionado à densidade de cargas pela expressão

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_{sc}(x) = \rho_{sc}(x) / \epsilon_o, \quad (2.2.3)$$

onde  $\epsilon_o$  é a constante dielétrica do meio. Este campo elétrico devido às cargas espaciais induzidas, tem a forma [24]

$$E(x) = E_{sc} \text{sen}(k_g x), \quad (2.2.4)$$

ou reescrevendo da forma utilizada nesta tese

$$E(x) = E_{sc} \cos(k_g x + \phi), \quad (2.2.5)$$

onde  $\phi = \pi/2$ , ver Fig. (A.1), e  $E_{sc} = mE_D$ , sendo  $E_D = k_g D / \mu$ , a amplitude de campo elétrico dominada pelo processo de difusão, e  $D$  o coeficiente de difusão. Embora haja outras possibilidades para o mecanismo de transferência de carga, este será o resultado considerado nos cálculos que se seguem, uma vez que não é aplicado nenhum campo elétrico externo.

Após gerar o campo elétrico de cargas espaciais, a rede de fase em volume é induzida via efeito eletroóptico linear [25]. Para o BTO, que é um cristal cúbico do grupo de simetria 23, em sua configuração eletroóptica transversa ( $\mathbf{k} \perp \langle 001 \rangle$ ) (Fig. (2.2)), a rede de fase exhibe difração anisotrópica com incidência de Bragg com uma modulação de índice de refração [26]

$$\Delta n(x) = n_o^3 r_{41} E_{sc}(x), \quad (2.2.6)$$

onde  $n_o^3$  é o índice de refração isotrópico do cristal e  $r_{41}$  é o coeficiente eletroóptico.

Após a incidência de um padrão de interferência durante um tempo de exposição da ordem de alguns minutos, são geradas redes holográficas no volume da amostra. Na direção de propagação original dos feixes R e S indicados pelos vetores  $\mathbf{k}_R$  e  $\mathbf{k}_S$  como indicado na Fig. (2.1), haverá um feixe transmitido e um difratado simultaneamente. Na direção do feixe R há o feixe transmitido R' e o feixe difratado de S que é o feixe de S'', ocorrendo o mesmo com os feixes a partir de S. Este fenômeno se deve ao acoplamento dos feixes e é descrito pelas equações [27]

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R(z)}{\partial z} &= -i(\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w}) S(z) \\ \frac{\partial S(z)}{\partial z} &= -i(\mathbf{w} \cdot \hat{\chi} \mathbf{u}) R(z) \end{aligned} \right\}, \quad (2.2.7)$$

onde  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$  são vetores unitários na direção dos campos elétricos das ondas R e S, respectivamente, e  $\hat{\chi}$  é o tensor de acoplamento entre os feixes, definido por

$$\hat{\chi} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o}} \frac{\pi}{2\lambda \cos(\theta_B)} \hat{\epsilon}_1 \quad (2.2.8)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda dos feixes R e S, e  $\theta_B$  é o ângulo de incidência sobre a superfície do cristal. O tensor de acoplamento é um parâmetro central na Teoria de Onda Acoplada. Não há luz difratada se  $\hat{\chi} = 0$ ,  $\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w} = 0$  ou  $\mathbf{w} \cdot \hat{\chi} \mathbf{u} = 0$ . Portanto, as polarizações dos feixes podem ser tais que não haja luz difratada, ou seja,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R(z)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial S(z)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.2.9)$$

Após o registro da rede de fase no volume do cristal, as ondas  $R$  e  $S$  se autodifratam, pois a medida em que o padrão de luz incide gerando portadores, a rede vai sendo escrita e difratando luz, num processo em tempo real. A rede de difração ao ser iluminada pela onda plana  $R$  (ou  $S$ ), produz uma única onda difratada que se propaga na direção  $\mathbf{k}_S$  (ou  $\mathbf{k}_R$ ) que é a reconstrução da onda  $S$  (ou  $R$ ), ver Fig. (2.1). Portanto, na saída do cristal haverá em cada direção de propagação,  $\mathbf{k}_S$  e  $\mathbf{k}_R$ , uma onda transmitida e uma difratada, quando a rede é iluminada simultaneamente pelas ondas  $R$  e  $S$ .

Os cristais cúbicos tais como BSO, BGO e BTO, exibem anisotropia [28] em relação a polarização dos feixes transmitido e difratado. Dependendo da direção do campo elétrico aplicado ou induzido em relação aos seus eixos cristalográficos estas polarizações podem ser modificadas. O campo induzido pelas cargas espaciais se encontra ao longo da direção  $\langle 110 \rangle$  como ilustrado na Fig. (2.2) e os eixos de propagação são induzidos com modulações no índice de refração. Estas amostras exibem ainda birrefringência linear induzida pelo campo elétrico e atividade óptica natural e, portanto, os ângulos de polarização estão continuamente variando ao longo do cristal. Quando uma onda linearmente polarizada incide sobre a superfície destes cristais, seu estado de polarização é alterado pelo meio, em geral, emergindo do cristal como uma onda elipticamente polarizada. No entanto, existe um ângulo de polarização particular para o feixe incidente, tal que o estado de polarização da onda não é alterado. Além disso, para este ângulo de polarização, as ondas transmitida e difratada, linearmente polarizadas, têm suas polarizações simétricas em relação ao eixo induzido  $x'$  (ver Apêndice A).

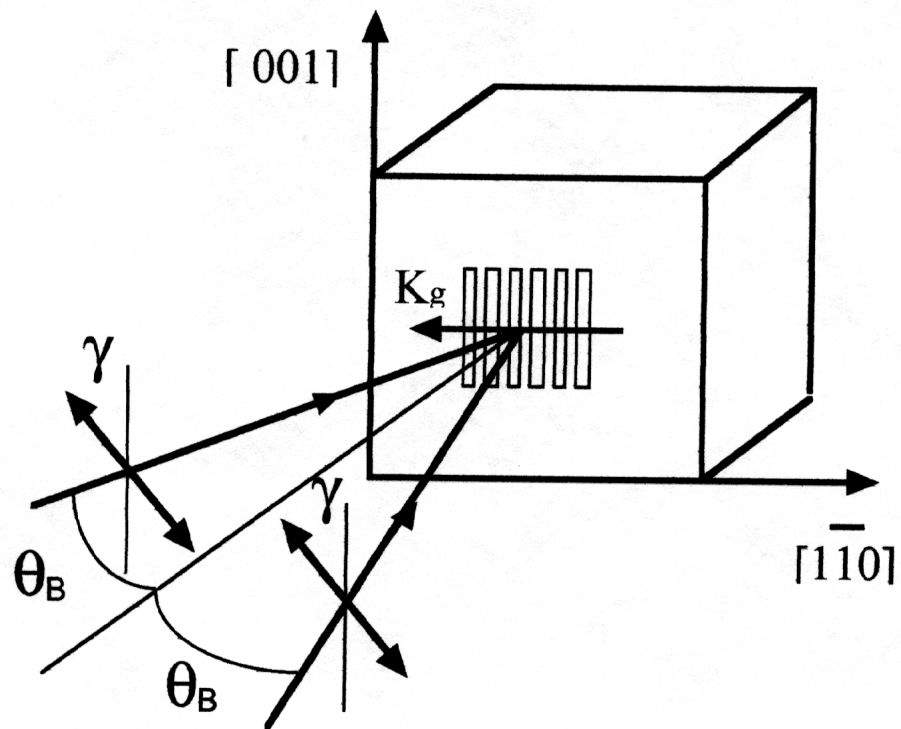


Fig. (2.2) Cristal BTO com suas respectivas orientações cristalográficas.

Este ângulo de polarização incidente, em regime de difração, tal que no centro do cristal os feixes incidentes têm suas polarizações paralelas ao eixo cristalográfico  $\langle 001 \rangle$ , e portanto

$$\gamma_o = -\rho l/2, \quad (2.2.10)$$

onde  $\gamma_o$  é o ângulo de polarização da onda incidente em relação ao eixo  $y$  e  $\rho$  é a atividade óptica específica do cristal. Nos cristais fotorrefrativos BTO utilizados  $\rho = 6,75 \text{ graus/mm}$ . Assim os feixes transmitido e difratado, linearmente polarizados, terão suas polarizações cruzadas na saída do cristal e serão facilmente separados com a ajuda de um polarizador (maiores detalhes no Apêndice A).

Neste capítulo vimos que, a geração de redes holográficas se dá após a incidência de um padrão de interferência em uma amostra de cristal fotorrefrativo. Estes materiais, no nosso caso um cristal da família dos selenetos (BTO) exibem o efeito fotorrefrativo, que é um fenômeno no qual o índice de refração local de um meio material é modificado quando iluminado por um feixe de luz com variação espacial de intensidade.

No próximo capítulo vamos descrever a geração de padrões de Moiré dinâmicos devido à superposição destas redes holográficas senoidais.

## Capítulo 3

# PADRÕES DE MOIRÉ DINÂMICOS.

*Neste capítulo vamos descrever a geração de padrões de moiré pela superposição de duas redes de linhas, como as redes de Ronchi. Também será descrita a geração de padrões de moiré dinâmicos pela superposição de duas redes de difração senoidais dinâmicas de fase com uma pequena diferença de fase entre elas. Estes padrões de moiré em tempo real foram gerados em um cristal fotorrefrativo  $Bi_{12}TiO_{20}$  (BTO).*

### 3.1 – Geração de padrões de franjas de moiré

Os padrões de moiré podem ser obtidos da interação da luz difratada entre duas estruturas periódicas superpostas. Como iremos descrever nesta seção, a superposição de redes de Ronchi com espaçamentos entre as linhas levemente diferentes, por exemplo, produzem franjas de luz espaçadas regularmente (Fig. (3.1)) que têm sido observadas e utilizadas em muitas aplicações ópticas [29]. Os padrões de moiré têm sido tradicionalmente empregados em metrologia óptica como testes não destrutivos em engenharia mecânica [30, 31], por exemplo. Por isto, eles têm recebido um grande número de novas análises de testes não-destrutivos e têm sido considerados uma das mais ativas áreas tecnológicas.

Entretanto, aplicações interferométricas ópticas baseadas em padrões de moiré têm sido extendidas a muitos assuntos científicos. Em caráter ilustrativo, podemos mencionar técnicas de interferometria shear speckle [32], medidas de propriedades de lasers [33], microscopia [34], processo de litografia avançada em microeletrônica [35],



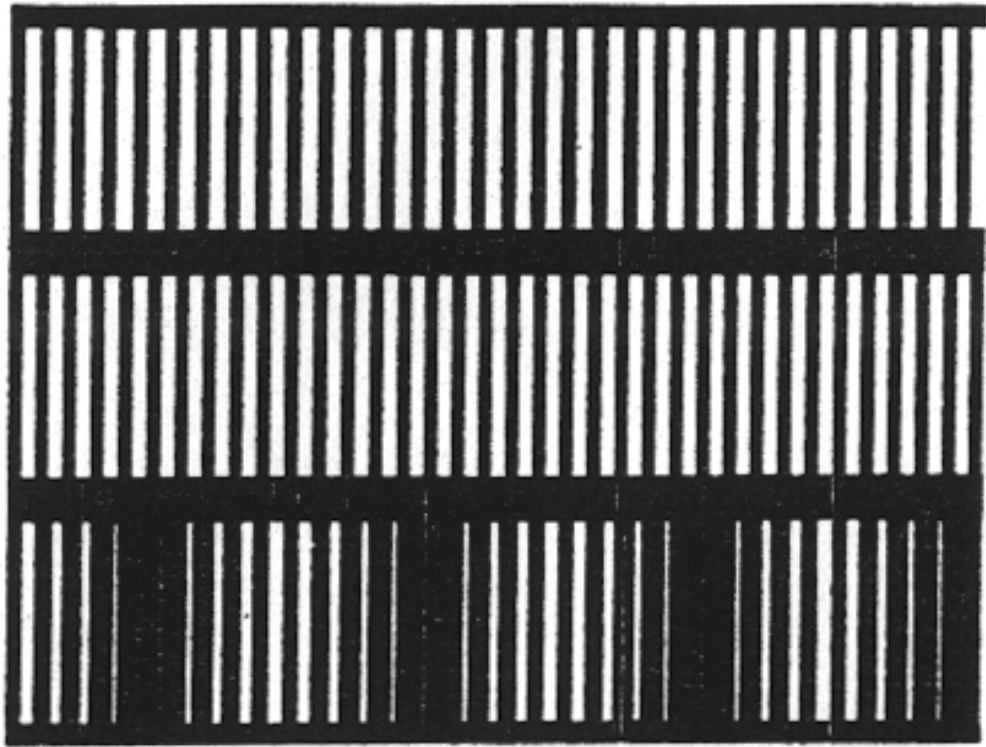


Fig. (3.1) Padrão de moiré resultante da superposição de redes de Ronchi com espaçamentos entre as linhas levemente diferentes  $p_1$  e  $p_2$  (cima e meio) descrito pelo conceito de obstrução de transmitância de luz através de redes superpostas.

diagnóstico óptico ortopédico [36], óptica oftalmológica [37], odontologia [38] e acústica [39]. Estes são exemplos de aplicações de padrões de franjas de moiré recentemente publicadas.

A interpretação física da geração de um padrão de franjas de moiré é melhor explicada através da obstrução da luz transmitida pelas redes superpostas. Vamos considerar duas redes com espaçamentos entre as linhas levemente diferentes,  $p_1$  e  $p_2$  conforme Fig. (3.1). As regiões escuras de cada rede obstruem a luz transmitida (transmitância = 0). Enquanto que, as linhas claras transmitem a luz (transmitância = 1). Quando as duas redes são superpostas, as transmitâncias da rede original são moduladas por um padrão de moiré de frequência mais baixa. Nas regiões onde as linhas claras de uma rede coincidem com a linha clara da segunda rede a transmitância é 1. Esta é a franja de Moiré clara. Por outro lado, quando a linha escura de uma rede coincide com a linha clara da segunda rede, a transmitância média é zero. Esta corresponde a franja de Moiré escura. As transmitâncias variam linearmente entre estes limites.

Utilizando o formalismo matemático para indicar a posição das franjas, as redes são substituídas por um conjunto discreto de linhas descrito por duas equações, cada uma especificando a localização de uma linha no conjunto. Logo, as equações para duas redes de Ronchi com espaçamentos entre as linhas levemente diferentes,  $p_1$  e  $p_2$  ao longo do eixo  $y$  são

$$\begin{aligned}y &= np_2, \\y &= mp_1,\end{aligned}\tag{3.1.1}$$

onde  $p_1 = kp_2$ . As Eq. (3.1.1) podem ser escritas como

$$\begin{aligned}y &= np_2, \\y/k &= mp_2.\end{aligned}\tag{3.1.2}$$

Isto produz,

$$l = y \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1} \right), \quad l = n - m \quad (3.1.3)$$

que é o fenômeno de batimento em moiré. Em outras palavras, um padrão na direção da rede original terá um espaçamento entre as franjas  $p$  dado por

$$\frac{1}{p} = \frac{1}{p_2} - \frac{1}{p_1}. \quad (3.1.4)$$

Que é análogo ao batimento no comprimento de onda na interferometria

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1}. \quad (3.1.5)$$

Além da descrição da formação de padrões de moiré através da superposição de duas redes de Ronchi, podemos descrever a formação destes padrões através da superposição de quaisquer outras estruturas repetitivas utilizando o método de aproximação de Fourier [53]. Entretanto não iremos descrever este método pois foge ao escopo do presente trabalho.

Os padrões de Moiré podem ser produzidos de duas formas. A primeira, superpondo duas redes com um pequeno ângulo de rotação entre elas [52]. Este caso não será descrito neste trabalho pois esta técnica não será utilizada. Uma outra forma de se obter estes padrões é superpondo duas redes com uma pequena diferença de fase entre elas e será descrita no próximo capítulo.

Após a descrição da formação de padrões de moiré formados pela superposição de duas redes de Ronchi, apresentada nesta seção, vamos descrever a formação de padrões

de moiré dinâmicos a partir da superposição de redes de fase senoidais com uma pequena diferença de fase entre elas.

### **3.2 – Geração de padrões de moiré dinâmicos**

Como já vimos no Capítulo anterior redes de fase senoidais dinâmicas são produzidas em materiais que exibem o efeito fotorrefrativo [11], como uma combinação bem controlada de fotocondutividade e o efeito eletroóptico [40]. Como resultado desta superposição, padrões de moiré em tempo real são obtidos pela superposição de duas redes de fase senoidais dinâmicas com uma pequena diferença de fase entre elas e com alta frequência espacial ao invés de redes de Ronchi com baixa frequência espacial e amplitude permanente.

Para descrever a geração dos padrões de moiré dinâmicos vamos levar em conta o processo de fotorrefração linear no cristal fotorrefrativo  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) (descrito no Capítulo 2).

Sabemos que qualquer estrutura periódica pode ser simplesmente representada por uma função do tipo [51],

$$f(x,y) = cn, \quad (3.2.1)$$

onde  $c$  é uma constante e  $n$  é um inteiro que define uma ordem no padrão de franjas relacionado.

Como vimos na seção anterior, padrões de moiré podem ser obtidos da interação de luz difratada entre duas estruturas periódicas regulares superpostas. A superposição de duas estruturas periódicas dadas pela Eq. (3.2.1) será

$$\frac{f_1(x,y)}{c_1} \pm \frac{f_2(x,y)}{c_2} = n, \quad (3.2.2)$$

onde  $c_1$  e  $c_2$  são constantes e  $n$  é o inteiro que define cada ordem do padrão de franjas gerado equivalente. Esta última expressão representa a estrutura de superposição do padrão de moiré.

A geração das redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes superpostas implica na modulação de dois índices de refração  $\Delta n_1(x)$  e  $\Delta n_2(x)$  definidas pela Eq. (2.2.6)

$$\Delta n(x) = \frac{1}{2} r_{41} n_0^3 E_{sc}(x) = \Delta n_0 \text{sen}(k_g x) \quad (3.2.3)$$

Então, estas duas redes, com diferentes frequências espaciais,  $k_{g1}$  e  $k_{g2}$ , são dinamicamente superpostas. De acordo com os argumentos discutidos anteriormente, Eq. (3.2.2), a modulação do índice de refração, no caso fotorrefrativo, agora resulta em

$$\Delta n(x) = 2 \Delta n_0 \cos(k_g^m x) \text{sen}(\bar{k}_g x) \quad (3.2.4)$$

onde  $\bar{k}_g = \frac{1}{2}(k_{g1} + k_{g2})$  é a frequência espacial média e  $k_g^m = \frac{1}{2}(k_{g1} - k_{g2})$  é a modulação da frequência espacial. Vamos analisar o caso em que as frequências espaciais,  $k_{g1}$  e  $k_{g2}$ , têm valores altos e então, na adição, seus valores são comparáveis, isto é  $k_{g1} \sim k_{g2}$ ; Neste caso,  $\bar{k}_g \gg k_g^m$ , e o índice de refração no volume da amostra está espacialmente modulado.

Isto significa que o padrão de franjas de moiré observado é produzido como um fenômeno de **batimento**, tratado exatamente como a interferência de duas ondas viajando com frequências próximas [41]. Mas neste caso, o fenômeno é devido a superposição dinâmica de duas redes de fase senoidais na amostra do volume do cristal BTO.

A modulação do índice de refração na Eq. (3.2.4) produz padrões de franjas de moiré através da eficiência de difração

$$\eta(x) = \eta \operatorname{sen}^2(\bar{k}_g x), \quad (3.2.5)$$

onde  $\eta = 4\eta_0 \cos^2(k_g^m x)$  é a amplitude da eficiência de difração modulada. A luz difratada do feixe de escrita produz padrões de moiré com amplitude de eficiência de difração expressa por

$$\eta = 2\eta_0 [1 + \cos(2k_g^m x)]. \quad (3.2.6)$$

Está implícita uma dependência com  $k_g^m$ , ou simplesmente  $(k_{g1} - k_{g2})$ , que é a frequência espacial do batimento.

Neste capítulo descrevemos o processo de formação de padrões dinâmicos de moiré devido à superposição de redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes em um cristal fotorrefrativo, no nosso caso um cristal BTO. Estas franjas aparecem devido à modulação no índice de refração fotorrefrativo resultante previsto pelo modelo físico desenvolvido.

Os padrões de moiré dinâmicos apresentados neste capítulo serão a base para o entendimento dos processos descritos nos próximos capítulos.

## Capítulo 4

# SÍNTESE DE FOURIER NO PERFIL DE PADRÕES DE MOIRÉ DINÂMICOS.

*Neste capítulo vamos descrever um tipo de síntese de Fourier holográfica no perfil do padrão de moiré. Estes padrões de interferência são obtidos pela múltipla superposição de redes de fase senoidais dinâmicas. Além disso vamos apresentar um modelo teórico e fazer um comparativo com os resultados experimentais obtidos.*

Já vimos no Capítulo 3 que podemos produzir um **batimento** no padrão de franjas de moiré resultante da superposição de duas redes de fase senoidais com uma leve diferença de espaçamento e alta frequência espacial (~1000 linhas/mm).

Agora, como uma generalização do processo descrito, várias redes de fase senoidais foram superpostas uma a uma na amostra do volume. Então, a superposição de duas ou mais estruturas periódicas expressas pela Eq. (3.2.1) é

$$\frac{f_1(x,y)}{c_1} \pm \frac{f_2(x,y)}{c_2} \pm \dots \pm \frac{f_j(x,y)}{c_j} = n, \quad (4.1)$$

onde  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_j$  são constantes, e  $n$  é o inteiro que define cada ordem do padrão de franjas gerado equivalente. Dentro de um ponto de vista genérico, a Eq. (4.1) representa o padrão de moiré resultante das estruturas periódicas superpostas.

Como já discutimos anteriormente, no efeito fotorrefrativo, uma rede de fase senoidal holográfica dinâmica pode ser obtida após a amostra do BTO ser iluminada por uma padrão de interferência dado pela equação

$$I(x) = I_0 \left( 1 + M \cos(k_g x) \right), \quad (4.2)$$

onde  $k_g = 2\pi / \Lambda$  (onde  $\Lambda$  é o espaçamento da rede) é o número de onda da rede, isto é, o módulo do vetor de onda da rede, e  $M$  ( $M \sim 1$ , no experimento) é a taxa de modulação da franja considerada no padrão de interferência projetado.

De acordo com a teoria padrão da fotorrefração [24], assumindo geração linear e recombinação, a função de geração de portadores de cargas móveis é

$$g(x) = g_0 [sI(x) + \beta], \quad (4.3)$$

onde  $s$  é a constante de fotoexcitação,  $sI(x)$  é a taxa de probabilidade de excitação. A Eq. (4.3) significa que a redistribuição de cargas elétricas espaciais ao longo do volume da amostra, após a iluminação e subsequente captura, irá produzir um campo elétrico de cargas espaciais  $E_{sc}(x)$ , que apenas no caso da difusão (sem campo elétrico externo aplicado) é [24]

$$E_{sc}(x) = \frac{Dk}{\mu} \frac{m \sin(kx)}{1 + m \cos(kx)}. \quad (4.4)$$

Nesta última expressão,  $D$  é a constante de difusão;  $\mu$  é a mobilidade; e o parâmetro  $m$  dado por

$$m = \left( 1 + \frac{\beta}{sI_0} \right)^{-1}, \quad (4.5)$$

é a taxa de modulação induzida. A Eq. (4.5) é importante para este trabalho porque os resultados experimentais revelam que redes de fase senoidais de boa qualidade foram sobrepostas e padrões de moiré gerados dinamicamente. Então, a fotoexcitação é predominante em relação a excitação térmica, que significa que  $m \ll 1$  na Eq. (4.5).



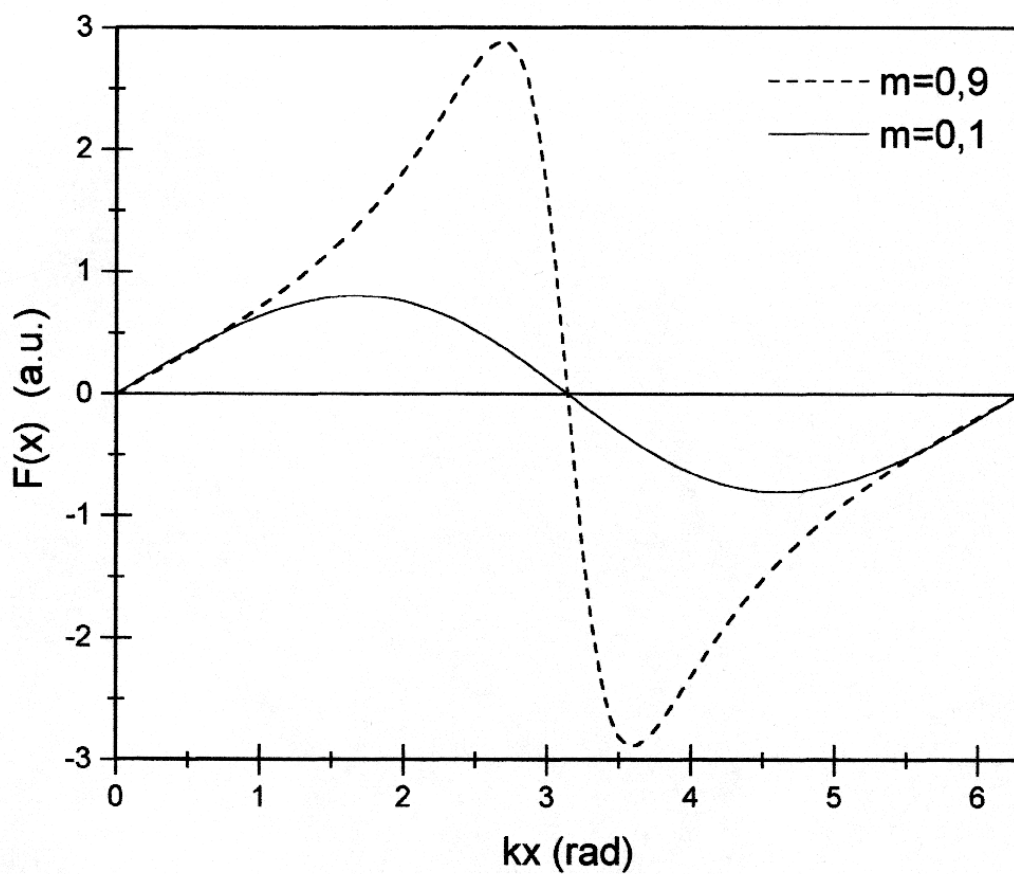


Fig. (4.1) Dependência espacial do campo elétrico de cargas espaciais na ordem de magnitude do fator de modulação induzido  $m$ . O fator  $F(x)$  é a mesma dada pela Eq. (4.4). exceto o fato de que foi calculado em unidades arbitrárias.

Conseqüentemente, o campo elétrico de cargas espaciais é aproximadamente senoidal pela aplicação desta última condição à Eq. (4.4). A Fig. 4.1 ilustra a dependência do campo elétrico de cargas espaciais com a ordem de magnitude do fator de modulação induzida  $m$ .

Temos então, a superposição de várias ondas, ou seja, vários campos elétricos induzidos superpostos sucessivamente. Escrevendo estes campos elétricos na forma exponencial, o campo elétrico de cargas espaciais induzidas resultante é

$$\mathbf{E}_{sc}(x) = \mathbf{E}_o [\exp(ik_1x) + \exp(ik_2x) + \dots + \exp(ik_Nx)], \quad (4.6)$$

onde  $k_1$  é a frequência da primeira rede, e  $N$  é o número total de redes superpostas, sendo

$$\begin{aligned} k_2 &= k_1 + \Delta k, \\ k_3 &= k_2 + \Delta k = k_1 + 2\Delta k, \\ k_j &= k_{N-1} + \Delta k = k_1 + (N-1)\Delta k, \end{aligned} \quad (4.7)$$

as frequências espaciais superpostas. Substituindo estas frequências na Eq.(4.6), temos

$$\mathbf{E}_{sc} = \mathbf{E}_o \exp(ik_1x) [1 + \exp(i\Delta kx) + \exp(i2\Delta kx) + \dots + \exp(i(N-1)\Delta kx)]. \quad (4.8)$$

Tirando a parte real da Eq.(4.8), temos

$$\mathbf{E}_{sc} = \mathbf{E}_o \cos(k_1x) [1 + \cos(\Delta kx) + \cos(2\Delta kx) + \dots + \cos((N-1)\Delta kx)], \quad (4.9)$$

onde

$$1 + \cos(\Delta kx) + \cos(2\Delta kx) + \dots + \cos((N-1)\Delta kx) \quad (4.10)$$

é o termo que define a síntese de Fourier no perfil do batimento resultante, e que representa um processo semelhante a síntese de Fourier de um perfil quadrado, ou seja,

$$E_{sc} = E_o \cos(k_1 x) \sum_{j=1}^{N-1} \cos(j \Delta k x) \quad (4.11)$$

Nesta última expressão,  $\Delta k$  é a variação da frequência espacial fixada entre as redes superpostas no processo, e  $N-1$  é o número de superposições. Experimentalmente, isto é feito variando o ângulo de Bragg incidente  $\theta_B$  (Fig. (4.2)), para cada nova rede pela mesma variação  $\Delta \theta_B$ , começando da primeira com frequência espacial  $k_j = k_1 + (j-1)\Delta k$  ( $j=1, 2, 3, \dots, N-1$ ), onde  $\Delta k$  ocorre devido a variação de  $\Delta \theta_B$  (vide Apêndice A).

Tratando-se de efeito fotorrefrativo, precisamos identificar o processo de formação da taxa de modulação do índice de refração, então a Eq. (4.11) se torna

$$\Delta n(x) = \Delta n_o \cos(k_1 x) \sum_{j=1}^{N-1} \cos(j \Delta k x). \quad (4.12)$$

A Eq. (4.7) aplicada a eficiência de difração, dada pela equação

$$\eta = \left[ \frac{\pi \Delta n(x)}{\lambda \cos \theta_B} m \frac{\text{sen}(\rho l)}{\rho} \right]^2, \quad (4.13)$$

nos fornece a equação

$$\eta = \left[ \frac{\pi \Delta n_o}{\lambda \cos(\theta_o)} m \frac{\text{sen}(\rho l)}{\rho} \right]^2 \cos^2(k_1 x) \left[ \sum_{j=1}^{N-1} \cos(j \Delta k x) \right]^2 \quad (4.14)$$

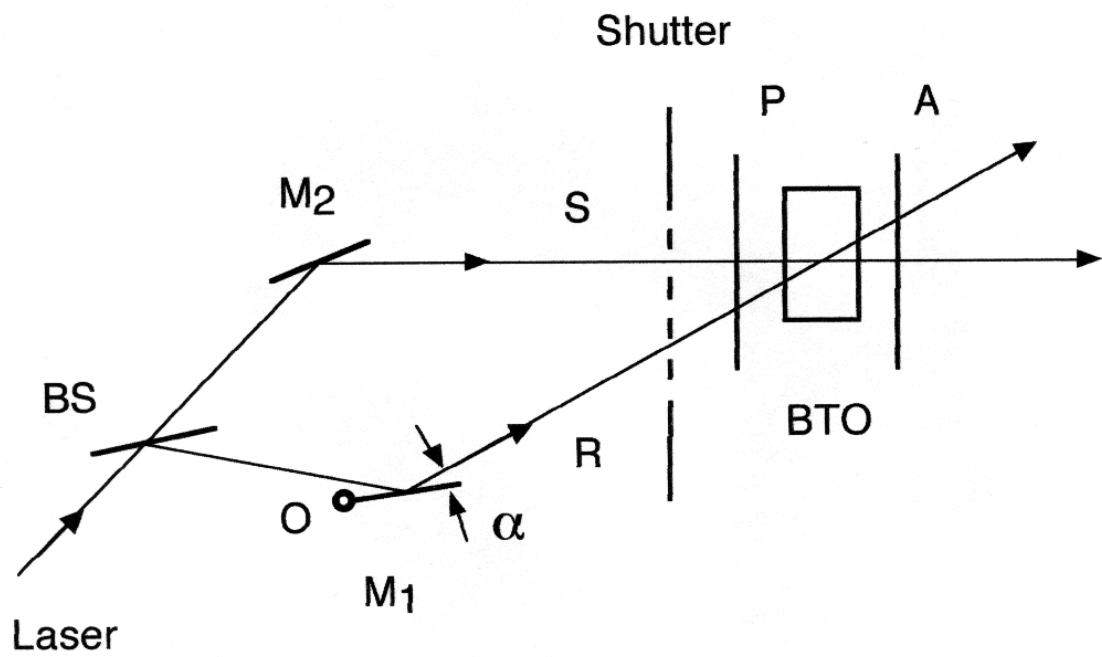


Fig. (4.2) Acima o esquema da montagem experimental. onde o espelho  $M_1$  é eletronicamente controlado para produzir pequenas rotações  $\alpha$  em torno do ponto O. Abaixo, uma fotografia ilustrativa dos componentes mecânicos distribuídos na bancada do experimento.

que representa o padrão de moiré dinâmico gerado a partir do meio holográfico fotorrefrativo, cujo perfil do padrão de franjas é oriundo da superposição de sucessivas redes senoidais que variam a frequência espacial de um valor  $\Delta k$ .

Os padrões de moiré descritos neste trabalho foram desenvolvidos utilizando uma amostra de cristal BTO (8 X 8 X 8 mm) como meio holográfico (Fig. 2.2). Esta amostra é um cristal paraelétrico fotorrefrativo seleneto de simetria de grupo 23, apresentando uma forte atividade óptica natural,  $\rho = 6,3^\circ/\text{mm}$ , e índice de refração efetivo  $n = 2,58$ . A Tabela 1 lista alguns parâmetros físicos da amostra do cristal. O BTO é o único cristal com alta sensibilidade à linha vermelha do laser He-Ne em difusão apenas no mecanismo de gravação. O aparato experimental utilizou uma configuração 2WM (mistura de duas ondas), apropriado para produzir padrões de interferência de alta qualidade em um estágio, montagem experimental não ativa.

Na Fig. 4.2 a montagem experimental mostra dois feixes com  $\lambda = 0,633\mu\text{m}$  vindo de uma fonte de luz laser He-Ne com potência nominal de 15 mW; BS é um beam-splitter variável. Esses feixes são expandidos e colimados em um diâmetro de 10 mm. Os feixes de luz laser, um vindo do espelho  $M_1$ , como “objeto”, e o outro vindo do espelho  $M_2$  como “referência”, caracteriza uma configuração 2WM.

Ambos os feixes são projetados no plano (110), que é a face de entrada do cristal, sob um ângulo  $\theta_B \sim 23^\circ$  (Fig. 2.2). Isto significa, de acordo com a Lei de Bragg clássica, uma frequência espacial de 1000 linhas/mm. Neste experimento  $P$  é um polarizador de entrada, e  $A$  é um analisador.

**Tabela 1**

Parâmetros físicos	Valores	Referência
Simetria de grupo	23	fabricante
Absorção óptica ( $\text{cm}^{-1}$ )	0.4 - 0.6 <sup>b</sup>	fabricante
Índice de refração refractive index	2.58 <sup>b</sup>	fabricante
Voltagem de meia (kV)	3.2-3.3 <sup>b</sup>	fabricante
permeabilidade dielétrica estática	47	fabricante
Atividade óptica ( $\text{graus mm}^{-1}$ )	6.32 <sup>b</sup>	Ref.[8]
Comprimento de transporte (difusão) $L_D$ ( $\mu\text{m}$ )	0.23 <sup>a,b</sup>	Ref.[9]
Comprimento de drift $L_E/E$ [ $\mu\text{m}/(\text{kV/cm})$ ]	0.22 <sup>a,b</sup>	Ref.[9]
Eficiência quântica $\phi$	0.41 <sup>a,b</sup>	Ref.[9]
Coefficiente electroóptico ( $r_{41} = r_{52} = r_{63}$ ) $\text{cmV}^{-1}$	$5.17 \times 10^{-10}$ <sup>b</sup>	Ref.[10]

<sup>a</sup> Para rede principal de elétrons,

<sup>b</sup> Para o comprimento de onda  $0.633 \mu\text{m}$

**Tabela 1** - Alguns parâmetros físicos do cristal  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ .

O procedimento experimental é feito em uma sequência de passos. Primeiramente, uma rede de fase senoidal em tempo real é gerada. Então, o obturador mecânico (Fig. 4.2) isola a amostra fotorrefrativa. Abrindo o obturador mecânico para iluminar o cristal BTO com um novo padrão de interferência senoidal, usando o mesmo eixo de referência (normal ao plano de incidência), uma segunda rede de fase senoidal é produzida. De fato, após a geração da primeira rede, o espelho  $M_I$  é precisamente girado de um ângulo muito pequeno ( $\Delta\theta_B$ ), e imediatamente após, abrindo o obturador mecânico, o segundo (terceiro, quarto, quinto, etc.) padrão de interferência senoidal é projetado com uma frequência espacial levemente pequena. Neste caso,  $M_I$  foi sempre girado pelo mesmo  $\Delta\theta_B$ , produzindo um acréscimo  $\Delta k$  na frequência espacial da rede. O espelho  $M_I$  foi conectado a um suporte mecânico controlado pelo computador para fazer as rotações desejadas (calibrado por um experimento auxiliar) em ambos os sentidos, horário e anti-horário, em torno do ponto  $O$  indicado (Fig. 4.2). Finalmente, uma câmera CCD (não mostrada na figura), interfaceada a um computador compatível IBM-PC, monitora e eventualmente registra o holograma dinâmico. A análise da imagem capturada foi realizada em um computador Macintosh utilizando o software de domínio público *NIH Image*.

Os resultados obtidos estão mostrados na Fig. 4.3. Neste caso, a operação de múltiplas exposições em tempo real produzem franjas de Moiré dinâmicas. Franjas largas tipo moiré aparecem no feixe de luz difratado para cada número de superposições  $N-1$ . Na Fig. 4.3 cada padrão de moiré obtido é ilustrado com seu correspondente perfil de intensidade.

O evento físico completo ocorre aproximadamente no tempo de resposta da amostra do cristal contando com o ciclo de escrita e apagamento típico do fotorrefrativo (Fig. 4.4), quando todas as redes são geradas e superpostas no volume da amostra. O tempo total de exposição para escrever todas as redes após o primeira não

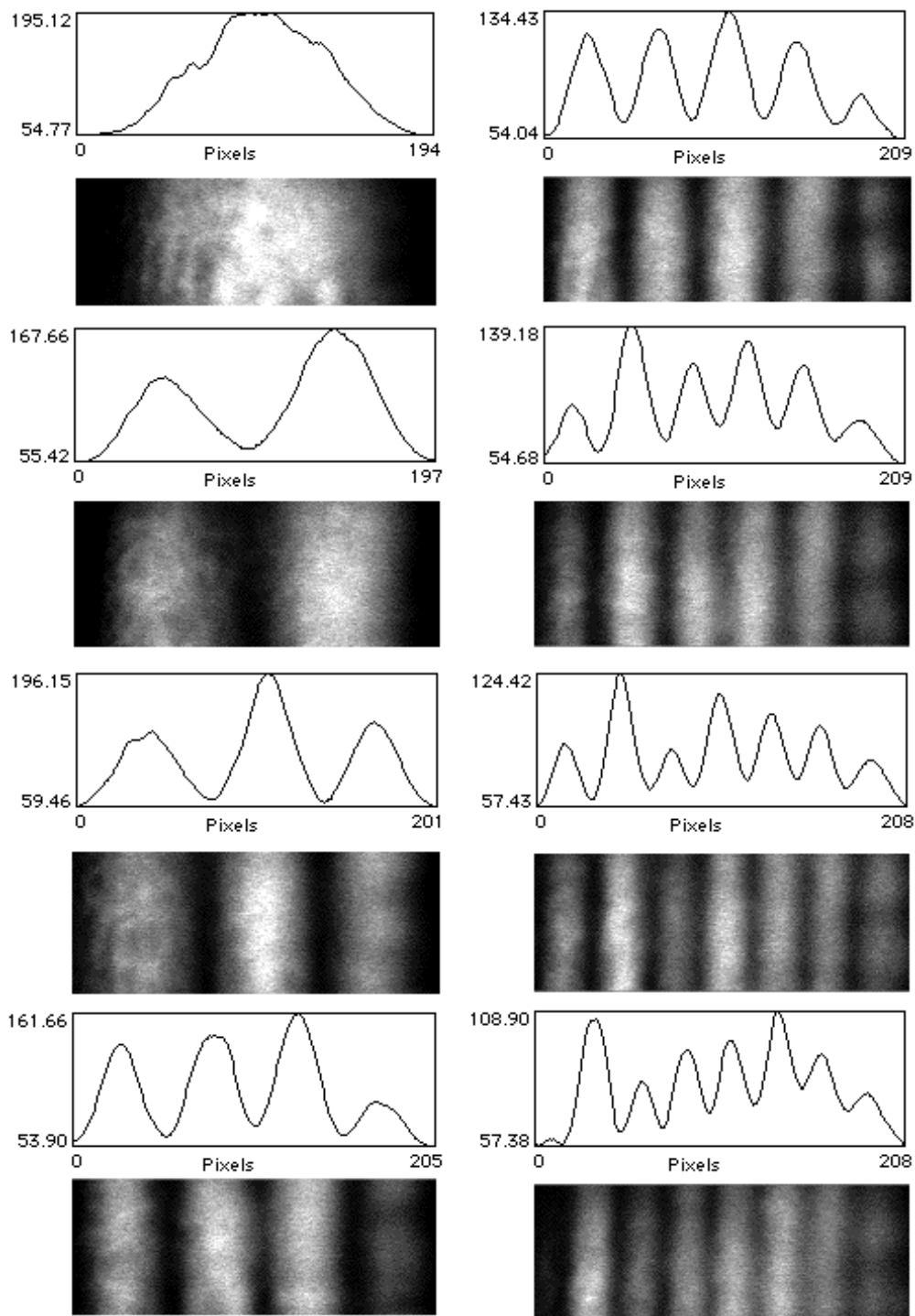


Fig. (4.3) Padrões dinâmicos de Moiré produzidos pela superposição de redes de fase senoidais. De acordo com a Eq. (4.11), os gráficos à esquerda, de cima para baixo, correspondem a  $N-1 = 1, 2, 3$  e  $4$ , respectivamente; à direita, também de cima para baixo,  $N-1 = 5, 6, 7$  e  $8$ , respectivamente;  $N-1$  é o número de superposições.



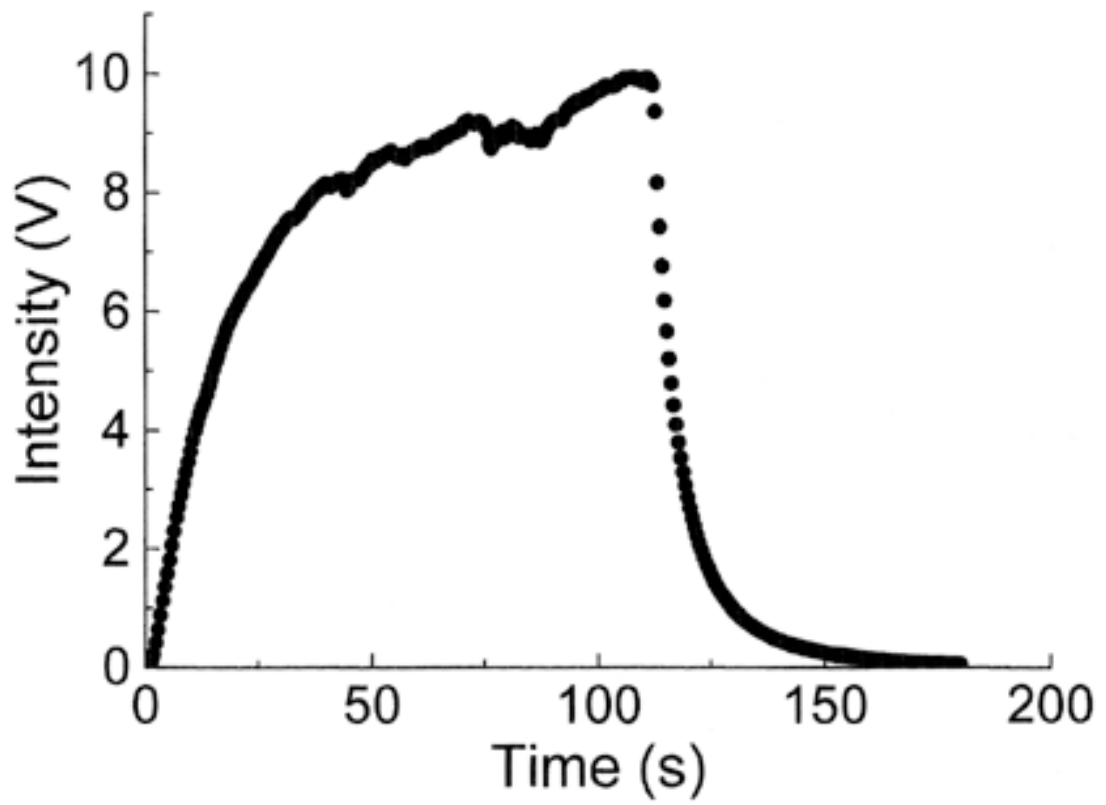


Fig. (4.4) Ciclo de escrita e apagamento de uma rede senoidal gerada na amostra do BTO no experimento.

pode ser maior que o tempo de resposta total para escrever uma rede individual (~20s). Todo o processo para obter um padrão de franjas de moiré, incluindo a geração das redes, operação dos obturadores e a captura da imagem pela camera CCD leva ~ 90s. O fotorrefrativo BTO utilizado neste trabalho tem um alto coeficiente eletro-óptico quando um laser He-Ne é utilizado; sua atividade óptica menor que as do BSO ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ) e BGO ( $\text{Bi}_{12}\text{GeO}_{20}$ ), permite o uso de uma amostra com menos de 1 cm de espessura (8 mm neste caso), sem aplicação de voltagem externa (operação apenas de difusão).

Conseqüentemente, a eficiência de difração está em torno de 5% para ângulos de incidência em torno de  $23^\circ$  (condição de Bragg altamente seletiva) gerando redes de alta frequência espacial (acima de  $1000 \text{ linhas.mm}^{-1}$ ) na configuração 2WM sem distorsão. É bem conhecido da teoria da fotorrefração clássica [11], brevemente discutida aqui, que uma configuração 2WM, com ondas planas como feixes incidentes, irá gerar, através da interação de ondas acopladas dentro do volume da amostra, redes de fase senoidal distorcidas. Isso ocorre devido a presença de harmônicos de alta ordem devido aos altos valores de taxa de modulação induzidas  $m$ . Além disso, uma rede de fase senoidal pura é obtida apenas para valores  $m \ll 1$ . Então, a geração de hamônicos de alta frequência não tem sido experimentalmente observados por nós, isto é, utilizamos a taxa de modulação da franja no padrão de interferência projetado  $M = 0,8$  e eventualmente maior. Portanto, este comportamento experimental tem nos permitido, sem perda de generalidade, utilizar a restrição  $m \ll 1$  na aproximação teórica, o que significa  $E_{sc}$ , o campo elétrico de cargas espaciais induzido pela luz, como na Eq. (3.2.3) com uma forma senoidal. Por esta razão, as equações deduzidas da Eq. (3.2.3) descrevem satisfatoriamente os resultados experimentais obtidos neste trabalho e definitivamente provam que as redes de fase senoidais puras foram geradas.

A idéia principal era demonstrar que franjas de moiré largas e espaçadas (Fig. 4.3) aparecem como uma consequência da superposição dinâmica de duas, três ou mais, redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes superpostas no volume da amostra do cristal BTO. Podemos notar que algumas propriedades holográficas ópticas já descritas nos materiais fotorrefrativos podem ser apontados no contexto físico presente, porque eles estão presentes naturalmente em nossa descrição fenomenológica. O meio holográfico dinâmico explorado tem propriedades interessantes bem descritas na literatura para materiais fotorrefrativos, mas não exatamente para o BTO; por exemplo, o limite de alta resolução na difração de Bragg anisotrópica [43], que é suficiente para gerar simultaneamente muitas redes de difração com frequências espaciais altas. Além disso, esta interação pode ser pensada como um tipo de informação cruzada (crosstalk) [44] entre hologramas multiplexados em um processo de múltiplas exposições com alta capacidade de informação envolvida. Esta combinação de características ópticas da amostra do BTO é extremamente interessante do ponto de vista físico.

De fato, o padrão de franjas aparece na luz difratada devido a modulação do índice fotorrefrativo previsto pela Eq. (4.12) e Eq. (4.13). Podemos observar que a Eq. (4.12), representando a modulação do índice, pode ser identificada como uma série de Fourier, isto é, uma síntese de Fourier holográfica do padrão de moiré, no presente caso com uma tendência de perfil “quadrada”, quando o número de redes superpostas é acrescida no processo experimental. Enfatizando estes argumentos, uma simulação numérica dos padrões de moiré feita e curvas obtidas (Fig. 4.5) mostram que os resultados experimentais estão de bom acordo com a teoria descrita neste trabalho.

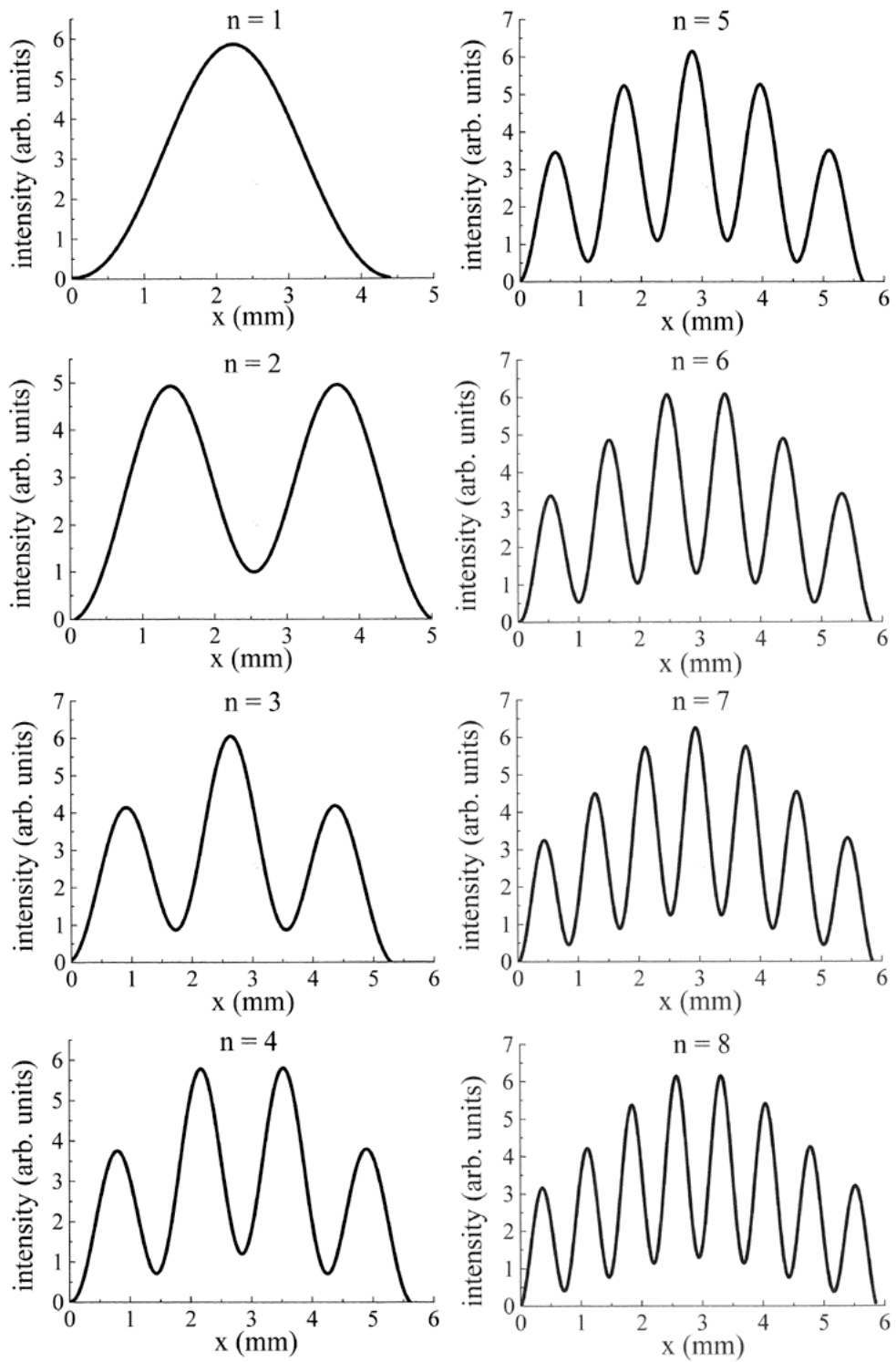


Fig. (4.5) Intensidade dos padrões de moiré calculadas da superposição de redes de fase senoidais. Foi realizada de acordo com uma simulação numérica baseada nas Eqs. (4.12) e (4.13);  $n$  é o número de superposições (equivalente ao parâmetro experimental  $N-1$  da Fig. 4).

## Capítulo 5

# CONTROLE DE FASE ENTRE PADRÕES DE MOIRÉ SECCIONADOS.

*Neste capítulo vamos descrever o descasamento de fase (phase mismatch) produzido em padrões de moiré holográficos seccionados. Estes padrões são obtidos pela superposição controlada de duas redes de fase senoidais produzidas através de um processo holográfico dinâmico. Durante o ciclo de escrita do holograma fotorrefrativo, em um processo de mistura de duas onda (2WM), metade da seção transversa do feixe de referência tem um incremento no caminho óptico, produzindo desta forma um padrão de moiré seccionado. Além disso, uma simulação numérica deste evento foi realizada afim de descrever o descasamento de fase experimental.*

Neste experimento foram gerados padrões de interferência seccionados utilizando a mesma configuração experimental do processo de síntese de Fourier. Para gerar estes padrões de moiré seccionados, uma lâmina de vidro transparente é introduzida transversalmente, cruzando o caminho óptico do feixe de escrita, mas apenas cobrindo metade do diâmetro do feixe, durante a geração do padrão de moiré (Fig. 5.1). O padrão de franjas de moiré mostra dois aspectos distintos em ambas as partes. Na metade não obstruída (padrão de franjas 1 na Fig. 5.1), um padrão de franjas uniforme é obtido e descrito pela Eq. (3.2.6), mas na outra metade (padrão de franjas 2 na Fig. 5.1), o padrão de franjas de moiré correspondente tem um deslocamento de fase  $\Delta\phi$  (devido a amostra de lâmina de vidro girada por um pequeno ângulo) que aparece na expressão

$$\eta = 2\eta_0 [1 + \cos(2k_g^m x + \Delta\phi)]. \quad (5.1)$$

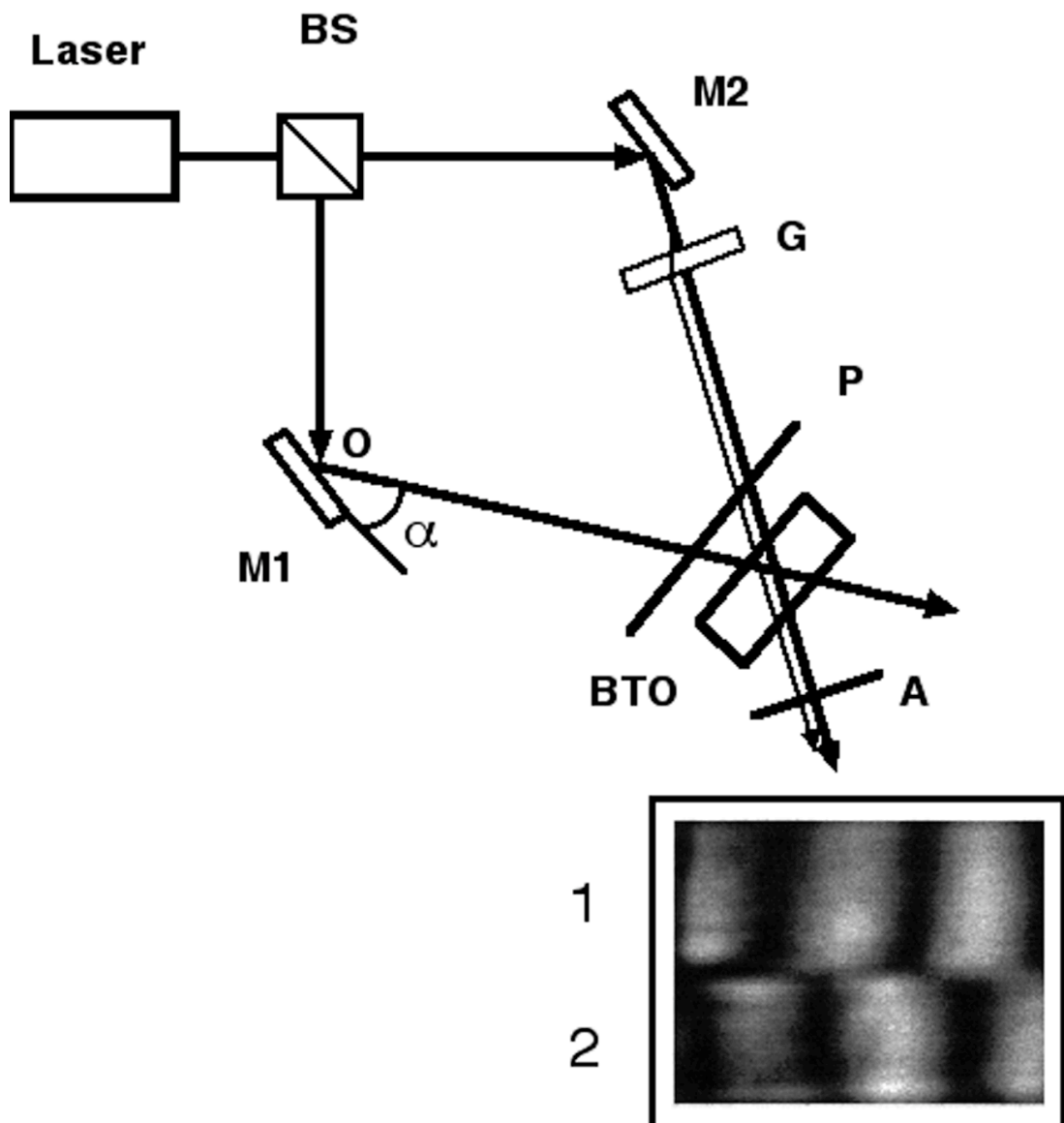


Fig. (5.1) Montagem experimental. O espelho M1 é eletronicamente controlado para produzir pequenas rotações  $\alpha$  em torno do eixo O. G é uma lâmina de vidro fina e transparente. Está localizada de modo a interceptar apenas na metade de baixo do feixe emergindo de M2. A linha mais fina representa a metade da intensidade do feixe que cruza G. a linha mais forte representa a metade da intensidade do feixe que não cruza G. O padrão de franjas 1 foi da pela metade do feixe não obstruído como referência. O padrão de franjas 2 foi obtido da metade obstruída do feixe obstruído, como feixe de referência, e tem um descasamento de fase devido a lâmina de vidro (filme fino) girado de um pequeno ângulo.

Um dos resultados experimentais típicos obtidos é mostrado na Fig. 5.2, onde a imagem de um padrão de franjas de moiré está seccionado em duas partes, com um descasamento de fase  $\Delta\phi$  entre eles; seus respectivos perfis são mostrados também abaixo na mesma figura. Um conjunto completo de medidas com todas as rotações possíveis produzem 20 valores. Nós obtivemos muitos deles, um típico está ilustrado na Fig. 5.3. Portanto, uma operação de dupla exposição em tempo real é capaz de produzir as franjas de moiré dinâmicas na Fig. 5.2. Primeiramente, uma rede de fase senoidal em tempo real é gerada; então, um obturador manual (não mostrado na Fig. 5.1) isola a amostra fotorrefrativa, neste momento, a lâmina G é girada por um ângulo  $\theta_i$  (ver Fig. 5.4). Abrindo o obturador para iluminar o cristal BTO com um novo padrão de interferência senoidal, o segundo padrão é produzido, relativo ao mesmo eixo de referência (normal ao plano de incidência).

Após gerada a primeira rede, o espelho M1 é precisamente girado por um pequeno ângulo  $\alpha$ , e então, abrindo o obturador, o segundo padrão de interferência senoidal é projetado com uma frequência espacial levemente pequena, a larga e típica franja de moiré aparece seccionada ao observar o feixe de luz difratado, apresentando um descasamento de fase  $\Delta\phi$  como ilustrado na Fig. 5.2.

Utilizando uma lâmina de vidro com índice de refração  $\eta = 1,50$  e espessura  $t = 125 \mu\text{m}$  como valor nominal dado pelo fabricante, girado por  $\theta_i = 6^\circ$ , um deslocamento no feixe  $e = 10 \mu\text{m}$  é produzido; isto corresponde, após a formação do padrão de moiré, a um padrão de franja seccionado em duas partes, com descasamento de fase  $\Delta\phi = 1,035\pi$ . Este descasamento de fase foi medido do perfil do padrão de franjas abaixo na Fig. 5.2. Este valor de fase experimental está na Fig. 5.3(a) na curva indicada por  $\blacktriangle$ . O evento

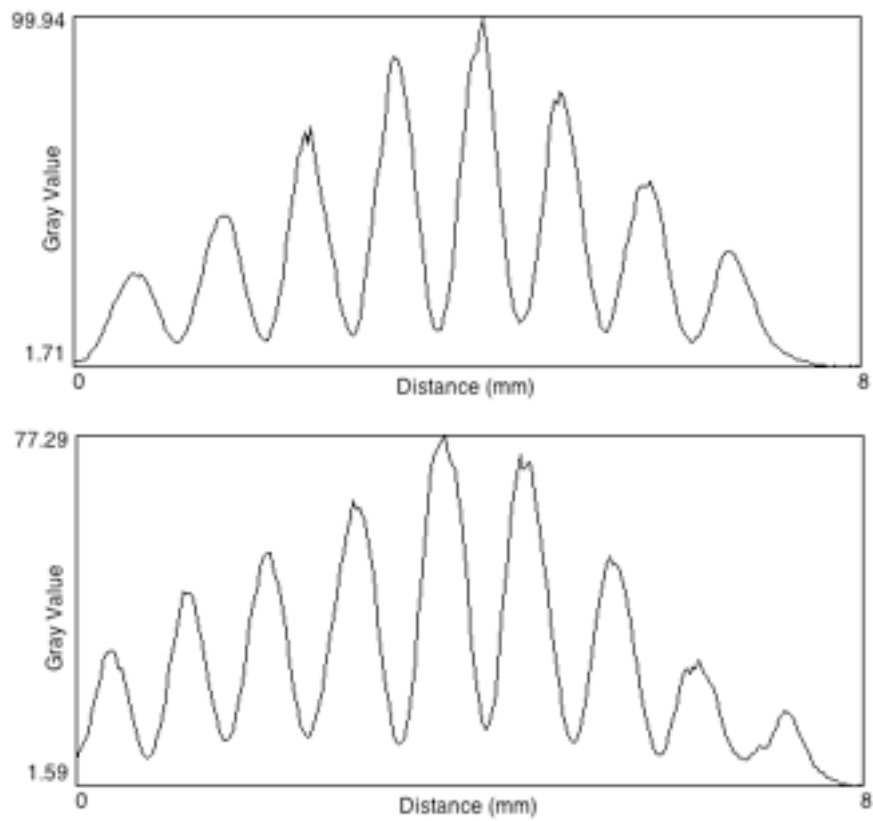
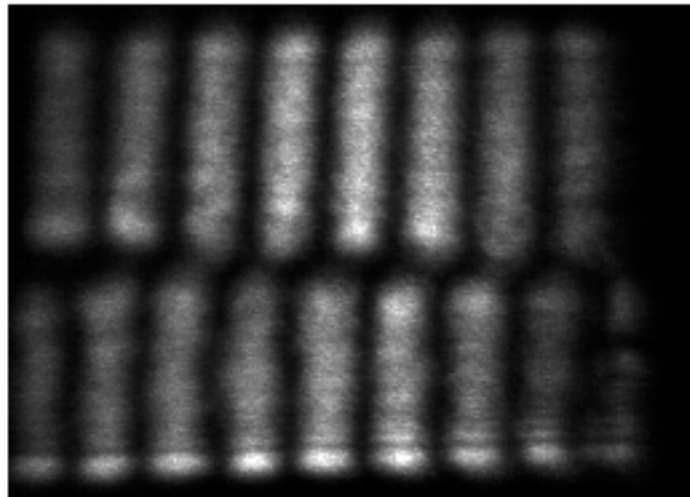


Fig. (5.2) Resultados experimentais. Nesta figura um padrão de franjas de moiré seccionadas em duas partes com descasamento de fase (phase mismatch)  $\Delta\phi$  entre eles (acima) e seus perfis (abaixo).



físico completo ocorre aproximadamente durante o tempo de resposta do material fotorrefrativo, quando ambas as redes são geradas e superpostas no volume da amostra. Este tempo de resposta é de ~5s e todo o processo - para obter um padrão de franjas de moiré, incluindo a geração das redes, operação dos obturadores e a captura da imagem pela câmera CCD - leva ~ 10s.

A fim de descrever o um descasamento de fase experimental  $\Delta\phi$  obtido, foi feita uma simulação numérica deste evento utilizando a equação

$$\Delta\phi = \frac{2\pi t}{\lambda} \left[ \eta \left( \frac{1}{\cos\theta_r} - 1 \right) + 1 - \frac{\cos(\theta_i - \theta_r)}{\cos\theta_r} \right], \quad (5.2)$$

deduzida do conceito clássico do caminho óptico [41] e baseado na Fig. 5.4. Nesta expressão,  $\theta_r$  é o ângulo de refração. As curvas ajustadas obtidas, utilizando os valores nominais para a lâmina de vidro utilizada, estão na Fig. (5.3) e mostra que os resultados experimentais estão de acordo com o resultado descrito pela Eq. (5.2). Podemos observar duas curvas separadas em cada gráfico igualmente espaçadas entre si. Este fato denota a existência de uma diferença de fase fixa entre os dados obtidos para cada conjunto de curvas, isto ocorre devido ao fato de que o ângulo de rotação do espelho móvel no sentido horário é levemente diferente do ângulo de rotação no sentido anti horário, levando em conta que giramos o espelho com a mesma quantidade de passos. Isto, em resumo, se deve a um problema mecânico no conjunto parafuso-mola do espelho movél que não gira igualmente a favor ou contra os ponteiros do relógio. Como esta diferença é fixa, introduz uma diferença de fase adicional que é a mesma em ambos os diagramas e que não atrapalha a interpretação física do processo.

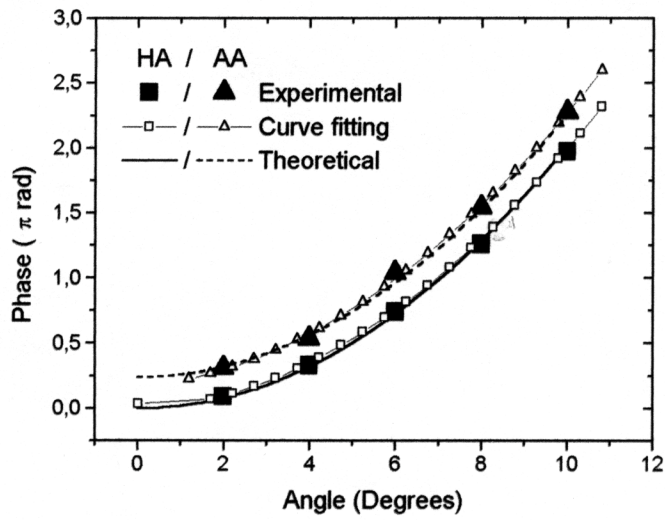
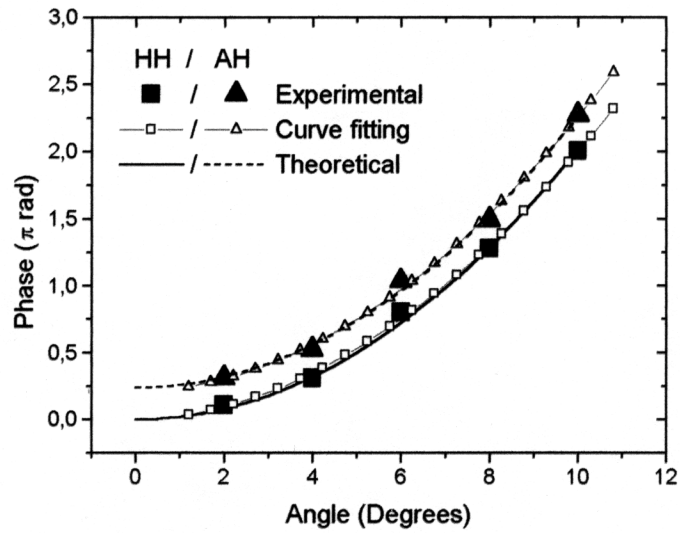


Fig. (5.3) Resultados do phase mismatch. Em (a) a curva  $\blacksquare$  representa o espelho e a lâmina girando no sentido horário (HH); a curva  $\blacktriangle$  representa o espelho girando no sentido anti-horário e a lâmina girando no sentido horário (AH). Em (b) a curva  $\blacksquare$  representa o espelho e a lâmina girando no sentido horário (HH) e a lâmina girando no sentido anti-horário (HA); a curva  $\blacktriangle$  representa o espelho e a lâmina girando no sentido anti-horário (AA).

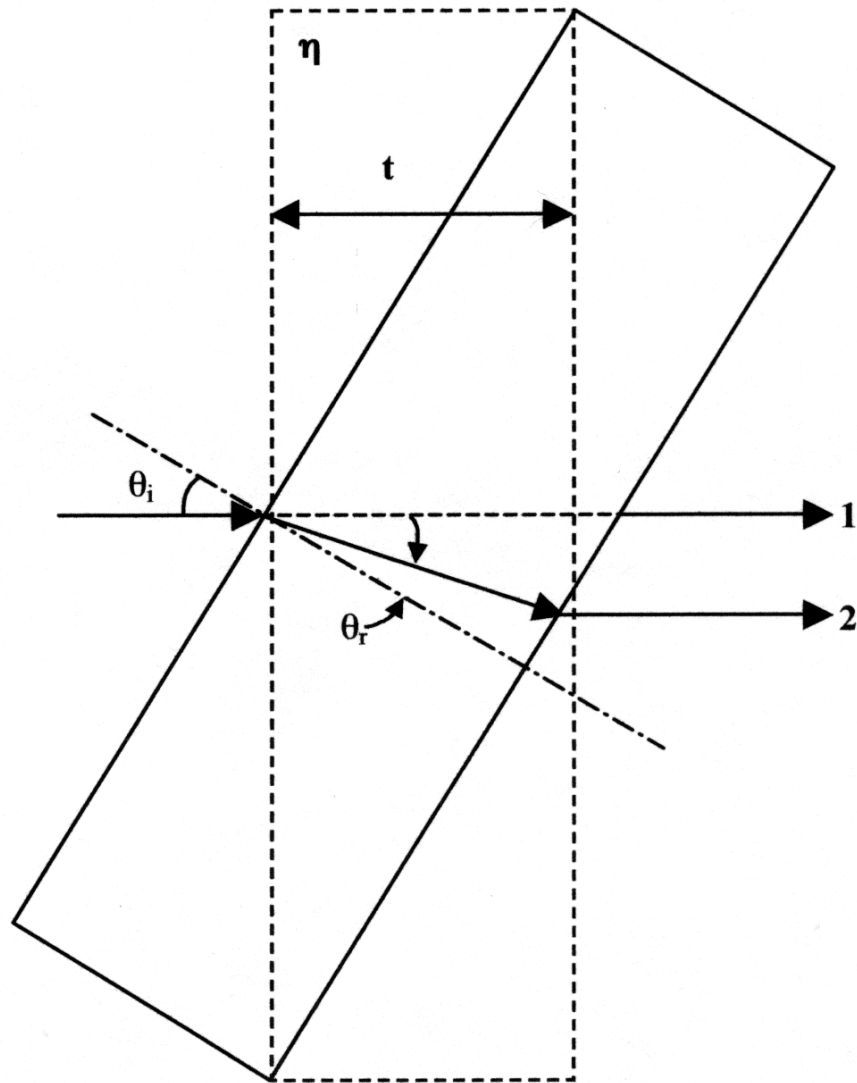


Fig. (5.4) Esquema da lâmina de vidro transparente com rotação;  $t$  é a espessura da lâmina de vidro,  $\eta$  o índice de refração do vidro,  $\theta_i$  o ângulo incidente e  $\theta_r$  o ângulo refratado.

É possível determinar a espessura da lâmina de vidro diretamente, utilizando o um descasamento de fase experimental  $\Delta\phi$  da Eq. (5.2), com a expressão

$$t = \frac{\Delta\phi \lambda}{2\pi} \left[ \eta \left( \frac{1}{\cos\theta_r} - 1 \right) + 1 - \frac{\cos(\theta_i - \theta_r)}{\cos\theta_r} \right]^{-1}. \quad (5.3)$$

Calculamos  $t$  utilizando todos os valores  $\Delta\phi$  experimentais utilizados nas curvas da Fig. 5.3. Foi encontrado que a espessura  $t = 123,8 \pm 0,5 \mu\text{m}$ , que é aproximadamente o valor nominal  $125 \mu\text{m}$  dado pelo fabricante. Este resultado tem uma ordem de grandeza de precisão a mais do que nossa variação utilizando um interferômetro de Michelson em uma aproximação descrita na referência [45]. Além disso, com estes resultados concluímos que nossa proposta experimental é uma boa ferramenta metrologica e está de acordo com a simples descrição teórica apresentada na Eq. (5.2).

Neste trabalho, padrões de interferência seccionados com um descasamento de fase (phase mismatch) foram obtidos da superposição de duas redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes e alta frequência espacial. O processo descrito envolve uma lâmina de vidro fina (ou eventualmente um substrato de vidro com um filme fino depositado, que é transversalmente introduzido, cruzando parte do caminho óptico de um dos feixes de escrita, mas apenas cobrindo metade do diâmetro do feixe. Como consequência padrões de franjas de moiré mostram dois aspectos distintos. Na metade não obstruída, um padrão de franjas não uniforme é obtido e na outra metade, o padrão de franjas de moiré correspondente tem um descasamento de fase (phase mismatch) correspondendo à lâmina de vidro (ou eventualmente um filme fino) transversalmente girada e localizado em frente à metade do feixe de escrita. Além disso, uma simulação numérica foi realizada com o objetivo de descrever o descasamento de fase (phase mismatch) experimental obtido.

# CONCLUSÕES

O objetivo principal desta tese foi a geração e controle de padrões de franjas de moiré a partir da superposição de redes senoidais dinâmicas. Este efeito interferométrico é obtido com redes senoidais de alta frequência espacial em dois experimentos distintos realizados utilizando um cristal  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO). Em ambos, superposições controladas de redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes foram realizadas por um processo holográfico dinâmico, que foi utilizado em processo de mistura de duas ondas (2WM) em regime apenas de difusão.

No primeiro experimento, o objetivo era demonstrar que franjas de moiré largas e espaçadas aparecem como uma consequência da superposição dinâmica controlada experimentalmente de muitas redes de fase senoidais. Estas redes de frequências espaciais levemente diferentes são superpostas no volume da amostra do cristal BTO e produzem aquelas franjas típicas do padrão de moiré e são devidas a luz difratada a partir da modulação do índice de refração resultante, previsto por um modelo físico simples desenvolvido. Também é previsto que os padrões de franja de moiré observados são produzidos como uma síntese de Fourier holográfica, a partir da interferência bem conhecida de duas ou mais ondas viajando com frequências próximas; contudo, neste caso é devido à superposição dinâmica de redes de fase senoidais no volume do cristal fotorrefrativo  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ .

Podemos concluir então, que neste trabalho dedicamos atenção para a descrição de um sistema holográfico em tempo real, utilizando e explorando as propriedades ópticas fotorrefractivas do cristal BTO, que resulta na capacidade de sintetizar um perfil de Fourier óptico em um padrão de interferência de moiré dinâmico. Além disso, não

existe dúvida de que o sistema desenvolvido tem alto potencial também do ponto de vista de aplicação. Então, este procedimento experimental pode ser indicado para medir, com bom grau de precisão, pequenos deslocamentos em sistemas optomecânicos. Também nos permite uma avaliação das próprias redes superpostas com variações de alta frequência espacial. Trata-se de uma técnica promissora para possíveis aplicações metrológicas envolvendo pequenos deslocamentos ou monitorando medidas de ângulo. Estamos também interessados em concentrar esforços para aperfeiçoar nossos conhecimentos neste assunto, incluindo a perspectiva de aplicar os procedimentos descritos e desenvolvidos em outros contextos físicos pertinentes.

No segundo experimento, tínhamos como objetivo medir o índice de refração ou espessura de uma lâmina de vidro e comparar com a espessura nominal fornecida pela fabricante ( $125\mu\text{m}$ ). Para isso duas redes de fase senoidais com frequências espaciais levemente diferentes e alta frequência espacial foram superpostas numa amostra de cristais BTO. Devido a introdução de uma lâmina de vidro fina (ou eventualmente um substrato de vidro com um filme fino depositado) transversalmente, cruzando parte do caminho óptico de um dos feixes de escrita, mas apenas cobrindo metade do diâmetro do feixe, padrões de franjas de moiré mostraram dois aspectos distintos com um descasamento de fase (phase mismatch) entre  $\Delta\phi$ . Com o objetivo de compararmos o valor deste descasamento de fase (phase mismatch) com o valor experimental obtido uma simulação numérica foi realizada (Eq.5.2) com o objetivo de descrever o descasamento de fase (phase mismatch) experimental obtido. Através deste  $\Delta\phi$  foi calculado o valor da espessura da lâmina  $t = 123.8 \pm 0,5 \mu\text{m}$  que é aproximadamente o valor nominal dado pelo fabricante. Este resultado tem uma ordem de grandeza a mais em precisão se comparamos com o resultado obtido utilizando um interferômetro de Michelson. Através

destes resultados concluímos que nossa proposta experimental é uma boa ferramenta metrologica e está de acordo com a descrição teórica apresentada na Eq. (5.2).

A técnica de descasamento de fase descrita, pode ser útil para uma análise de variação de espessura ao longo da superfície de um filme fino. Entretanto, esta proposta não deve ser um procedimento experimental que substitua completamente procedimentos de monitoramento óptico tradicional, como por exemplo, as arquiteturas ópticas de Michelson e Mach-Zehnder. A grande potencialidade como processo holográfico óptico não destrutivo ocorre com relevância nos casos em que alguém está interessado em dados experimentais obtidos dinamicamente da análise holográficas interferométricas e, além disso, com mais resolução espacial.

Basicamente, descrevemos um sistema de medidas holográficas dinâmicas realizado com fotorrefrativos. O sistema pode ser visto objetivamente como um sistema de análise topologica complementar para filmes finos depositados em substratos de vidro. Uma análise e otimização comparativa mais completa, para transformar o procedimento proposto em um processo de monitoramento interferométrico holográfico padrão, demandará mais investigações e, em nossa opinião, está fora do escopo do trabalho de tese.

Os materiais fotorrefrativos, apesar de serem considerados um elegante meio holográfico em tempo real, tem recebido muitas críticas, muitas delas relacionadas a sua baixa performance quanto a possível utilização em produtos industriais, para aplicações em testes de rotina em laboratórios ou em novas tecnologias. Ao contrário, com o grande avanço em elementos micro-ópticomecânicos, componentes eletrônicos rápidos e miniaturizados e fibras ópticas de boa qualidade como condutores ópticos, esta situação está sendo modificada drasticamente. Os sistemas micro-eleto-ópticos (MEOS) pequenos e compactos, que estão chamando a atenção em diferentes tipos de aplicação,

ajudam a ilustrar uma tendência tecnológica interessante. Em particular, um bom exemplo é um micro-interferômetro Mach-Zehnder integrado em  $\text{LiNbO}_3$ , um material óptico bem conhecido com propriedades fotorrefrativas já mencionado nesta tese. Esta é uma boa ilustração para o grande avanço na ciência de materiais na categoria de desenvolvimento de dispositivos padrão para novas aplicações, eventualmente envolvendo fotorrefrativos.

Podemos concluir então, que a geração e controle de descasamento de fase experimental demonstrados neste trabalho, utilizando holografia dinâmica com um fotorrefrativo, exibe potencialidade para se tornar útil em óptica básica e em aplicações científica e tecnológicas.

Ambas as técnicas descritas nesta tese são promissoras para possíveis aplicações metrológicas e futuramente pretendemos aplicá-las na área de optomecânica, um segmento importante da Engenharia Mecânica atual.



# Apêndice A

## O EFEITO FOTORREFRATIVO DETALHADO

Um padrão de luz incidente na amostra excita os doadores ionizados e elétrons. Devido a difusão de elétrons, a amplitude espacial da densidade destes portadores é reduzida quando comparada com a amplitude espacial da densidade de doadores ionizados. Esta diferença de amplitude origina uma distribuição de cargas espaciais moduladas em fase com a intensidade de luz no volume da amostra. O resultado é uma distribuição do campo elétrico  $E_{SC}$  deslocado de 1/4 do período da rede ( $\Lambda$ ) com a intensidade de luz como indicado na Fig. (A.1).

Como nossas amostras foram utilizadas apenas no mecanismo de difusão, toda a teoria será descrita apenas do ponto de vista deste mecanismo, utilizando o modelo de transporte de bandas de Kukhtarev e colaboradores [11].

O processo de uma rede holográfica senoidal tem início com a incidência de duas ondas planas provenientes de uma fonte de luz coerente,  $R$  e  $S$  linearmente polarizadas (Fig. 2.1). Nas regiões do volume onde estas ondas se interpenetram, é gerado um padrão de interferência

$$I(x) = I_o [1 + m \cos(k_g x)].$$

(A.1)

Onde

$$\begin{aligned} I_o &= I_R + I_S, \\ m &= 2(I_R I_S)^{1/2} / (I_R + I_S), \\ k_g &= 2\pi / \Lambda, \end{aligned}$$

(A.2)

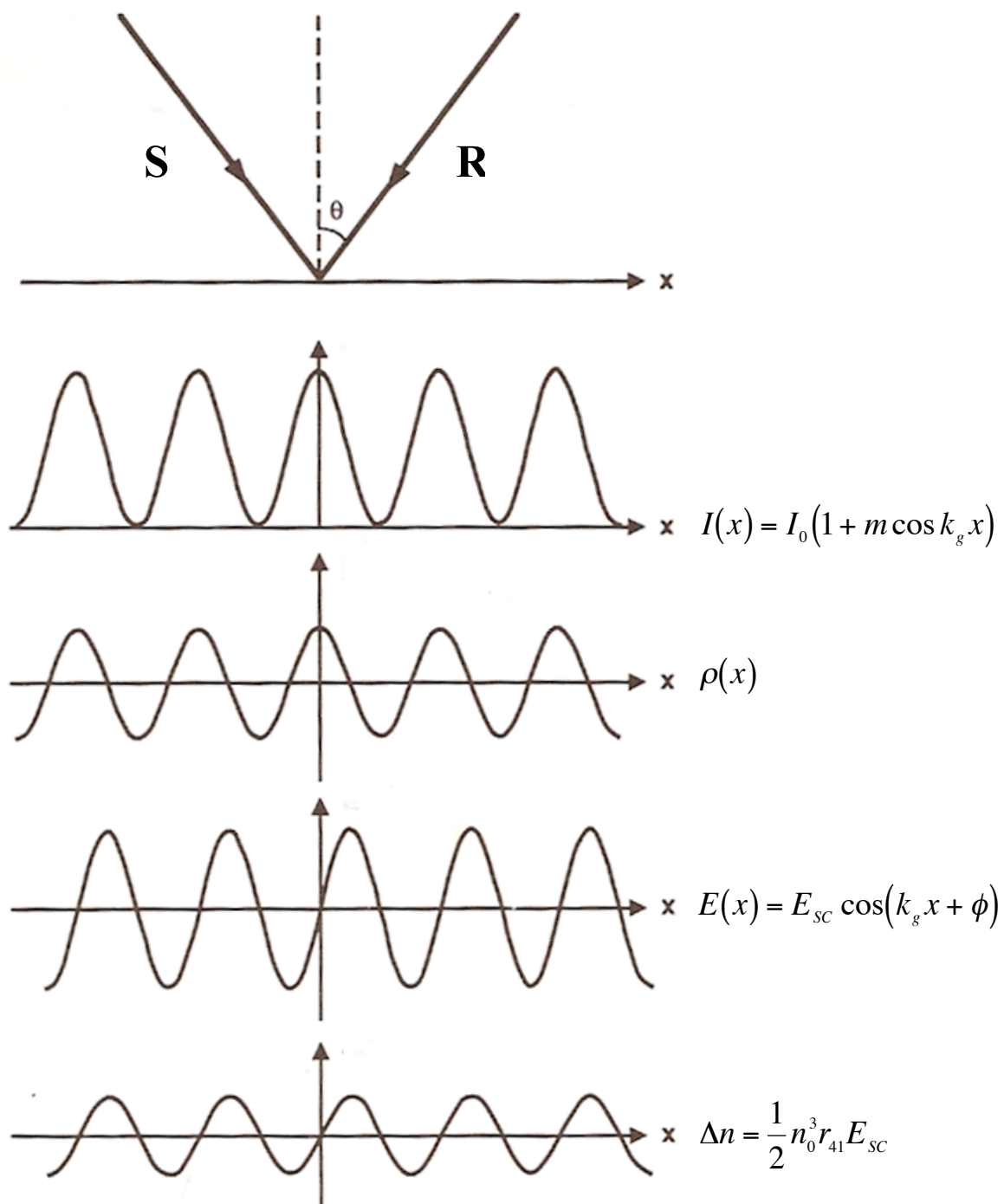


Fig. (A.1) Redistribuição de cargas espaciais e formação do campo  $E_{SC}$  por difusão.

sendo  $I_o$  a irradiância total incidente,  $m$  a taxa de modulação e  $\Lambda$  o espaçamento entre as franjas.

Os hologramas num meio em volume são caracterizados pela condição de Bragg da difração da luz durante a leitura. Da condição de Bragg

$$2 \Lambda \text{sen}(\theta_B) = \lambda, \quad (\text{A.3})$$

podemos obter, a partir da eq. (2.2.2)

$$k_g = 2 \left( \frac{2\pi}{\lambda} \right) \text{sen}(\theta_B), \quad (\text{A.4})$$

que é uma combinação específica do plano de reconstrução do comprimento de onda da luz ( $\lambda$ ), do ângulo de incidência ( $\theta_B$ ) e da frequência espacial da rede ( $k_g$ ). A eq. (A.4) pode ser expressa também da forma vetorial

$$\mathbf{k}_S = \mathbf{k}_R \pm \mathbf{k}_g \quad (\text{A.5})$$

Aqui  $\mathbf{k}_S$  e  $\mathbf{k}_R$  são os vetores de onda do plano de reconstrução (referência) e reconstitutor (sinal) de ondas, e o vetor  $\mathbf{k}_g$  ( $|\mathbf{k}_g| = k_g$ ) da rede senoidal simples é assumido como ortogonal à rede formada.

Segundo o modelo de bandas, devido à fotocondutividade os portadores de carga são excitados do nível dos doadores para a banda de condução, conforme indicado na Fig. (A.2), a partir da incidência de luz não uniforme. Os elétrons migram através de difusão em direção às regiões mais escuras do cristal onde são recapturados. Esta separação de cargas resultante é modulada espacialmente pelo padrão de luz e dá origem ao campo elétrico de cargas espaciais. A geração de redes holográficas fotorrefrativas em cristais paraelétricos da família dos selenetos, tais como BSO, BGO e BTO, deve-se a formação

do campo elétrico das cargas espaciais,  $E_{SC}(x)$  no volume da amostra, produzido pela captura de cargas elétricas em um nível profundo de defeito, pois estes materiais são fotorrefrativos por defeito na rede cristalina (vacância).

Utilizando a amostra de BTO nas condições usuais de escrita de hologramas dinâmicos (Fig. (2.2)), ou seja, com o vetor da rede  $k_g$  perpendicular ao eixo cristalográfico  $\langle 001 \rangle$ , o campo elétrico de cargas espaciais pode ser calculado a partir das equações do modelo de transporte de bandas de Kukhtarev [11]. As equações básicas do modelo são:

$$(A.6) \quad \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} - \nabla \cdot \frac{\vec{j}}{e},$$

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = sI(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+, \quad (A.7)$$

$$(A.8) \quad \vec{j} = e\mu n \vec{E} + \mu k_B T \frac{\partial n}{\partial t},$$

$$(A.9) \quad \nabla \cdot \vec{E} = -\frac{4\pi e}{\epsilon} (n + N_A),$$

onde  $n$  é a densidade de portadores de cargas livres,  $N_D^+$  é a densidade de doadores ionizados,  $N_A$  é a densidade de aceitadores com pensativos imóveis,  $sI$  é a taxa de probabilidade de fotoexcitação,  $\gamma_R$  é a constante de recombinação,  $\vec{j}$  é a densidade de corrente eletrônica,  $E = E_{SC}$  é o campo elétrico de cargas espaciais,  $\mu$  é a mobilidade,  $e$  é a carga dos portadores,  $\epsilon$  é a constante dielétrica (para o BTO  $\epsilon=47$ ),  $k_B$  é a constante de Boltzmann e  $T$  é a temperatura absoluta.

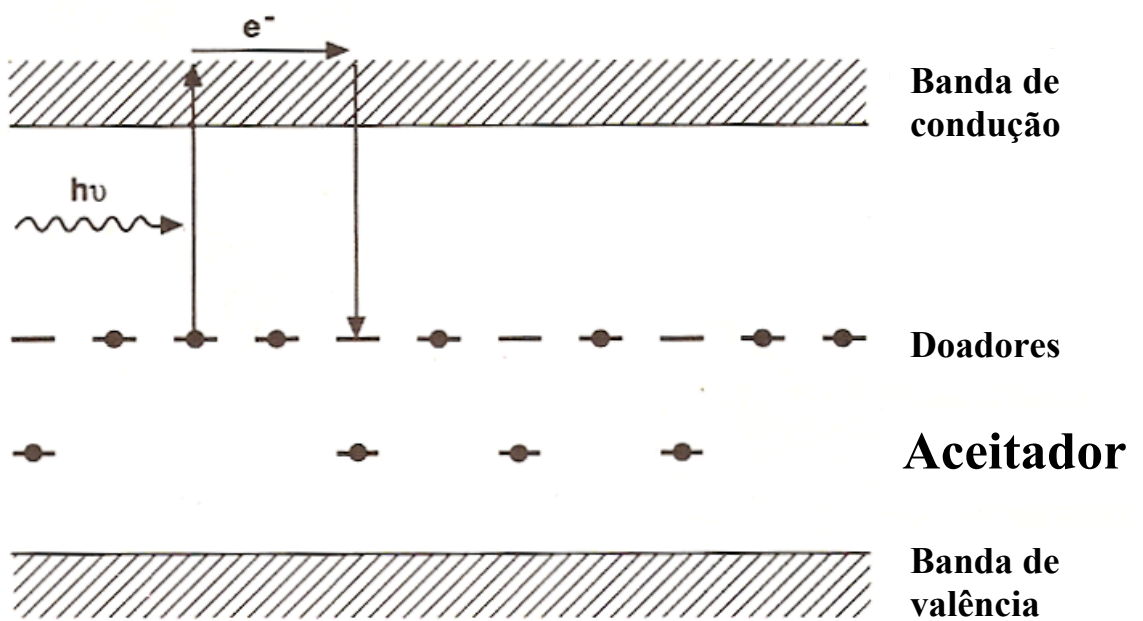


Fig. (A.2) Modelo de transporte de bandas.

Este conjunto de equações descrevem: a evolução das densidades de portadores de doadores ionizados, Eq. (A.6). Esta é basicamente uma equação de continuidade para portadores de cargas móveis na banda de condução. A eq. (A.7) descreve a continuidade para os doadores imóveis. A Eq. (A.8) descreve a densidade de corrente total, levando em conta apenas o mecanismo de difusão e finalmente a Eq. (A.9) fornece a conexão entre o campo elétrico de cargas espaciais com a densidade de carga induzida, através da Lei de Gauss.

A Eq. (A.7) pode ser escrita da forma simplificada

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = G - R \quad (\text{A.10})$$

onde  $G$  que é a taxa de geração de portadores livres e  $R$  que é a taxa de recombinação de portadores livres são dados por:

$$G = p(sI + \beta)(N_D - N_D^+) \quad (\text{A.11})$$

$$R = \gamma_R n N_D^+ \quad (\text{A.12})$$

onde  $\beta$  é a taxa de probabilidade por excitação térmica e  $p$  é a probabilidade de um estado da banda ser ocupado ( $p=1$ ) que é a taxa de ionização. Temos então que a taxa de geração, Eq. (A.11), é linearmente proporcional ao número de doadores ocupados, e a taxa de recombinação, Eq. (A.12), é linearmente proporcional ao número de elétrons livres, ao número de armadilhas vazias, e a probabilidade de uma armadilha (trap) estar vazia.

O campo elétrico de cargas espaciais é obtido então das Eq. (A.6) – (A.9) que podemos escrever da forma:

$$j(x,t) = e\mu n E_{sc}(x,t) + eD \frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \quad (\text{A.13})$$

onde  $eD = \mu k_B T$ , e  $D$  é o coeficiente de difusão,

$$\frac{\partial n(x,t)}{\partial t} = G - R + \frac{1}{e} \frac{\partial j(x,t)}{\partial x} \quad (\text{A.14})$$

$$\nabla \cdot \varepsilon \vec{E} = \rho(x) = e(n + N_A - N_D^+) \quad (\text{A.15})$$

sendo  $\rho(x)$  a densidade de cargas. Utilizando a equação de continuidade entre carga espacial e corrente

$$e \frac{\partial}{\partial t} (N_D^+ - n - N_A) + \nabla j = 0 \quad (\text{A.16})$$

Sob uma iluminação senoidal e para o campo elétrico de cargas espaciais em estado estacionário, ou seja,

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_D^+}{\partial t} &\cong 0 \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

fornece uma não variação da densidade de corrente, então da Eq. (A.16)

$$\frac{\partial j}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.18})$$

Com esse resultado e substituindo os valores de  $G$  e  $R$  na Eq. (A.14), obtemos para uma iluminação senoidal:

$$n(x) = N_D + \tau g(x) = (N_D + \tau g_o) (1 + m \cos(k_s x)) \quad (\text{A.19})$$

onde  $\tau$  é o tempo de vida dos portadores, definido como  $\tau = 1/(\gamma_r N_D^+) = 1/(\gamma_r N_A)$  para  $N_D \approx N_A$  (geração e recombinação lineares) e  $g(x) = g_o I(x)/I$  é ataxa de geração, onde

$g_o = sI_o N_d$ . A partir desse resultado, podemos calcular o campo elétrico de cargas espaciais das Eq. (A.13) e (A.19), chegando dessa forma a

$$E(x) = E_{sc} \text{sen}(k_g x), \quad (\text{A.20})$$

ou reescrevendo da forma utilizada nesta tese

$$E(x) = E_{sc} \cos(k_g x + \phi), \quad (\text{A.21})$$

onde  $\phi = \pi/2$ , ver Fig. (2.2.4) e  $E_{sc} = mE_d$ , sendo  $E_d = k_g D/\mu$ , é a amplitude de campo elétrico dominada pelo processo de difusão, e  $D$  é o coeficiente de difusão. Embora haja outras possibilidades para o mecanismo de transferência de carga, este resultado é o indicado para os cálculos que se seguem, uma vez que não utilizamos campo elétrico externo.

A partir do campo elétrico de cargas espaciais, a rede de fase em volume é gerada via efeito eletroóptico linear. Este efeito descreve as modificações no índice de refração do meio, quando sobre ele atua um campo elétrico. Estas modificações dependem linearmente do campo elétrico aplicado e têm a seguinte forma [28]:

$$\Delta n_i = -\frac{1}{2} n_o^3 r_{ij} E_j \quad (\text{A.22})$$

onde  $n_o$  é o índice de refração isotrópico do cristal,  $E_j$  é a componente do campo elétrico, e  $r_{ij}$  é o elemento de tensor eletroóptico.

Os cristais cúbicos tais como BSO, BGO e BTO, exibem anisotropia [26] em relação a polarização dos feixes transmitido e difratado. Dependendo da direção do campo elétrico aplicado ou induzido em relação aos seus eixos cristalográficos estas polarizações podem ser modificadas. Neste caso o campo induzido pelas cargas espaciais



se encontra ao longo da direção  $\langle 110 \rangle$  como ilustrado na Fig. (2.2) e os eixos de propagação são induzidos com modulações no índice de refração dadas por [26]

$$\left. \begin{aligned} \Delta n_{x'} &= \frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_{sc} \\ \Delta n_{y'} &= -\frac{1}{2} n_o^3 r_{41} E_{sc} \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.23})$$

e portanto, a rede de fase gerada no volume do cristal é devido a seguinte modulação de índice resultante [26], de acordo com a Eq. (2.2.5)

$$\Delta n = n_o^3 r_{41} E_{sc}(x) = n_o^3 r_{41} m E_{sc}(x) \cos(k_g x + \phi). \quad (\text{A.24})$$

As relações de fase entre as principais grandezas do modelo estão esquematizadas na Fig. (A.2).

Os cristais fotorrefrativos da família dos selenetos são isotrópicos na ausência de campo elétrico. Sob incidência de um padrão de luz não uniforme, surge no interior da amostra o campo elétrico  $E_{sc}(x)$ , capaz de gerar uma anisotropia no cristal via efeito eletroóptico linear. Na ausência de campo elétrico, a indicatriz óptica destes cristais tem a forma [28]

$$\frac{1}{n_o^2} [x_1^2 + x_2^2 + x_3^2] = 1 \quad (\text{A.25})$$

onde  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$  são os eixos cristalográficos do cristal (Fig. (2.2)).

De um modo geral, com a aplicação de um campo elétrico, a indicatriz óptica pode ser representada por

$$\frac{1}{n_o^2} [x_1^2 + x_2^2 + x_3^2] + 2r_{41} E_1 x_2 x_3 + 2r_{41} E_2 x_1 x_3 + 2r_{41} E_3 x_1 x_2 = 1, \quad (\text{A.26})$$

onde  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$  são as componentes do campo elétrico na direção dos eixos  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , respectivamente.

Se considerarmos o sistema de eixos  $x$ ,  $y$ , e  $z$  na Fig. (2.2) e a componente do campo na direção  $z$  nulo, a indicatriz óptica se reduz a

$$\frac{1}{n_o^2}[x + y + z] + 2r_{41}E_x yx + 2r_{41}E_y(x^2 - z^2) = 1. \quad (\text{A.27})$$

No caso da amostra apenas em regime de difusão, o único campo que atua sobre o cristal é o campo  $E_{sc}(x)$  na direção do eixo  $x$  e, portanto, a indicatriz óptica toma a seguinte forma

$$\frac{1}{n_o^2}[x + y + z] + 2r_{41}E_{sc}(x)yx = 1, \quad (\text{A.28})$$

cujos coeficientes podem ser escritos na forma matricial

$$\frac{1}{n^2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{n_o^2} & r_{41}E_{sc}(x) & 0 \\ r_{41}E_{sc}(x) & \frac{1}{n_o^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{n_o^2} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.29})$$

Diagonalizando esta matriz, a indicatriz do sistema de eixos principais  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$  pode ser representada por

$$\left[ \frac{1}{n_o^2} - r_{41}E_{sc}(x) \right] x'^2 + \left[ \frac{1}{n_o^2} - r_{41}E_{sc}(x) \right] y'^2 + \left[ \frac{1}{n_o^2} - r_{41}E_{sc}(x) \right] z'^2 = 1 \quad (\text{A.30})$$

ou

$$(x \otimes n_{x \otimes})^2 + (y \otimes n_{y \otimes})^2 + (z \otimes n_{z \otimes})^2 = 1, \quad (\text{A.31})$$

onde

$$\left. \begin{aligned} n_{x'} &= \sqrt{n_o [1 - r_{41} n_o^2 E_{SC}(x)]} \\ n_{y'} &= \sqrt{n_o [1 + r_{41} n_o^2 E_{SC}(x)]} \\ n_{z'} &= n_o \end{aligned} \right\}. \quad (\text{A.32})$$

Em regime de difusão, podemos fazer a aproximação  $r_{41} n_o^2 E_{SC}(x) \ll 1$  e assim obtemos

$$\left. \begin{aligned} n_{x\oplus} &= n_o + \frac{1}{2} [r_{41} n_o^3 E_{SC}(x)] \\ n_{y\oplus} &= n_o - \frac{1}{2} [r_{41} n_o^3 E_{SC}(x)] \\ n_{z\oplus} &= n_o \end{aligned} \right\}. \quad (\text{A.33})$$

O novo sistema de eixos  $x', y'$  e  $z'$  (Fig. (A.3)) é obtido através de uma transformação do tipo

$$x'_i = P_{ij} x_j; \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (\text{A.34})$$

onde  $P_{ij}$  é a matriz de rotação

$$P_{ij} = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.35})$$

A variação do índice de refração no sistema de eixos  $x', y'$  e  $z'$ , pode ser escrita na forma matricial [28]

$$\Delta \hat{n}(x) = \frac{1}{2} [r_{41} n_o^3 E_{SC}(x)] \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.36})$$

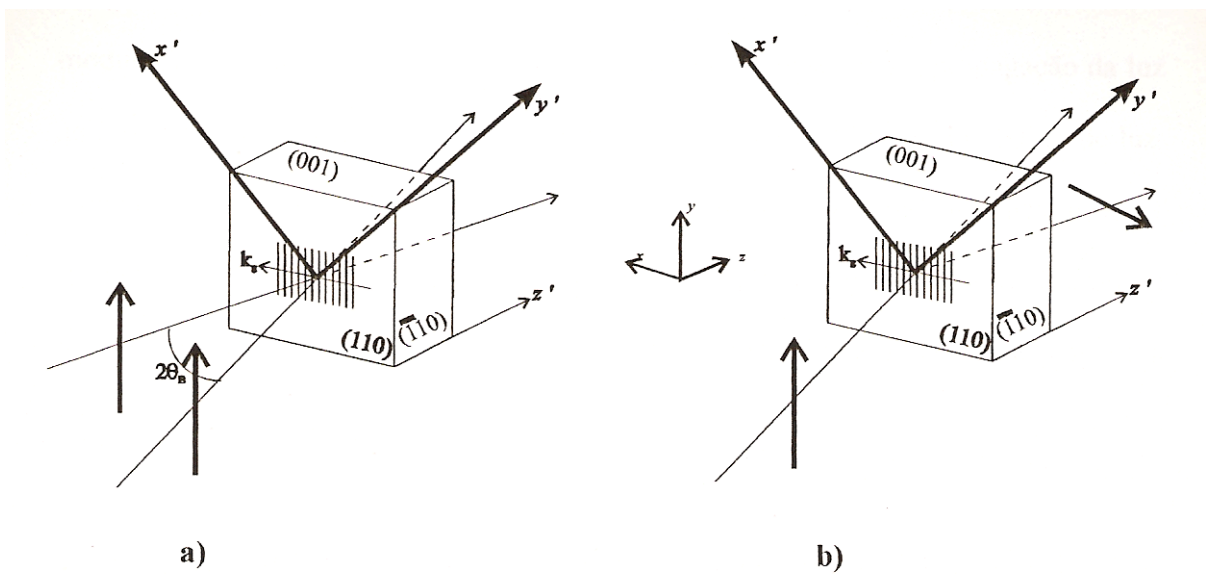


Fig. (A.3) Orientação cristalográfica, mudança dos eixos e polarizações dos feixes laser para gravação holográfica (a) e para saída do feixe de prova na leitura holográfica (b), em cristais fotorrefrativos no regime de difração anisotrópica de Bragg.

Como podemos notar, na Eq. (A.36), o campo elétrico de cargas espaciais  $E_{SC}(x)$  provoca uma birrefringência induzida que, como consequência, gera uma rede de fase em volume no cristal. Como o campo elétrico de cargas espaciais é uma função senoidal de  $x$ , os eixos de propagação induzidos  $x'$  e  $y'$ , lento e rápido, respectivamente, trocam de posição à medida que  $x$  varia.

Uma vez que a rede de fase é gerada no volume do material, devido à modulação espacial no índice de refração, é necessário descrever a propagação da luz ao longo deste meio e, conseqüentemente, a transmissão e difração dos feixes de luz. E, devido à existência de eixos de propagação induzidos e à dependência das direções de polarização dos feixes incidentes, ocorre difração anisotrópica, que é descrita através da Teoria de Onda Acoplada de Kogelnick [10], adaptada para levar em conta esta anisotropia induzida.

Após gerada a rede de fase no volume do cristal, as ondas  $R$  e  $S$  se autodifratam, pois à medida em que o padrão de luz incide gerando portadores, a rede vai sendo escrita e difratando luz, num processo em tempo real. A rede de difração ao ser iluminada pela onda plana  $R$  (ou  $S$ ), produz uma única onda difratada que se propaga na direção  $\mathbf{k}_S$  (ou  $\mathbf{k}_R$ ), que é a reconstrução da onda  $S$  (ou  $R$ ), ver Fig. (2.1). Portanto, na saída do cristal haverá em cada direção de propagação  $\mathbf{k}_S$  e  $\mathbf{k}_R$ , uma onda transmitida e uma difratada, quando a rede é iluminada simultaneamente pelas ondas  $R$  e  $S$ .

Desprezando os efeitos de absorção pelo meio, a rede de difração pode ser representada por uma modulação espacial da constante dielétrica do meio, do tipo [46]

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_o + \hat{\varepsilon}_1 \cos(\mathbf{k}_g \cdot \mathbf{r}), \quad (\text{A.37})$$

onde  $\hat{\varepsilon}$  é o tensor constante dielétrica média do meio,  $\hat{\varepsilon}_1$  é o tensor amplitude de modulação e  $\mathbf{k}_g$  é o vetor da rede.

A mistura dos feixes  $R$  e  $S$  segundo a teoria de onda acoplada aplicada ao meio anisotrópico, e em perfeita condição de Bragg, é descrita pelas equações

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R(z)}{\partial z} &= -i(\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w}) S(z) \\ \frac{\partial S(z)}{\partial z} &= -i(\mathbf{w} \cdot \hat{\chi} \mathbf{u}) R(z) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.38})$$

onde  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{w}$  são vetores unitários na direção dos campos elétricos das ondas  $R$  e  $S$ , respectivamente, e  $\hat{\chi}$  é o tensor de acoplamento entre os feixes, definido por [47]

$$\hat{\chi} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o}} \frac{\pi}{2\lambda \cos(\theta_B)} \hat{\epsilon}_1 \quad (\text{A.39})$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda dos feixes  $R$  e  $S$ , e  $\theta_B$  é o ângulo de incidência sobre a superfície do cristal. O tensor de acoplamento é um parâmetro central na Teoria de Onda Acoplada. Não há luz difratada se  $\hat{\chi} = 0$ ,  $\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w} = 0$  ou  $\mathbf{w} \cdot \hat{\chi} \mathbf{u} = 0$  [48]. Portanto, as polarizações dos feixes podem ser tais que não haja luz difratada, ou seja,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial R(z)}{\partial z} &= 0 \\ \frac{\partial S(z)}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.40})$$

Na configuração eletroóptica transversa  $\mathbf{k}_g \perp \langle 001 \rangle$ , a variação do índice de refração em relação aos eixos induzidos  $x'$ ,  $y'$  e  $z'$ , é dada pela Eq. (A.36). E através das relações

$$\left. \begin{aligned} \hat{\epsilon} &= \hat{n}^2 \\ \Delta \hat{\epsilon} &= \hat{\epsilon}_1 = 2n \Delta \hat{n}^2 \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.41})$$

a Eq. (A.39), pode ser escrita da forma

$$\hat{\chi} = \chi_o \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{A.42})$$

onde

$$\chi_o = \frac{1}{2\lambda \cos(\theta)} [r_{41} n_o^3 E_{sc}(x)]. \quad (\text{A.43})$$

Assumindo  $\gamma$  e  $\beta$  como os ângulos de polarização das ondas que se propagam nas direções  $\mathbf{k}_R$  e  $\mathbf{k}_S$ , respectivamente, em relação ao eixo  $x'$ , o tensor de acoplamento pode ser redefinido como

$$\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w} = \chi_o \begin{bmatrix} \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix} = \chi_o \cos(\gamma + \beta) \quad (\text{A.44})$$

O máximo acoplamento entre os feixes  $R$  e  $S$  ocorrerá quando o produto escalar  $\mathbf{u} \cdot \hat{\chi} \mathbf{w}$  for máximo. Da Eq. (A.44), podemos concluir imediatamente que no máximo acoplamento entre os feixes ocorrerá quando  $\beta = -\gamma$ . Portanto, na condição de máximo acoplamento, a rede de difração ao ser iluminada pela onda  $R$  (feixe de leitura) cujo ângulo de polarização é  $\gamma_o$ , em relação ao eixo  $x'$ , difrata uma única onda que se propaga na direção  $\mathbf{k}_S$  e cujo ângulo de polarização em relação ao mesmo eixo, na saída do cristal, é dado por  $\beta = -\gamma_o$ .

Supondo  $\gamma_o = \pi/4$ , isto é, uma onda de leitura  $R$  cuja polarização é paralela ao eixo  $z$ , a onda difratada na direção  $\mathbf{k}_S$ , terá sua polarização ortogonal à da onda incidente. Então, as ondas transmitida e difratada, linearmente polarizadas, têm suas polarizações cruzadas. Com isso, a difração anisotrópica de Bragg permite uma melhor relação sinal-

ruído em experimentos de holografia, uma vez que a luz espalhada pode ser facilmente eliminada com o uso conveniente de um polarizador [42].

Os cristais eletroópticos da família dos selenetos, tais como BSO, BGO e BTO, além de birrefringência linear induzida pelo campo elétrico, exibem atividade óptica natural e, portanto, os ângulos de polarização estão continuamente variando ao longo do cristal. Quando uma onda linearmente polarizada incide sobre a superfície destes cristais, seu estado de polarização é alterado pelo meio, em geral, emergindo do cristal como uma onda elipticamente polarizada. No entanto, existe um ângulo de polarização particular para o feixe incidente, tal que o estado de polarização da onda não é alterado. Além disso, para este ângulo de polarização, as ondas transmitida e difratada, linearmente polarizadas, têm suas polarizações simétricas em relação ao eixo induzido  $x'$ . Este ângulo de polarização incidente, em regime de difusão, é tal que no centro do cristal os feixes incidentes têm suas polarizações paralelas ao eixo cristalográfico  $\langle 001 \rangle$ , e portanto

$$\gamma'_o = -\rho l/2, \quad (\text{A.45})$$

onde  $\gamma'_o$  é o ângulo de polarização da onda incidente em relação ao eixo  $y$ , e  $\rho$  é a atividade óptica específica do cristal.

Em relação ao eixo induzido  $x'$ , o ângulo de polarização do feixe incidente será dado

$$\gamma_o = (\pi/4) - (\rho l/2). \quad (\text{A.46})$$

Como as direções de polarização, devido à atividade óptica, variam continuamente ao longo do cristal, os ângulos  $\gamma$  e  $\beta$  passam a ser definidos por

$$\left. \begin{array}{l} \gamma = \gamma(z) \\ \beta = \beta(z) \end{array} \right\} \quad (\text{A.47})$$



A partir desta definição  $\gamma(0) = \gamma_o$  é o ângulo de polarização do feixe de leitura  $R$ ,  $\gamma(l)$  é o ângulo de polarização do feixe transmitido na saída do cristal e  $\beta(l)$  é o ângulo de polarização do feixe difratado na saída do cristal.

Na condição de acoplamento máximo, conforme visto anteriormente, na saída do cristal o valor de  $\beta(l) = -\gamma_o$ , portanto da Eq. (A.46)

$$\beta(l) = (-\pi/4) + (\rho l/2). \quad (\text{A.48})$$

Devido à atividade óptica do meio, o ângulo de polarização do feixe transmitido na saída do cristal deverá satisfazer a seguinte igualdade

$$\gamma(l) = \gamma_o + \rho l. \quad (\text{A.49})$$

Substituindo a Eq. (A.46) na Eq. (A.49), obtemos

$$\gamma(l) = (\pi/4) + (\rho l/2) \quad (\text{A.50})$$

e finalmente, subtraindo a Eq. (A.50) da Eq. (A.48) temos

$$\gamma(l) - \beta(l) = (\pi/2) \quad (\text{A.51})$$

Devido a esta relação os feixes transmitido e refratado, linearmente polarizados, terão suas polarizações cruzadas na saída do cristal e serão facilmente separados coma ajuda de um polarizador.

# Apêndice B (artigo publicado)

Optical Engineering 44 12 , 125803 December 2005

## Holographic Fourier synthesis of dynamic Moiré-like patterns in the photorefractive $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ crystal

Paulo A. Marques dos Santos  
Gabriela N. de Oliveira  
Universidade Federal Fluminense  
Instituto de Física  
Av. Gal Milton Tavares de Souza s/n Gragoatá  
Niterói, 24.210-340, R.J., Brasil  
E-mail: pams@if.uff.br

**Abstract.** We propose and physically discuss a kind of holographic Fourier synthesis in the profile of dynamic Moiré-like patterns. The interference patterns are obtained by progressively controlling the superposition of more than two dynamic sinusoidal phase gratings. It represents a new holographic optical nondestructive testing routine in real time for metrological purposes. The sinusoidal phase gratings with slightly different pitches are dynamically generated by photorefraction in the  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  BTO crystal sample. The photorefractive holographic medium is used in anisotropic self-diffraction configuration and in a diffusion-only recording mechanism. © 2005 Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers. DOI: 10.1117/1.2148908

Subject terms: Moiré; Fourier synthesis; photorefractive; anisotropic diffraction.

Paper 040928R received Dec. 3, 2004; revised manuscript received Mar. 22, 2005; accepted for publication May 18, 2005; published online Jan. 5, 2006.

### 1 Introduction

Moiré-like patterns are generally obtained from diffracted light interaction between two or among any number of regular and periodic superimposed structures. Usually, the superposition of Ronchi rulers with slightly different superimposed pitches produces regularly spaced light fringes that can be used in many optical applications.<sup>1</sup> Therefore, Moiré patterns have been traditionally employed as a usual procedure in optical metrology and as a nondestructive testing in mechanical engineering.<sup>2</sup> In addition, this kind of pattern has received a great number of new nondestructive testing analyses and has been considered one of the most active scientific and technological optics research areas.

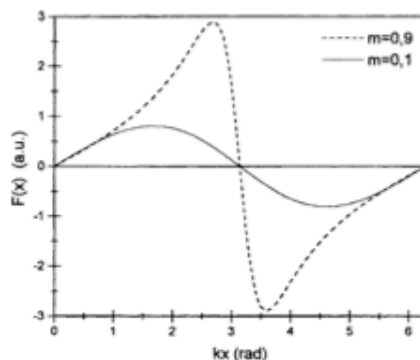
In this paper, we propose that the real-time Moiré-like patterns can be experimentally obtained by the superposition of two or more sinusoidal phase gratings with slightly different pitches rather than by the classical permanent amplitude and low-spatial-frequency Ronchi rulers. As far as our knowledge is concerned, this is the first work in which a kind of holographic Fourier synthesis in the profile of dynamic Moiré-like patterns is proposed and physically discussed. The dynamic sinusoidal phase gratings are produced in a material exhibiting photorefractive effect,<sup>3</sup> the well-controlled combination of photoconductivity and electrooptic effect.<sup>4,5</sup> Furthermore, by means of a progressive control over the spatial frequency variation, the dynamic Moiré-like patterns are produced with high spatial frequencies  $1000 \text{ lines mm}^{-1}$ . The dynamic holographic procedure exploits the nonlinear photorefraction process in the photorefractive crystal  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  BTO, which has been used in anisotropic two-wave mixing architecture in diffusion-only recording mechanism. This kind of pattern generation is extremely interesting and exhibits a high potentiality to become useful in metrological applications. In

the next sections, the physical ideas, experimental details, and results are presented and, finally, discussed.

### 2 Dynamic Sinusoidal Phase Gratings and Moiré-Like Patterns

The first step of this work is to describe the formation of photorefractive sinusoidal gratings and their interaction with other gratings in terms of Moiré pattern formation. Then, in sequence, the multiple superposition is described and reveals the Fourier synthesis behavior in the resulting fringe pattern.

It is considered that any periodic layer can be simply represented by a function like<sup>6</sup>



**Fig. 1** Spatial dependence of the space charge electric field on the magnitude order of the induced modulation factor  $m$ . The  $F \times$  factor is the same given by the expression of Eq. 5, except the fact that it was calculated in arbitrary units.

0091-3286/2005/\$22.00 © 2005 SPIE

# Apêndice C (artigo publicado)

Optics and Lasers in Engineering 46 (2008) 721–725



Contents lists available at ScienceDirect

Optics and Lasers in Engineering

journal homepage: [www.elsevier.com/locate/optlaseng](http://www.elsevier.com/locate/optlaseng)



## Controlled phase mismatch in sectioned dynamic holographic moiré-like patterns

G.N. de Oliveira<sup>a</sup>, P.A.M. dos Santos<sup>a</sup>, L.C. da Silva Nunes<sup>b</sup>

<sup>a</sup>Laboratório de Óptica Não-linear e Aplicada, Instituto de Física, Universidade Federal Fluminense, Av. Gul Milton Tavares de Souza s/n Gragoatá, Niterói 24210-346, R.J., Brazil  
<sup>b</sup>Laboratório de Mecânica Teórica e Aplicada, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal Fluminense, Rua Passo da Pátria 156, Niterói 24210-240, R.J., Brazil

### article info

Article history:  
Received 12 June 2007  
Received in revised form  
7 April 2008  
Accepted 14 May 2008  
Available online 17 June 2008

Keywords:  
Photorefractive  
Moiré  
Phase gratings  
Holographic gratings

### abstract

In the present work attention is given to the physical description of phase mismatch produced in sectioned holographic moiré-like patterns. It is obtained by the controlled superposition of two sinusoidal phase gratings made by dynamic holographic process. In the writing stage of the photorefractive hologram, a two wave mixing (2WM) process, half of the transverse section of the reference beam has the optical path increased, producing this way the sectioned moiré-like pattern. The sinusoidal phase gratings, with slightly different pitches, are dynamically generated by photorefractive in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) crystal sample. This photorefractive holographic medium was used in an anisotropic self-diffraction configuration and in diffusion as the only recording mechanism.

© 2008 Elsevier Ltd. All rights reserved.

### 1. Introduction

The well-known superposition of Ronchi rulers with slightly different pitches produces regularly spaced light fringes, which can be used in many optical applications [1]. This way, the so-called moiré patterns are generally obtained from diffracted light interaction between two or among any number of periodic superimposed structures. Moreover, moiré patterns have been traditionally employed as a usual procedure in optical metrology and as a non-destructive testing in mechanical engineering [2]. Besides, this kind of pattern has received a great number of new non-destructive testing analysis and has been considered as one of the most powerful optical tools in technological, applied and scientific research areas.

We have demonstrated [3] that a kind of moiré-like pattern is produced in real time when sinusoidal phase gratings are rotated and then superimposed in paraelectric photorefractive crystals used as dynamic holographic media. This process was improved [4], described and detailed in terms of material parameters and photorefractive self-diffraction, and then used with success in a dynamic optical interferometric application (Fig. 1).

Recently, we have also demonstrated that sinusoidal phase gratings with slightly different pitches and high spatial frequencies ( $1000 \text{ lines mm}^{-1}$ ), when experimentally superimposed, produce a kind of dynamic moiré-like pattern [5] by the

photorefractive effect [6]. Nowadays the widespread use of this effect in many applied techniques is known as photorefractive non-linear optics [7].

In the present work these dynamic moiré patterns are produced when a transparent thin glass plate is transversally introduced, crossing the optical path in one of the writing beams. However, it covers only half of the beam diameter during the moiré-like pattern generation. This way the moiré fringe pattern obtained, at the end of the dynamic holographic process, will present two distinct aspects in both parts. In the non-obstructed half, a uniform fringe pattern is obtained and in the other half, the corresponding moiré fringe pattern will have a displacement, due to a phase mismatch between them (see Fig. 2).

The controlled phase mismatch described above could be useful to metrological applications where, for example, one might analyse the thickness of a thin film in the interface of the sectioned interference pattern. In the next sections, the experimental details and results will be presented and finally discussed.

### 2. Dynamic moiré-like pattern

The dynamic moiré pattern produced here is based on a recently proposed method [5]. In this method two sinusoidal phase gratings with slightly different pitches are dynamically generated by photorefractive in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  (BTO) crystal sample. According to photorefractive effect [6], a dynamic holographic sinusoidal phase grating is obtained after illuminating the BTO

Corresponding author. Tel.: +55 21 2629 5767; fax: +55 21 2629 5887.  
E-mail address: [pams@ifuff.br](mailto:pams@ifuff.br) (P.A.M. dos Santos).

## REFERÊNCIAS

- [1] dos Santos, P.A.M., de Oliveira, G.N., 2005. *Optical Engineering* **44**, 12.
- [2] de Oliveira, G.N., dos Santos, P.A.M., Nunes, L.C. da Silva, 2008. *Optics and Lasers in Engineering* **46**, 721-725.
- [3] Ashkim, A., Boyd, G.D., Dziedzic, J., Smith, R.G., Ballman, A.A., Nassan, K., 1966. *Appl. Phys. Lett.* **9**, 72.
- [4] Chen, F.S., La Macchia, J.T., Fraser, D.B., 1968. *Appl. Phys. Lett.* **13**, 223.
- [5] Chen, F.S., 1969. *J. Appl. Phys.* **40**, 3389.
- [6] Amodei, J.J., 1971. *Appl. Phys. Lett.* **18**, 22.
- [7] Staebler, D.L., Phillips, W., 1974. *Appl. Phys. Lett.* **24**, 268.
- [8] Staebler, D.L., Phillips, W., 1974. *Appl. Phys. Lett.* **24**, 268.
- [9] Staebler, D.L., Amodei, J.J., 1972. *J. Appl. Phys.* **43**, 1042.
- [10] Kogelnik, H., 1969. *Bell System Lab.* **48**,2909.
- [11] Kukhtarev, N.V., Markov, V.B., Odulov, S.G., Vinetskii, 1979. *Ferroelectrics* **22**, 949.
- [12] Petrov, M.P., Marakhonov, V.I., Berezkin, V.I., Krasin kova, M.V., Khomenko, A.V., 1985. *Sov. Tech. Phys. Lett.* **11**, 106.
- [13] Huignard, J.P., Marrakchi, A., 1981. *Opt. Comm.* **38**, 249.
- [14] Kuchel, F.M., Tiziani, H.J., 1981. *Opt, Comm.* **38**, 17.
- [15] Ja, Y.H., 1982. *Opt. Comm.* **44**, 24.
- [16] Marrakchi, A., Huignard, J.P., Herriau, J., 1980. *Opt. Comm.* **34**,15.
- [17] White, J.O., Yariv, A., 1980. *Appl. Phys. Lett.* **37**, 5.
- [18] Faria, S.G., Tagliaferri, A.A., dos Santos P.A.M., 1991. *Opt. Comm.* **86**, 29.

- [19] Nakagawa, K., Yoshimura, T., Minemoto, T., 1993. *Appl. Opt.* **32**,4898.
- [20] Kamshilin, A.A., Silvennoinen, R., Jaaskelainen, T., Lima, C.J., Andreetta, M.R.B., Prokofiev, V.V., 1993. *Opt. Lett.* **18**,690.
- [21] Kamshilin, A.A., Liu, S., Tuovinen, H. Prokofiev, V.V., Jaaskelainen, T., 1994. *Opt. Lett.* **19**, 907.
- [22] Peltier, M., Micheron, F., 1977. *Appl. Physics* **48**, 9, 3683.
- [23] Alphonse, G.A., Alig, R.C., Stabler, D.L., Phillips, W., 1975. *RCA Rev.* **36**, 213.
- [24] Hall, T.J., Jaura, R., Connors, L.M., Foote, P.D., 1985. *Prog. Quant. Electr.* **10**, 77-146.
- [25] dos Santos, P.A.M., 1991. *Opt. Comm.* **80**, 3-4, 225-228.
- [26] Huignard, J.P., Gunter, P., 1989, *Photorefractive Materials and their applications II* (Berlim, Springer).
- [27] dos Santos, P.A.M., Nunes, L.C. da Silva, Correa, I., 2000. *Appl. Opt.* **39**, 4524-8.
- [28] Yariv, A., Yeh, P., 1984, *Optical waves in Crystal, Propagation and Control of Laser Radiation* (Wiley Interscience).
- [29] Indebetouw, G.J., Czarnek, R., 1992, *Selected Papers on Optical Moiré and Applications*, (SPIE Ed. Books).
- [30] Dally, J.W., Riley, W.F., *Experimental Stress Analysis*, 1978, (Tokio, McGraw Hill Kogakusha), 2<sup>a</sup> ed..
- [31] Port, D., Han, B, Ifiju, P., 1994, *High Sensitivity Moiré Experimental Analysis for Mechanics* (NY, Springer-Verlag).
- [32] Mohan, N.K., 2000. *Opt. Comm.* **186**, 4-6, 259
- [33] Yang, J., Fan, D., Wang, S., Gu, Y., 2000. *Opt. Soc. Am.* **17**, 790.
- [34] Fujiwara, E., Iriel, S., Nemoto, T., Isoda, S., Kobayashi, 2000, *Surface Sci.*, **459**, 390.

- [35] Semaltianos, N.G., Scott, K., Wilson, E.G., 2001. *Microelect. Eng.* **56**, 233.
- [36] Kim, H.S., Ishikawa, S., Ohtsuka, Y., Shimizu, H., Shinomiya, T., Viergever, M.A., 2001. *Trans. Med. Imaging* **20**, 1314.
- [37] Muñoz, P., alda, J., 1999. *Ophthalmic Physiol* **19**, 427.
- [38] Kishen, A., Asundi, A., 2001. *J. Biomed. Mater. Res.* **55**, 121.
- [39] Moilanen, H., Leppävuori, S., 2001. *Sensors Actuators A: Phys.* **92**, 326.
- [40] Yeh, P., 1993. *Introduction to photorefractive nonlinear optics* (Wiley, New York).
- [41] Hecht, E., 1998, *Optics*, 3<sup>rd</sup> ed. Reading, (Addison Wesley).
- [42] Kamshilin, A.A., Petrov, M.P., 1985. *Opt Commun* **53**, 225.
- [43] Amrhein, P., Gunter, P., 1990. *J. Opt. Soc. Am.* **7**, 2387.
- [44] Bravo, J.V. Alvarez, Bolognini, N., Arizmend, L., 1995. *Opt. Mater* **4**, 414.
- [45] Monk, G.S., 1963. *Light – principles and experiments*, (Dover, NY), 2<sup>a</sup> ed., experimento 10, 376.
- [46] Collier, R., Burckhardt, A.B., Lin, L.H., 1971, *Optical Holography* (Academic press).
- [47] Kamshilin, A.A., Frejlich, J., Cescato, L., 1986. *Appl. Opt.* **25**, 2375.
- [48] dos Santos, P.A.M., 1997. *Optical Engineering* **36**, 6, 1760.
- [49] dos Santos, P.A.M., 2002. *Opt. Comm.* **212**, 211.
- [50] dos Santos P.A.M., 1991. *Opt. Comm.* **80**, 225.
- [51] D. Malacara, 1989, *Óptica Básica*, SEP (Fondo de Cultura, México)
- [52] dos Santos, P.A.M, Nunes, L.C. da Silva, 2001. *Opt. Comm.* **194**, 97.
- [53] Amidror, Isaac, Hersch, Roger D., 1998. *J. Opt.Soc. Am.* **15**, 1100.